

МЕТОДИКА ПОИСКА МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

А. Д. Столяров, В. В. Гордеев, В. И. Абрамов

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва, Россия
E-mail: mr.alexst@gmail.com, vv@kinet.chem.msu.ru, viabramov@mephi.ru

В условиях быстрых изменений важно уметь принимать управленческие решения, учитывающие влияние многих факторов по многим критериям, характеризующим экономическую систему. При этом актуальны управленческие решения в соответствии с логикой «из будущего», поскольку в новых условиях только прошлый опыт не обеспечивает эффективного развития. Предложена методика поиска многокритериальных решений с использованием экономических математических моделей на основе нелинейного анализа чувствительности. Исследована точность данного метода на математических моделях разной степени размерности и нелинейности. Показана перспективность методики при выявлении значимых факторов, влияющих критерии эффективности и сокращении размерности при поиске многокритериальных решений.

METHOD FOR SEARCHING MULTICRITERIAL MANAGEMENT SOLUTIONS USING NONLINEAR ECONOMIC MATHEMATICAL MODELS

A. D. Stolyarov, V. V. Gordeev, V. I. Abramov

In conditions of rapid change, it is important to be able to make management decisions that take into account the influence of many factors according to many criteria characterizing the economic system. At the same time, management decisions are relevant in accordance with the logic “from the future”, since in new conditions only past experience does not ensure effective development. A methodology for searching multicriteria solutions using economic mathematical models based on nonlinear sensitivity analysis is proposed. The accuracy of this method was studied on mathematical models of varying degrees of dimensionality and nonlinearity. The methodology is shown to be promising in identifying significant factors that influence efficiency criteria and reducing dimensionality when searching for multi-criteria solutions.

В условиях растущей конкуренции на рынке и повышенного внимания к устойчивости, энергоэффективности и безопасности поиск эффективных многокритериальных решений для сложных экономических систем становится все более актуальным. Одна из характерных проблем заключается в том, что поставленные цели могут быть одновременно противоположными, противоречивыми или взаимодополняющими и при этом несколько критериев часто имеют одинаковую важность. Таким образом, задача многокритериального оптимального управления состоит в том, чтобы вычислить множество оптимальных компромиссных решений (множество Парето) между конфликтующими целями [1]. Поскольку набор Парето обычно состоит из бесконечного числа решений, вычислительные усилия могут быстро стать сложными, что особенно проблематично,

когда оценка целей требует больших затрат или, когда решение должно быть представлено очень быстро [2]. Важность подобных исследований обусловлена тем, что на практике встречается большое количество задач управления экономическими системами, представляющими собой нелинейные системы и требуется поиск эффективных решений по многим критериям. Актуальность обусловлена тем, что современный VANI-мир (акроним от английских слов: brittle – хрупкий, anxious – тревожный, nonlinear – нелинейный и incomprehensible – непостижимый) и экономическая среда для бизнеса стали нелинейными. В новых условиях принятие управленческих решений на основе прошлого опыта в логике экстраполяции становится неэффективным, следовательно, требуются новые подходы, базирующиеся на использовании данных с учетом предиктивной аналитики [3] и поиска многокритериальных решений [4]. В условиях возрастающих возможностей цифровизации все больше и больше бизнес-процессов и операций начинают поддаваться электронному отслеживанию. Растет объем собираемой информации и возможности по ее анализу. В этих условиях все более актуальной становятся задачи по математическому моделированию экономических процессов.

Методы многоцелевой (многокритериальной) оптимизации экономических систем с использованием математических моделей, со множеством противоречащих друг другу целей, таких как эффективность, надежность, стоимость и другие актуальны для поиска эффективных управленческих решений. При этом для динамических систем важно не только получить набор парето-оптимальных решений, но и понимать, насколько полученные решения чувствительны к изменению тех или иных факторов. Для этой цели предлагается использовать нелинейный анализ чувствительности на основе LP_t -последовательностей, который впервые был предложен в работе [5], затем был развит в работах Соболя И.М. [6], и в настоящее время активно используется во многих областях [7]. Нелинейность экономических систем и процессов требует специальных методов исследования, и данная методика дает такие возможности.

