

# ФИНАНСОВАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ НАЛОГОВЫХ ВЫЧЕТОВ

А. С. Величко<sup>1</sup>, В. В. Бухтояров<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Россия

<sup>2</sup>Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Россия

E-mail: vandre@dvo.ru

В работе рассматривается математическая модель финансовой оптимизации налоговых вычетов во времени на примере налога на доходы физических лиц. В качестве критерия минимизируемого риска выбирается модуль отклонения суммы предъявляемых в данной налоговой период расходов от нормативно установленного значения по данному типу вычета. Предложенный способ позволяет найти оптимальный набор сумм возмещаемых расходов, чтобы в совокупности они составляли максимально близкую к максимально возможной величине налогового вычета.

## FINANCIAL OPTIMIZATION OF TAX DEDUCTIONS

A. S. Velichko, V. V. Bukhtoyarov

The paper examines a mathematical model of financial optimization of tax deductions over time using the example of personal income tax. As a criterion for minimizing risk the deviation module of the amount of expenses claimed in each tax period from the normatively established value for this type of deduction is selected. The proposed method allows you to find the optimal set of amounts of reimbursable expenses, so that in total they are as close as possible to the maximum possible tax deduction.

**Введение.** Налоговым кодексом РФ предусмотрены разнообразные экономические механизмы развития бизнеса и поддержки граждан в определенных сферах деятельности, на стратегически важных для развития страны территориях и для стимулирования расходов домохозяйств, в том числе на некоторые виды услуг. В данной работе рассматривается такой макроэкономический инструмент налоговой политики для домохозяйств, как налоговые вычеты по налогу на доходы физических лиц (НДФЛ) [1]. Этот тип вычета выполняет важную социально-экономическую задачу стимулирования спроса домохозяйств на определенные виды услуг, приобретение имущества и др. со стороны граждан, являющихся налоговыми резидентами России.

Статьями 218-221 части второй налогового кодекса Российской Федерации ФЗ-117 от 05.08.2000 предусмотрено 6 групп налоговых вычетов:

1. стандартные налоговые вычеты для льготных категорий граждан, а также лиц, на обеспечении которых находятся дети (ст. 218),

2. социальные налоговые вычеты для лиц, которые несли расходы на лечение, обучение, физкультурно-оздоровительные услуги, на дополнительные

меры по пенсионному обеспечению и на другие социально значимые цели (ст. 219),

3. инвестиционные налоговые вычеты для лиц, совершающих операции по индивидуальным инвестиционным счетам и получающих доходы от реализации ценных бумаг, обращающихся на ОРЦБ (ст. 219.1),

4. имущественные налоговые вычеты при приобретении жилья и земельных участков, при продаже некоторых видов имущества, а также в случае изъятия у налогоплательщика недвижимости для государственных или муниципальных нужд (ст. 220),

5. профессиональные налоговые вычеты для лиц, осуществляющих предпринимательскую деятельность в качестве ИП, оказывающих услуги и выполняющих работы по договорам ГПХ, а также получающих авторские вознаграждения (ст. 221),

6. налоговые вычеты при переносе на будущие периоды убытков от операций с ценными бумагами и операций с производными финансовыми инструментами (ст. 220.1), от участия в инвестиционном товариществе (ст. 220.2).

Налоговым кодексом предусмотрено 5 видов социальных налоговых вычетов по расходам на:

1. благотворительность,
2. обучение,
3. лечение и приобретение медикаментов,
4. негосударственное пенсионное обеспечение, добровольное пенсионное страхование и добровольное страхование жизни, накопительную часть трудовой пенсии,
5. физкультурно-оздоровительные услуги.

Одним из способов получения социального налогового вычета является возврат части ранее уплаченного НДФЛ. По окончании года, в котором возникло право на вычет, представить в налоговый орган по месту жительства налоговую декларацию по налогу на доходы физических лиц формы 3-НДФЛ с приложением подтверждающих документов.

Однако, существуют ограничения по получению социального налогового вычета: реализовать такое право необходимо не позднее 3 лет с момента уплаты НДФЛ за налоговый период, когда им были произведены социальные расходы, и установлено ограничение сверху на получение социальных налоговых вычетов, так что в совокупности этот вычет не может превысить 120 тыс. руб. за год.

