

УСТОЙЧИВОСТЬ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ПЕРЕЛИВОВ ВОЛАТИЛЬНОСТИ

А. Р. Файзлиев, В. А. Балаш

*Саратовский национальный исследовательский
государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Россия*
E-mail: faizlievar1983@mail.ru, vladimirbalash@yandex.ru

В нашем исследовании мы сравниваем меры переливов, рассчитанные с использованием различных процедур регуляризации. Целью данной работы является исследование устойчивости методики оценки мер связности к порядку авторегрессии и спецификациям модели VAR. Мы изучаем связь между случайными шоками (побочными эффектами) и региональной инфляцией продовольственных и непродовольственных товаров.

ROBUSTNESS OF METHODS FOR ESTIMATING VOLATILITY SPILLOVERS

A. R. Faizliev, V. A. Balash

In our study, we compare spillover measures calculated using various regularization procedures for simulated data and several real data sets. The purpose of this work is to study the stability of the methodology for estimating connectivity measures to the order of autoregression and specifications of the VAR model. We study the relationship between random shocks (spillover effects) and regional inflation for food and non-food products.

1. Введение. Исследование сети распространения рисков представляет интерес во многих практических приложениях. Например, исследование взаимосвязей рисков инвестиций в финансовые активы, взаимозависимости рисков между рынками сырья, акций и облигаций, криптовалют, региональными рынками и многими другими.

Популярным подходом является расчет мер перетока по результатам разложения дисперсии прогноза многомерных временных рядов. В качестве инструментов прогнозирования применяют широкий круг эконометрических моделей, таких как модели векторной авторегрессии, векторной авторегрессии с переменными параметрами, DCC-GARCH и другие. При этом из-за ограниченной длины временных рядов для оценивания параметров модели применяют методы регуляризации. Влияние того или иного метода регуляризации на величины мер переливов пока изучено не достаточно.

Чтобы проверить стабильность методологии оценки показателей связности, помимо стандартной модели VAR, мы также реализовали три модели VAR с эффектами сжатия (со штрафом) – модели Ridge, Lasso и Elastic Net. Для тестирования рассматриваемых в работе моделей использовались данные о региональной инфляции продовольственных и непродовольственных товаров. Мотивация дописать. Взаимоотношения с товарным рынком являются важным вопросом для экономистов.

В основе связности лежит оценка векторной авторегрессионной модели, в которой мы изучаем, как экзогенные шоки цен на продукты питания и непродовольственные товары в одном регионе влияют на экзогенные шоки цен на продукты питания и непродовольственные товары в другом регионе или наоборот. То есть показатель связности оценивает межрегиональные связи между экзогенными шоками цен на продукты питания и непродовольственные товары, а не межрегиональные связи между изменениями цен на продукты питания и непродовольственные товары сами по себе.

2. Методология. Диболд и Йилмаз представили меры связности, основанные на обобщенном разложении дисперсии ошибки прогноза (*GFEVD*) для модели VAR [1, 2].

Для построения мер связности мы используем матрицы *GFEVD* для VAR-модели порядка p с N -переменными. Данная модель является одной из самых популярных и до сих пор широко используемых моделей многомерных временных рядов.

Математически модель VAR с длиной лага p можно сформулировать следующим образом:

$$X_t = \alpha + \sum_{i=1}^p \Phi_i X_{t-i} + \epsilon_t, t = 1, 2, \dots, T$$

в которой α обозначает $N \times 1$ вектор свободных членов, $x_t = (x_{1t}, \dots, x_{Nt})'$ - зависимые переменные, Φ_i - матрица коэффициентов, $\epsilon_t = (0, \Sigma)$ - вектор независимо и одинаково распределенных возмущений (белый шум с ковариационной матрицей Σ).