Обозначим целевые показатели, далее критерии эффективности y_j ($j = 1, 2, \dots, N$), тогда можно сказать, что $y_j = F_j(t, x_i)$, где $F_j(t, x_i)$ – цифровой двойник логистического процесса, который, как правило, является сложной системой типа «черный ящик», t – время, x_i ($i = 1, 2, \dots, M$) – факторы, влияющие на результат, при этом $x_i \in (a_i, b_i)$ с плотностью $w(x_i)$. Таким образом, задача сводится к поиску парето-оптимальных решений $y_j(t) \in (y_{j \min}(t), y_{j \max}(t))$, ($j = 1, 2, \dots, N$) по многим параметрам x_i ($i = 1, 2, \dots, M$).

Для эффективного поиска предлагается на первом этапе проанализировать влияние всех параметров на критерии эффективности и выделить три группы: А, В и С, где группа А – наиболее значимые параметры, В – средне значимые и С – слабо значимые. Для решения этой задачи можно использовать метод нелинейного анализа чувствительности на основе LP_t – последовательностей [13], при котором определяется чувствительность всех критериев эффективности y_j к изменению параметров x_i по формуле

$$s_{ij} = \frac{\sigma_{ij}^2}{\sigma_j^2}$$

где σ_{ij}^2 – частичная дисперсия критерия качества \mathbf{j} к изменению параметра \mathbf{i} . σ_j^2 – полная дисперсия критерия качества \mathbf{j} . В данном методе вычисление σ_{ij}^2 и σ_j^2 сводится к задаче численного нахождения интегралов [6].

Как показывают исследования на математических моделях различной степени нелинейности, наименьшая погрешность чувствительностей достигается путем вычисления многомерных интегралов с помощью LP_τ –последовательностей. Следует отметить, что сгенерированные при анализе чувствительности данные можно использовать для поиска парето-оптимальных решений.

Проведенный анализ чувствительности позволяет выделить наиболее значимые факторы, зафиксировав незначимые, и на этой основе проводить поиск парето-оптимальных решений. Обозначим множество найденных парето-оптимальных решений $x_{\alpha i}$, тогда отбор решений из этого множества проводится путем анализа устойчивости полученных решений к форс-мажорным ситуациям. Для этого определяются максимально допустимые (и/или минимально допустимые) значения критериев эффективности и новые области изменения параметров $x_i \in (c_i, d_i)$. При этом при выполнении анализа чувствительности все решения y_j , выходящие из области допустимых значений, убираются из множества решений $x_{\alpha i}$. Из полученного анализа чувствительности выбираются решения $x_{\beta i}$, наименее чувствительные к форс-мажорным изменениям. Если таких решений не окажется, то требуется провести новый цикл поиска парето-оптимальных решений, либо пересмотреть требования к критериям эффективности или области изменения параметров. Рекомендуется также провести анализ чувствительности полученного множества парето-оптимальных решений $x_{\beta i}$ к возможным неточностям и погрешностям δ_i , где $x_i \in (x_{\beta i} - \delta_i, x_{\beta i} + \delta_i)$.

Из проведенного анализа чувствительности критериев эффективности y_j формируется окончательное множество парето-оптимальных решений $x_{\gamma i}$. В случае, если это множество $x_{\gamma i}$ оказывается пустым, то требуется пересмотреть требования к погрешностям, либо рассмотреть новое множество парето-оптимальных решений. Как показывает опыт, использование анализа чувствительности позволяет понять влияние факторов на критерии эффективности и значительно улучшить качество принимаемых решений.

Генератор LP_τ был использован в данной статье при демонстрации подхода к поиску решений в многокритериальных экономических моделях. Данный генератор входит в пакет статистической обработки данных SciPy для языка программирования Python. При составлении алгоритма поиска оптимальных решений математических моделей использовались следующие библиотеки:

- SciPy (модуль Stats) – для генерации последовательностей псевдослучайных точек.
- Matplotlib – для построения графиков.
- Numpy и Pandas – для операций с массивами и таблицами.

- Statistics – для проведения статистических расчетов.

Основной задачей в процессе поиска экстремальных значений многокритериальных функций было сопоставление теоретического экстремального значения и значения, вычисленного с помощью применения подстановок псевдослучайных точек в модель. Тестирование подхода выполнялось путем варьирования:

- Числа переменных в модели (размерности задачи – рассматривались 5, 10, 15, 20, 30 и 40 переменных);
- Количества точек, используемых для решения модели (так как число точек в LP_t последовательностях кратно 2^n , брались наборы для $n \in [1, 20)$).

В каждом случае находилась такая точка из сгенерированного массива, координаты которой давали наиболее оптимальное значение функции. Эта аппроксимация оптимального значения функции сравнивалась с истинным оптимальным значением – при каждом значении количества точек для данного значения количества переменных. Таким образом, получалась последовательность отклонений вычисленного значения от теоретического для заданной размерности от $n = 1$ до $n = 19$. Такая последовательность демонстрировала уменьшение отклонения от теоретического оптимума функции с ростом количества точек и демонстрировала чувствительность метода к изменению количества точек.

