

# **ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ ВОЛАТИЛЬНОСТИ БИРЖЕВОГО ИНДЕКСА**

**Н. А. Неклюдова**

*ЧОУ ДПО «Академия „Калашников“», Ижевск, Россия*  
E-mail: nekludovanatalia89@gmail.com

В работе рассмотрены биржевые данные спроса и предложения фьючерса на индекс РТС. Определена волатильность актива и методами глубокого обучения аппроксимированы параметры функции волатильности.

## **ESTIMATING PARAMETERS OF THE STOCK INDEX VOLATILITY FUNCTION**

**N. A. Neklyudova**

The paper examines exchange data on demand and supply of futures for the RTS index. The volatility of the asset was determined and the parameters of the volatility function were approximated by means of deep learning methods.

Ежедневно на рынках ценных бумаг происходит покупка и продажа тысяч активов. Многие трейдеры осуществляют внутридневную спекулятивную торговлю и предпочитают не сохранять актив на следующий день. Оценка параметра волатильности позволит снизить риски длительного владения опционами.

В работе рассматриваются данные спроса и предложения колл и пут опционов на фьючерс на индекс РТС, которые торговались на Московской бирже [1] в период с момента выпуска на биржу до 22 июля 2021 года, с датой экспирации 5 августа 2021 года, а также значения цен фьючерса на индекс РТС за аналогичный период. Данные фиксировались каждые 15 минут.

Данные формализованы в виде таблиц и содержат название объекта торговли, дату, время, максимальное и минимальное значение заявки, значение на начало и на конец временного периода и общее количество заявок в данный период времени. Всего рассмотрено 57 наиболее ликвидных активов, со значениями страйков от 40000 до 195000. Цена базового актива в текущий момент времени находится в районе 159000 пунктов.

Прежде, чем перейти к моделированию необходимо обработать данные. Для этого выберем лучшие заявки на покупку и продажу колл и пут опционов с различными страйками. Лучшей заявкой на покупку я считаю максимальную цену заявки (ask цена), сформированной в указанный период; лучшей заявкой на продажу (bid цена) – минимальную цену, соответственно, как для колл, так и для пут опционов. Именно по этим значениям на рынке мгновенно исполняется торговая сделка. Поэтому к дальнейшему анализу необходимо брать только эти значения.

В анализе необходимо учитывать то, что обработке подвергаются абсолютно все такие заявки, как исполненные, по которым были заключены контракты, так и не исполненные, которые существовали какое-то время лишь в виде заявки.

Отдельно для каждого значения данных необходимо подсчитать показатель времени до даты экспирации опциона. Его еще называют зрелостью опциона, или maturity (от англ. – зрелость). Время до даты экспирации считается, как отношение количества дней до даты экспирации к количеству дней в году.

После объединения всех данных в единый набор получили более 88 тысяч значений. Это значения даты, времени, цены опциона, матъюрити, а также цены базового актива, соответствующей указанному значению даты и времени.

Задачей следующего этапа является оценка параметра волатильности актива. Для этого рассмотрим модель ценообразования опционов Блэка-Шоулза ([1], стр. 228):

$$C(K, t) = F_t \cdot \Phi(d_+) - K \cdot \Phi(d_-), \quad d_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{\sigma^2 T}} \ln \ln \frac{F_t}{K} \pm \frac{\sqrt{\sigma^2 T}}{2} \quad (1)$$

где  $F_t$  - цена базового актива в момент времени  $t$ ,  $K$  - цена исполнения опциона,  $T$  – время до даты экспирации опциона,  $\sigma^2$  - волатильность базового актива,

$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy$  - функция Лапласа.

Будем считать, что на рынке устанавливаются справедливые цены на опционы и решим обратную задачу. Из формулы (1), используя метод дихотомии, вычислим значения волатильности. Волатильность более, чем 200% считаем ошибочной и из рассмотрения убираем.

Получившиеся значения волатильности варьируются в пределах от 1 до 199%, а в среднем составляют 33%. Подробная статистическая информация по полученным значениям приведена в таблице.

**Основные статистические показатели волатильности**

Общее кол-во	Среднее значение	Среднекв. отклонение	Мин. знач.	25% квант.	50% квант.	75% квант.	Макс. знач.
34286	0,33	0,1	0,01	0,28	0,31	0,36	1,99

На рис. 1 представлен трехмерный график волатильности – в зависимости от времени и цены исполнения.