Налогоплательщик самостоятельно выбирает, какие виды расходов и в каких суммах учитываются в пределах вышеуказанной максимальной величины социального налогового вычета. Такой выбор для граждан предоставляет возможность финансовой оптимизации: для социальных налоговых вычетов необходимо выбрать такие суммы из набора расходов, чтобы в совокупности они были максимально близки к 120 тыс. руб. за год. Налогоплательщику невыгодно отклоняться в перечне своих расходов от данной суммы. С одной сто-

роны, превышение предъявляемых к возврату расходов не будет зачтено со стороны налоговых органов. С другой стороны, меньшая, чем 120 тыс. руб., совокупная сумма расходов, предъявляемая к возврату, приведет к недополучению максимальной суммы вычета и возможной потере такого вычета в будущих периодах, если расходы по ним были произведены более двух лет назад.

Большое количество небольших сумм расходов, произведенных в разных компаниях, усложняет задачу выбора оптимального перечня расходов, предъявляемых налогоплательщиком к возврату.

**Математическая модель.** Пусть имеются  $n$  сумм расходов  $b_i$ , которые налогоплательщик потенциально может выбрать в данном году для получения социальных вычетов по ним, это могут быть расходы как за прошлый налоговый период, так и за предшествовавшие 2 года, если по ним ещё не производился налоговый вычет.

Определим неизвестные величины  $x_i$  так что  $x_i = 1$ , если  $i$ -ая сумма расходов  $b_i$  включена в декларацию налогового периода,  $x_i = 0$  в противном случае. Обозначим  $G = 120$  за максимальную сумму вычета в налоговом периоде.

Тогда  $\sum_i b_i x_i$  – сумма расходов, включаемая в налоговую декларацию для получения вычета. Определим отклонение данной суммы расходов от нормативной суммы  $G$  как  $v = |\sum_i b_i x_i - G|$ .

Задача целочисленной оптимизации будет иметь вид:

$$\min \left| \sum_i b_i x_i - G \right|. \quad 1)$$

Налогоплательщик может учитывать дополнительные ограничения, что сумма расходов, предъявленных к возврату, или должна превысить величину  $G$ , поскольку иначе сумма полученного вычета будет меньше  $G$ , или наоборот потребовать выполнения условия  $\sum_i b_i x_i \leq G$ , чтобы попробовать учесть часть расходов в последующих периодах.

Модель может быть расширена в направлении учета нескольких лет планирования. Если сумма расходов потенциально превышает  $2G$ , тогда можно решать задачу планирования налоговых вычетов за данный и следующий год. В этом случае задача примет вид

$$\min \sum_t \left| \sum_i a_i x_{it} - G \right|. \quad 2)$$

Здесь  $a_i$  – суммы расходов, которые налогоплательщик потенциально может выбрать для получения вычета в данных налоговых периодах,  $x_{it}=1$ , если  $i$ -ая сумма расходов  $a_i$  включена в декларацию налогового периода  $t$ , и  $x_{it}=0$  в противном случае,  $t = 1, 2$ .

Следует также учесть ограничения

$$\sum_t x_{it} = 1 \quad 3)$$

для каждого  $i = 1, \dots, n$ , что означает, что сумма расходов  $a_i$  может быть предъявлена к возврату только в одном году. Очевидно, модель расширяется и на случай трехлетнего периода планирования вперед.

Возможны дополнительные условия задачи - требование как можно меньшего числа ненулевых значений выбираемых величин расходов, включаемых в налоговую декларацию, и снижение числа компаний, у которых производились данные расходы. Выполнение этих условий потребует меньшего от налогоплательщика количества времени на оформление подтверждаемых документов.

С точки зрения теории оптимизации задачи (1) и (2) являются задачами целочисленного программирования с нелинейной недифференцируемой целевой функцией из-за наличия функции взятия абсолютной величины (модуля), и существующими методами целочисленной оптимизации напрямую решены быть не могут. Однако, такую задачу можно упростить, преобразовав её к задаче смешанно-целочисленного линейного программирования (mixed-integer linear programming, MILP) [2].

