Динамика неавтономного осциллятора при нелинейном адаптивном воздействии*

Д. А. Крылосова[1]✉, *Е. П. Селезнев*[1,2], *Н. В. Станкевич*[2,3]

[1]Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
[2]Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН
[3]Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Нижний Новгород
✉ krylosovadarina@gmail.com

В работе исследуется динамика осциллятора при адаптивном внешнем воздействии [1,2]. Математической моделью такой системы является уравнение гармонического осциллятора с гармоническим воздействием, в котором фаза воздействия $\varphi(x,t)$ зависит от динамической переменной:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = V sin(\varphi(x,t)). \tag{1}$$

где x – параметр группировки электронного пучка, α – коэффициент диссипации, ω_0 – собственная частота колебаний контура, A – амплитуда внешего воздействия.

Традиционно фазу внешнего воздействия представляют в виде $\Phi = \omega t + \varphi$, где ω – частота, а φ – начальная фаза воздействия, Φ – фаза внешнего воздействия. В этом случае либо частота $\omega(x)$, либо фаза $\varphi(x)$ зависят от динамической переменной. При зависимости частоты от переменной x уравнение (1) принимает вид:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = V sin(\omega t + \varphi(x)), \tag{2}$$

При зависимости начальной фазы от x уравнение (1) имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = V sin(\omega(x)t + \varphi), \tag{3}$$

В общем случае зависимость от x имеет сложный вид.

Целью данной работы является исследование динамики и структуры пространства управляющих параметров осциллятора с адаптивным

*Работа выполнена в рамках государственного задания.

воздействие в случае полиномиальной зависимости частоты и фазы внешнего воздействия от динамической переменной. Традиционно сложную зависимость от переменной представляют в виде степенного ряда. Для фазы в виде:

$$\varphi(x) = k_1 x + k_2 x^2 + k_3 x^3, \tag{4}$$

где k_1, k_2, k_3 – постоянные коэффициенты, $\varphi = 0$, уравнение (2) принимает вид:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = V sin(p\tau + k_1 x + k_2 x^2 + k_3 x^3), \tag{5}$$

где $\tau = \omega_0 t$ – безразмерное время, $p = \omega/\omega_0$ – нормированная частота внешнего воздействия. Зависимость частоты от x представляется в виде:

$$\omega(x) = \omega_0 + k_1 x + k_2 x^2 + k_3 x^3, \tag{6}$$

Уравнение (2) принимает вид:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = V sin((p + k_1 x + k_2 x^2 + k_3 x^3)\tau), \tag{7}$$

Анализ динамики исследуемых систем проводился на основе расчета спектра ляпуновских показателей.

В ходе численных исследований было показано, что в случае линейной зависимости фазы от динамической переменной в структуре пространства управляющих параметров наблюдается иерархия областей существования сложных режимов колебаний, типичная для неавтономного нелинейного осциллятора. Введение полиномиальной зависимости фазы от динамической переменной качественно не изменяет динамику системы, но существенно влияет на конфигурацию областей существования сложных режимов колебаний. В случае полиномиальной зависимости частоты от динамической переменной динамика системы качественно сохраняется, но существенно изменяется конфигурация областей существования сложных режимов колебаний.

Список литературы

1. *Е. П. Селезнев, Н. В. Станкевич* Хаотическая динамика в неавтономном осцилляторе с управляемой фазой внешнего воздействия. // Письма в ЖТФ. 2019. Т. 45, вып.2. С.59-62.
2. *Krylosova D. A., Seleznev E. P., Stankevich N. V.* Dynamics of Non-Autonomous Oscillator with a Controlled Phase and Frequency of External Forcing // Chaos, Solitons & Fractals. 2020. Vol. 134, No. 5. P. 109716. https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109716