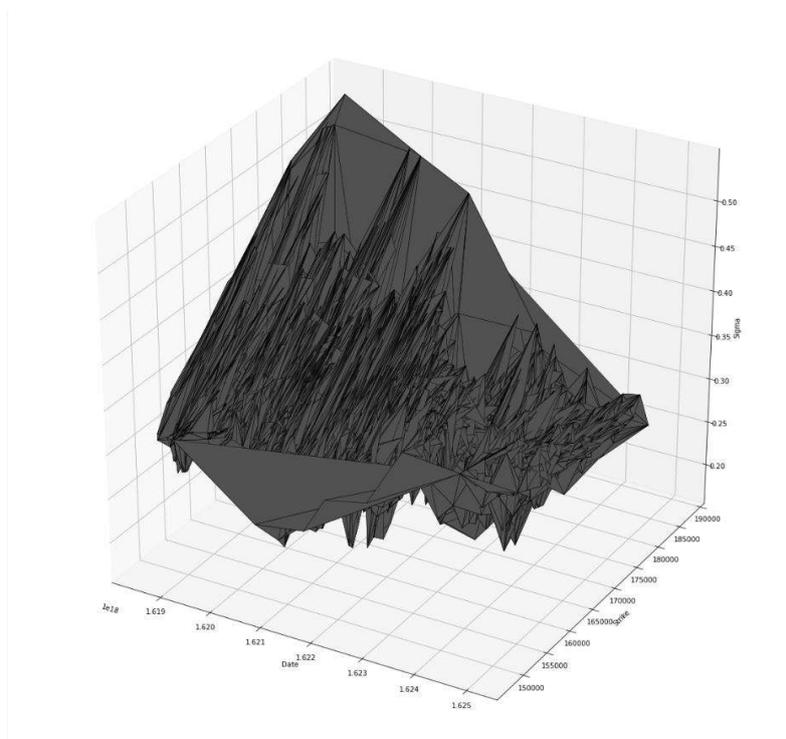


Рис. 1. Поверхность волатильности

Плоскость не удобна для анализа, поэтому на рис. 2 изображены подобранные значения волатильности в зависимости от цены исполнения в разные фиксированные периоды времени – слева за три месяца и справа за две недели до погашения актива.

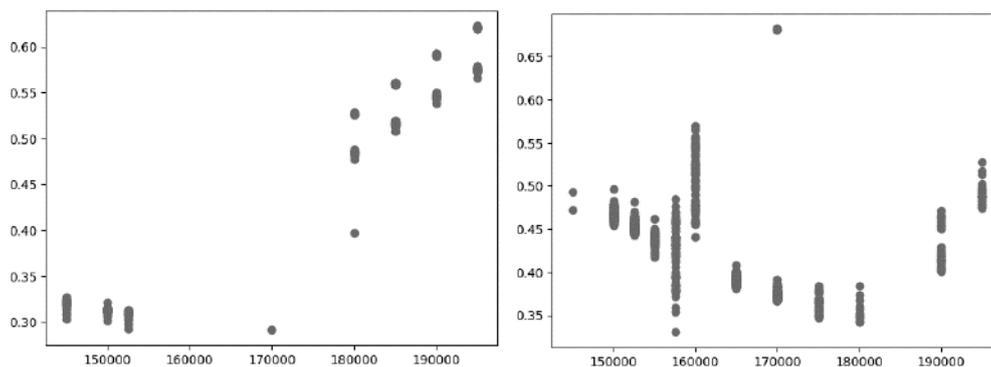


Рис. 2. Точечные значения волатильности

В результате мы наблюдаем классическое поведение волатильности в форме так называемой «улыбки» [3], когда на центральных страйках значения ниже, чем на крайних.

На следующем этапе аппроксимируем точечные значения волатильности квадратичной функцией и находим уравнение в явном виде. Для этого строится нейронная сеть с пятью скрытыми слоями с помощью фреймворка pytorch и обучается методом градиентного спуска на 20 эпохах. В качестве критерия обучения используется средняя квадратичная ошибка (MSE).

На рис. 3 представлен варианты аппроксимации данных квадратным трехчленом с уравнением функции  $f(x) = 0,3963x^2 - 2,1339x + 33,408$ . Подбор параметров функции производился по 200 биржевым данным, отсортированным по времени появления. Идея заключается в регулярном пересчете коэффициентов функции с учетом новых рыночных данных. Абсолютная ошибка для текущего сета данных варьируется от 0% до 9% и наблюдается на крайних значениях страйка.

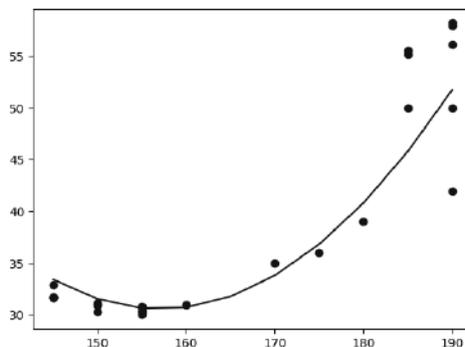


Рис. 3. Аппроксимация волатильности квадратным трехчленом

Результаты работы могут быть использованы как профессиональными участниками рынка ценных бумаг, так и частными инвесторами. Функция волатильности, определенная в явном виде, позволит построить стратегии владения опционом с динамическим гамма-хеджированием позиции.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Московская биржа. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.moex.com/?ysclid=lnefwa2215129111297> (дата обращения: 20.09.2023).
2. Лётчиков А. В. Лекции по финансовой математике: Учеб. пособие для вузов рек. УМО по образованию в обл. мат. методов в экономике / М. : Ижевск: Ин-т компьют. Исслед., 2004. 234 с.
3. Gatheral J. The Volatility Surface – A Practitioner’s Guide // John Wiley & Sons, Inc., Hoboken. 2006. P. 210.