

## Синхронизация в мультиплексной сети хаотических осцилляторов с частотной расстройкой\*

*А. А. Елагин*✉, *Т. Е. Вадивасова*, *И. А. Шепелев*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

✉ elagin99@list.ru

Синхронизация в нелинейных системах является фундаментальным явлением и играет важную роль в поведении систем различной природы. Под синхронизацией понимается временная когерентность (полная или частичная) колебаний взаимодействующих систем. Это механизм самоорганизации систем. Синхронизация элементов приводит к возникновению кластерных структур в ансамблях и сетях. Возможность полной синхронизации пространственно-временной динамики взаимодействующих пространственно-распределенных систем предполагает их полную идентичность. В то же время в реальном мире элементы этих систем и связи между ними часто характеризуются определенной неоднородностью параметров. Классический эффект синхронизации – захват средних частот колебаний элементов – можно наблюдать и в двух взаимодействующих слоях мультиплексной сети, находящихся в режиме химерных состояний [1]. Однако для случая хаотической временной динамики химерного состояния, вынужденная частотная синхронизацию в ансамблях хаотических осцилляторов не наблюдается [2]. В настоящей работе исследуется взаимодействие и синхронизация слоев в двухслойной мультиплексной сети осцилляторов Ресслера, каждый из слоев находится в состоянии фазовой химеры и имеет частотную расстройку колебаний осцилляторов относительно друг друга. Данная система описывается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \varepsilon_l \dot{x}_i^l &= -y_i^l - z_i^l + \frac{\varepsilon_l \sigma_l}{2P_l} \sum_{m_l} (x_{m_l}^l - x_i^l) + \varepsilon_l \sum_{k=1}^2 \gamma_{kl} (x_i^k - x_i^l), \\ \varepsilon_l \dot{y}_i^l &= x_i^l + a y_i^l + \frac{\varepsilon_l \sigma_l}{2P_l} \sum_{m_l} (y_{m_l}^l - y_i^l), \\ \varepsilon_l \dot{z}_i^l &= b + z_i^l (x_i^l - c), \\ x_{i \pm N}^l(t) &= y_i^l(t), \quad y_{i \pm N}^l(t) = y_i^l(t), \quad z_{i \pm N}^l(t) = z_i^l(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $(x_i^l, y_i^l, z_i^l)$  – динамические переменные,  $l$  – номер слоя,  $l = 1, 2$ , ниж-

\*Работа поддержана РНФ, грант № 120-12-00119.

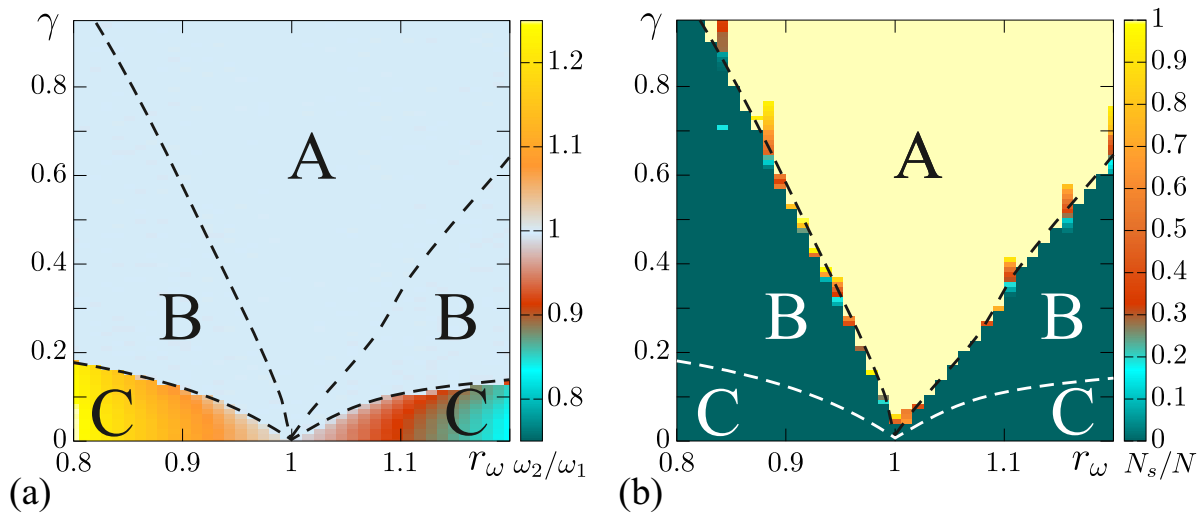


Рис. 1. Различные характеристики режимов в плоскости управляющих параметров (сила межслойной связи  $\gamma$ , параметр рассогласования частот  $r_\omega = \omega_{02}/\omega_{01}$ ): отношение средних частот  $\omega_2/\omega_1$  в слоях (а); отношение числа синхронизированных пар  $i$ -го осциллятора к числу  $N$  элементов в каждом слое (б); Области А, В и С соответствуют различным режимам работы сети: эффективная синхронизация структур в двух слоях (А), синхронизация только средних частот хаотических колебаний в двух слоях (В) и несинхронное поведение (В). Границы между областями обозначены пунктирными линиями. Параметры:  $a = 0.2$ ,  $b = 0.2$ ,  $c = 4, 5$ ,  $\sigma = 0.043$ ,  $P = 90$ ,  $N = 300$

ний индекс  $i$ , где  $i = 1, \dots, N$ , означает положение элемента в одномерной цепочке. Коэффициент  $\gamma_{kl}$  характеризует межслойную связь,  $l, k = 1, 2$ , каждый слой состоит из  $N = 300$  узлов.

Показано, что захват средней частоты во взаимодействующих слоях наблюдается уже при достаточно слабой межслойной связи даже при большом рассогласовании частот. В то же время частотная синхронизация не означает структурную синхронизацию. Моделирование показывает, что межслойная синхронизация происходит в заметно более узких диапазонах частотного рассогласования и силы межслойной связи, чем режим частотной синхронизации.

### Список литературы

1. Bolotov M. I., Smirnov L. A., Osipov G. V., Pikovsky A. Locking and regularization of chimeras by periodic forcing // *Physical Review E*. 2020. Vol. 102, no. 4. P. 042218.
2. Shepelev I. A., Vadivasova T. E External localized harmonic influence on an incoherence cluster of chimera states // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2020. Vol. 133. P. 109642.