Модель Elastic Net [3] можно рассматривать как обобщение МНК, а также методов оценки Ridge и Lasso [4], которые позволяют сжимать и выбирать параметры. Модель Elastic Net может быть описана для каждой переменной j , $j=1, \dots, k$ следующим образом:

$$\arg \min_{\beta} \left(\left[T^{-1} \|y_{jt} - \beta_{j0} - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^k \beta_{ji} y_{jt-i}\|_2 \right] + \lambda \left[(1 - \alpha) \|\beta_{j0} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^k \beta_{ji}\|_2 + \alpha \|\beta_{j0} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^k \beta_{ji}\|_1 \right] \right)$$

где первая часть представляет собой функцию потерь, которая в нашем случае представляет собой среднеквадратическую ошибку (MSE), а вторая часть — штраф Elastic Net (P_α), что соответствует средневзвешенному значению штрафа Ridge и штрафа Lasso. В то время как Lasso использует штраф L_1 -нормы для получения разреженного решения, Ridge использует штраф L_2 -нормы. Помимо оценки модели полной Elastic Net регрессии, мы также оцениваем ограниченные подмодели, а именно МНК($\lambda=0$), Ridge ($\alpha=0$) и Lasso ($\alpha=1$).

Разложение дисперсии позволяет измерить вклад шоков x_j (долю дисперсии ошибки на H -шагов вперед). Подходы Koop et al. (1996) и Pesaran, Shin

(1998), далее KPPS, позволяет найти разложение дисперсии, инвариантное к порядку переменных в модели GFEVD [5, 6].

Обозначим разложение дисперсии ошибки прогноза *KPPS* на *H*-шагов вперед через $\theta_{ij}^g(H)$:

$$\theta_{ij}^g(H) = \frac{\sigma_{jj}^{-1} \sum_{h=0}^{H-1} (e_i' A_h \Sigma e_j)^2}{\sum_{h=0}^{H-1} (e_i' A_h \Sigma A_h' e_i)}$$

где Σ - это матрица дисперсии для вектора ошибки ϵ , σ_{jj} - стандартное отклонение ошибки для *j*-го уравнения, а e_i - вектор, *i*-ый элемент которого равен единице, остальные нули.

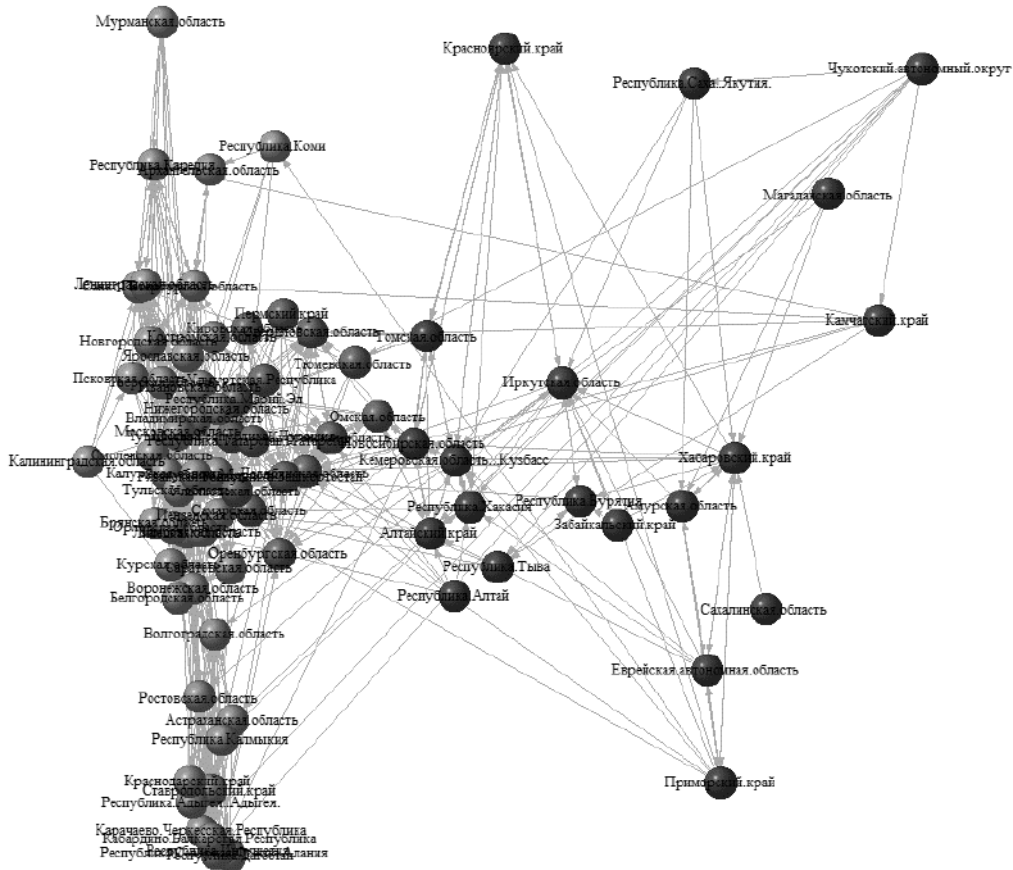
Следуя подходу Diebold-Yilmaz, мы измеряем связность переменных системы, чтобы суммировать все элементы в $\theta(H)$ от 1 до *N*.