Для улучшения наглядного представления полученных результатов отклонения представлялись не в виде абсолютных значений, а в виде порядка отклонения. Полученные результаты представлены на рис. 1. На представленном рисунке видна чувствительность различных моделей с различным количеством переменных к изменению числа точек, используемых для вычислений. Для более глубокого понимания сути происходящих процессов были также вычислены отклонения самих координат точек от теоретических значений, дающих оптимум. Для целей презентации брались только $n = 5, 12, 19$ для каждого из измерений. На рис. 2 каждая диаграмма соответствует функции с определенным числом измерений. На каждой диаграмме представлено по три графика, представляющих отклонение координат точки оптимума, найденного с помощью LP_t последовательностей от теоретического оптимума.

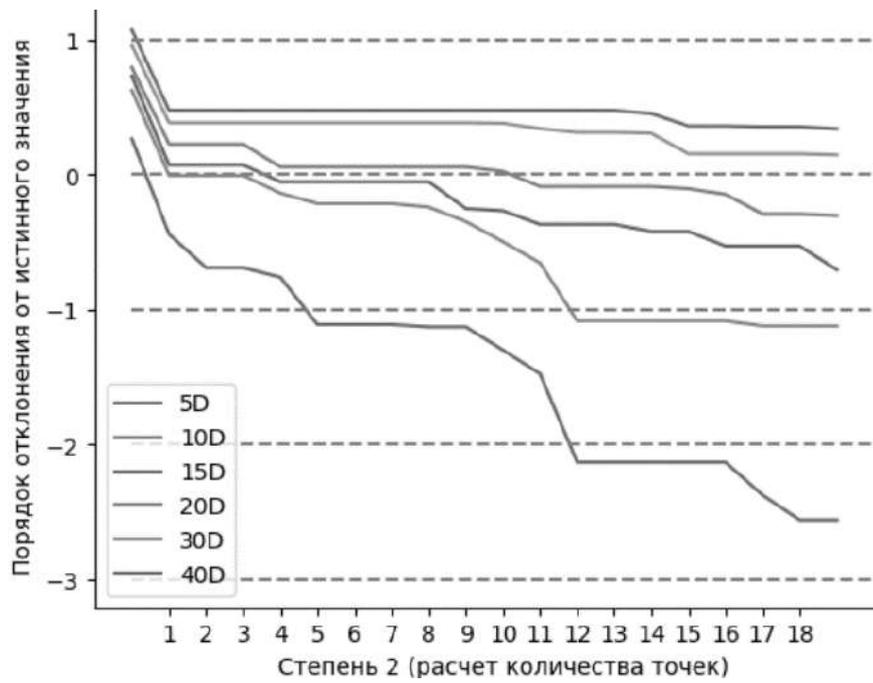


Рис. 1. Уменьшение отклонения от теоретического значения с ростом числа точек

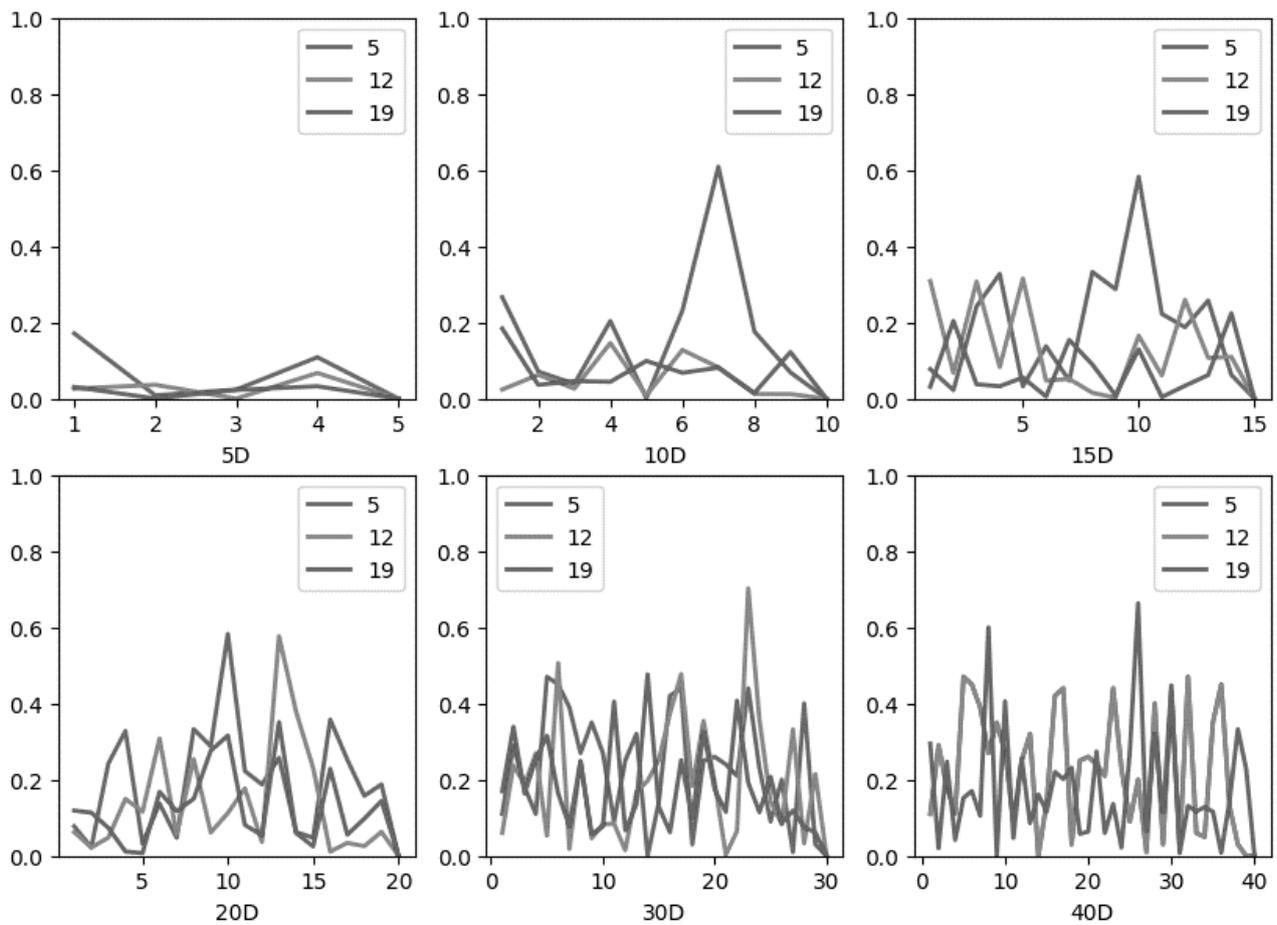


Рис. 2. Отклонение координат точки оптимума, найденной с помощью LPT последовательностей от теоретических значений для разного количества точек и разных размерностей моделей.

Как видно из графиков, не смотря на устойчивое снижение погрешности в вычислении значения функции с ростом числа точек (рис.1), отклонения внутри координат точек уменьшаются не столь выражено.