

Бифуркационный анализ одномерного лоренцевского отображения при различных значениях сепаратрисной величины*

В. С. Воеводкин

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород

✉ vsvoevodkin@edu.hse.ru

В этой работе представлены результаты двухпараметрического бифуркационного анализа известного одномерного отображения Лоренца:

$$X_{n+1} = (-\mu + A|X_n|^\nu)\text{sign}(X_n). \quad (1)$$

Здесь μ – параметр расщепления сепаратрисы, ν – седловой индекс состояния равновесия ($\nu = \lambda/\gamma$, где γ и λ – ближайшие к нулю неустойчивое и устойчивое собственные значения седла), а A – сепаратрисная величина.

Напомним, что $\mu = 0$ соответствует гомоклинической бифуркации «восьмерка-бабочка» (когда существует пара гомоклинических петель седлового равновесия). Также обратим внимание, что мы называем седловое равновесие нейтральным, когда $\nu = 1$.

В соответствии с критерием Шильникова [1] при $\mu = 0, \nu = 1$ и $0 < |A| < 2$ существует открытая область в пространстве параметров с аттрактором Лоренца, удовлетворяющим условия геометрической модели Афраймовича–Быкова–Шильникова [2, 3], и прямая $\mu = 0, \nu = 1$ принадлежит ее границе.

В данной работе с помощью аналитического и численного бифуркационного анализа показано, что в зависимости от значений сепаратрисной величины A существуют три различных случая рождения области с хаотической динамикой в плоскости параметров (μ, ν) . А именно:

1. Если $0 < |A| < 1$, то к точке $(\mu, \nu) = (0, 1)$ примыкает только область с аттрактором Лоренца;

*Автор благодарит Алексея Казакова за постановку задачи и Клина Сафонова за ценные замечания.

2. Если $1 < |A| < 2$, то обе области с аттрактором Лоренца и квазиаттрактором (сжимающий аттрактор Лоренца) примыкают к $(\mu, \nu) = (0, 1)$;
3. При $|A| > 2$ только область с квазиаттрактором примыкает к $(\mu, \nu) = (0, 1)$.

Список литературы

1. *Shilnikov L. P.* The bifurcation theory and quasi-hyperbolic attractors // *Uspehi Mat. Nauk.* 1981. Vol. 36. P. 240–241.
2. *Afraimovich V. S., Bykov V. V. and Shilnikov L. P.* On the origin and structure of the Lorenz attractor // *Akademiia Nauk SSSR Doklady.* 1977. Vol. 234.
3. *Afraimovich V. S., Bykov V. V., Shilnikov L. P.* Attractive nonrough limit sets of Lorenz-attractor type // *Trudy Moskovskoe Matematicheskoe Obshchestvo.* 1982. Vol. 44. P. 150–212.