Так как сумма элементов в каждой строке матрицы разложения дисперсии не равна 1: $\sum_{j=1}^N \theta_{ij}^g(H) \neq 1$, то для вычисления попарных индексов связности (Connection index) элементы матрицы разложения дисперсии нормализуются:

$$CI_{ij} = \tilde{\theta}_{ij}^g(H) = \frac{\theta_{ij}^g(H)}{\sum_{j=1}^N \theta_{ij}^g(H)}$$

3. Эмпирические результаты. Для исследования устойчивости методики оценки показателей связности использовались ежемесячные данные о номинальных ценах на продукты (индекс потребительских цен) с учетом сезонных колебаний для 79 регионов РФ. Данные охватывают период с января 2002 года по июль 2023 года.

Модель VAR может быть оценена по каждому уравнению с помощью МНК. В нашем случае $N=79$ и, следовательно, совместная оценка с длиной лага, равной единице, будет означать, что необходимо оценить $N + N^2p = 6320$ параметров. Однако у нас есть только $T = 258$ наблюдений ($6320 \gg 258$), а это значит, что эту модель не возможно оценить. Использование процедуры оценки по уравнению, делает это возможным, поскольку она просто оценивает $N + 1 = 80$ параметров ($80 < 258$). Кроме того, поскольку мы имеем дело с этой многомерной сетью, мы используем различные методы регуляризации для сжатия и выбора параметров и сравнения результатов со стандартной пошаговой моделью VAR.



Граф направленных спилловеров

Выяснилось, что направление межрегионального распространения инфляции хорошо соответствует расположению регионов на географической карте. Это подтверждает, что пространственные весовые матрицы, часто используемые в моделях пространственной эконометрики, действительно отражают трансграничное взаимодействие между соседними регионами. Поэтому матрица пространственных весов является хорошим выбором для моделирования межрегиональных диффузионных шоков цен на продовольствие. Но когда мы анализируем побочные эффекты непродовольственной инфляции, мы не можем обосновать, что структура индексов парной связности матрицы хорошо аппроксимировалась матрицей географической близости.

4 Выводы. В этой статье исследовалась динамическая связь случайных шоков (спилловер эффектов) с ценами на продовольственные товары между регионами РФ. В статье реализована стандартная векторная авторегрессионная (VAR) модель, а также три модели VAR с прореживанием коэффициентов (со штрафом) — модели Elastic Net, Lasso и Ridge. Передача случайных потрясений на региональной основе происходит от южных регионов к западным, к регионам Сибири и к Дальневосточным регионам.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 23-21-00305).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Diebold F. X., Yilmaz K.* Measuring financial asset return and volatility spillovers, with application to global equity markets // *The Economic Journal*. 2009. Т. 119. № 534. С. 158-171.
2. *Diebold F. X., Yilmaz K.* Better to give than to receive: Predictive directional measurement of volatility spillovers // *International Journal of forecasting*. 2012. Т. 28. №. 1. С. 57-66.
3. *Zou H., & Hastie T.* Regularization and Variable Selection via the Elastic Net // *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Statistical Methodology)*. 2005. Vol. 67 (2). P. 301-320.
4. *Tibshirani R.* Regression Shrinkage and Selection via the Lasso // *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*. 1996. Vol. 58 (1). P. 267-288.
5. *Koop G., Pesaran H. M., Simon M.* Potter, Impulse response analysis in nonlinear multivariate models // *Journal of Econometrics*. 1996. Vol. 74. Is. 1. P. 119-147.
6. *Pesaran M. H., Shin Y.* An Autoregressive Distributed-Lag Modelling Approach to Cointegration Analysis // *Econometrics and Economic Theory in the 20th Century: The Ragnar Frisch Centennial Symposium*. 1998. Vol. 31 P. 371-413.