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Reynoso-Meza G., Ferragud X. B., Saez J. S., Durá J. M. H.* Controller Tuning with Evolutionary Multiobjective Optimization: A Holistic Multiobjective Optimization Design Procedure // Springer: Cham, Switzerland. 2017.
2. *Peitz S., Dellnitz M.* A survey of recent trends in multiobjective optimal control-Surrogate models, feedback control and objective reduction // *Math. Comput. Appl.* 2018. Vol. 23. P. 30.
3. *Абрамов В. И., Гордеев В. В., Столяров А. Д.* Методика прогнозирования потребностей клиентов бизнес-экосистем на основе кластерного анализа // *Современные наукоемкие технологии.* 2023. № 6. С. 9-13.
4. *Столяров А. Д., Гордеев В. В., Абрамов В. И.* Методика поиска многокритериальных решений на основе цифровых двойников // *Экономика и управление.* 2023. Т. 29. № 7. С. 851-858.
5. *Абрамов В. И., Карташев А. П., Рошаль А. С.* Об одном методе нелинейного анализа чувствительности математических моделей. // *Журнал вычислительной математики и математической физики.* 1986. Т. 26. № 3. С. 469-474.
6. *Соболь И. М.* Глобальные показатели чувствительности для изучения нелинейных математических моделей // *Математическое моделирование.* 2005. Т. 17. № 9. С. 43-52.
7. *Song S, Zhou T, Wang L, Kucherenko S, Lu Z.* Derivative-based new upper bound of Sobol' sensitivity measur. // *Reliability Engineering and System Safety.* 2019. Vol. 187. P. 142-148.