

Аттракторы Шильникова в трехмерных отображениях, меняющих ориентацию*

Е. Ю. Каратецкая[✉], А. И. Шыхмамедов

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉ ekarateczkaya@hse.ru

В данной работе изучаются особенности гомоклинических аттракторов Шильникова в трехмерных диффеоморфизмах, меняющих ориентацию.

Напомним, что аттрактор называется гомоклиническим, если он содержит единственную неподвижную точку (состояние равновесия в случае потоковых систем) вместе с неустойчивым многообразием, см. [1, 2]. Как было показано в [3], такие аттракторы могут возникать в результате простых бифуркационных сценариев, и поэтому они часто встречаются в приложениях. Среди гомоклинических аттракторов трехмерных отображений так называемый дискретный аттрактор Шильникова, содержащий неподвижную точку типа седло-фокус с двумерным неустойчивым многообразием, интересен для исследований по двум причинам. Во-первых, он может возникнуть в результате достаточно простых сценариев, а во-вторых, он может быть гиперхаотическим (с двумя положительными показателями Ляпунова).

В качестве базовой модели, демонстрирующей различные типы аттрактора Шильникова, мы рассматриваем трехмерное отображение типа Эно:

$$\begin{cases} \bar{x} = y \\ \bar{y} = z \\ \bar{z} = Bx + Cy + Az - y^2 \end{cases} \quad (1)$$

в неориентируемом случае ($B < 0$). Отметим, что при $B = 0$ это отображение сводится к двумерному эндоморфизму, предложенному К. Мирá в 1965 году [4]. Поэтому, следуя логике авторов в работе [5], мы будем называть это отображение *трехмерным отображением Мирá*.

*Эта работа поддержана грантом Министерства науки и высшего образования РФ, соглашение № 075-15-2019-1931.

Мы показываем, что в зависимости от значений параметров A , C и B такие аттракторы могут быть трех возможных типов:

- гиперхаотический – с двумя положительными показателями Ляпунова (ЛП);
- потоковый – с одним положительным и одним очень близким к нулю ЛП;
- и просто хаотический – с одним положительным и двумя отрицательными ЛП.

Для всех типов аттракторов мы изучаем сценарии их появления в однопараметрических семействах.

Список литературы

1. *Gonchenko A., Gonchenko S.* Variety of strange pseudohyperbolic attractors in three-dimensional generalized Hénon map // *Physica D.* 2016. Vol. 337. P. 43–57.
2. *Gonchenko S., Gonchenko A., Kazakov A., and Turaev D.* Simple scenarios of onset of chaos in three-dimensional maps // *Int. J. Bifurcat. Chaos.* 2014. Vol. 24. 1440005.
3. *Gonchenko S. V., Gonchenko A. S., and Shilnikov L. P.* Towards scenarios of chaos appearance in three-dimensional maps // *Rus. J. Nonlin. Dyn.* 2012. Vol. 8. P. 3–28.
4. *Mira C.* Determination pratique du domaine de stabilité d'un point d'équilibre d'une récurrence nonlinéaire // *Comptes Rendus Acad. Sc. Paris, Serie A.* 1965. Vol. 261. P. 5314–5317.
5. *Gonchenko S. V., Gonchenko A. S., Kazakov A. O., and Samylina E. A.* On discrete pseudohyperbolic attractors of Lorenz type // arXiv preprint arXiv:2005.02778.