Для целевой функции (2) обозначим  $v_t = |\sum_i a_i x_{it} - G|$ , тогда из определения функции абсолютной величины (модуля) следует, что

$$v_t \geq \sum_i a_i x_{it} - G, \quad (4)$$

$$v_t \geq -\sum_i a_i x_{it} + G. \quad (5)$$

Оптимизируемая функция (2) примет вид

$$\min \sum_t v_t. \quad (6)$$

Задача (3)-(6) корректно поставлена и имеет непустое допустимое решение. Таким образом, мы имеем линейную по целевой функции и по ограничениям задачу с целочисленными переменными  $x_{it}$ , в которой неизвестные  $v_t$  - вещественные числа.

Преобразование более простой функции (1) и получение соответствующей задачи смешанно-целочисленного линейного программирования проводится аналогично, ограничений типа (3) в ней не будет.

Программную реализацию методов решения для данного класса задач можно, например, найти в свободно распространяемом пакете научных вычислений SciPy [3]. Это одна из первых библиотек языка python, знакомство с которой начинается у специалистов в области data science: она содержит большой набор функций для научных вычислений, в том числе имеет инструменты для решения оптимизационных задач, находящихся в модуле optimize. Начиная с версии 1.9.0, появилась возможность решения задачи смешанно-целочисленного линейного программирования с помощью функции milp и linprog [4]. В качестве солвера для таких задач по умолчанию используется HiGHS (high performance serial and parallel software for solving large-scale sparse

linear programming (LP), mixed-integer programming (MIP) and quadratic programming (QP) models, developed in C++, with interfaces to C, C#, FORTRAN, Julia and Python) - в нём реализованы симплекс метод (highs-ds) и метод внутренней точки (highs-ipm). При запуске решения по умолчанию выбирается один из методов, присутствует возможность задать нужный метод.

**Численный пример.** Предположим, что в налоговом периоде были понесены расходы в размере 1, 3, 5, 8, 13, 14, 19, 20, 23, 24 тыс. рублей, в сумме составляющие 130 тыс. руб. Невозможно выбрать такие суммы расходов, чтобы они в точности составляли 120 тыс. руб.

Ближайшей суммой расходов, не превышающей 120 тыс. руб., будет например набор расходов 1, 5, 13, 14, 19, 20, 23, 24, в сумме составляющий 119 тыс. руб. Расходы 3, 5, 13, 14, 19, 20, 23, 24 составляют 121 тыс. руб., что в наименьшей степени отклоняется от 120 тыс. сверху. Однако, это не единственный способ выбора – возможен набор расходов 8, 13, 14, 19, 20, 23, 24 тыс. руб. Налоговому агенту выгоден последний способ выбора набора расходов, поскольку сумм расходов всего 7, а не 8, что потребует меньшего количества времени на оформление подтверждаемых документов, однако, это требует задания дополнительного условия в задаче, чтобы минимизировалось количество ненулевых неизвестных. Целочисленный характер задачи демонстрирует нетривиальность и возможную неединственность получаемых решений задачи. Большое количество небольших сумм расходов усложняет получение решения без использования методов оптимизации.

**Выводы.** Предложенный способ финансовой оптимизации расходов для получения социальных налоговых вычетов позволяет рассчитать оптимальный временной профиль предъявляемых к возврату расходов. В развитие работы возможно учесть и другие виды налоговых вычетов, в том числе применяемые для бизнеса. Работа может быть использована домохозяйствами при планировании личных финансов, агентствами по подготовке налоговых деклараций. В настоящее время разрабатывается соответствующий программный модуль для инструментального комплекса поддержки принятия решений.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России, проект № 075-15-2022-1143 «Передовые инженерные Школы».*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крохмаль Д. Д. Налоговые вычеты по НДФЛ как инструмент решения социальных проблем государства // *Налоги и налогообложение*. 2021. № 6. С. 44-59.
2. Bragin M. A. Survey on Lagrangian relaxation for MILP: importance, challenges, historical review, recent advancements, and opportunities // *Ann Oper Res*. 2023. [Electronic resource]. URL: <https://doi.org/10.1007/s10479-023-05499-9> (date of application: 15.09.2023).
3. Virtanen P., Gommers R., et al. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python // *Nature Methods*. 2020. Vol. 17. No. 3. P. 261-272.
4. SciPy. Fundamental algorithms for scientific computing in Python. [Electronic resource]. URL: <https://scipy.org/> (date of application: 20.09.2023).