Использование моделей массового обслуживания при исследовании распределенных вычислительных систем студентами IT направлений

Карпенко О.С.[1], Тананко И.Е.[2]
[1]*oksana.karpenko.2000@mail.ru*, [2]*tanankoie.sgu@gmail.com*
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

Аннотация. Рассматривается открытая сеть параллельных систем массового обслуживания с делением и слиянием требований, которая может использоваться в качестве математической модели распределенных вычислительных систем для обучения студентов IT направлений навыкам научного исследования вероятностно-временных характеристик модели.

Ключевые слова: распределенные вычислительные системы, параллельные и распределенные вычисления, сети массового обслуживания с делением и слиянием требований.

В настоящее время область распределенных вычислений [1] охватывает все аспекты вычислений и доступа к информации через множество элементов обработки, соединенных любой формой коммуникационной сети, будь то локальная или глобальная сеть. С каждым годом наблюдается рост числа новых приложений, требующих распределенной обработки. Этому способствовали достижения в области сетевых и аппаратных технологий, снижение стоимости оборудования и повышение осведомленности конечных пользователей. Эти факторы привели к превращению распределенных вычислений в экономически эффективную, высокопроизводительную и отказоустойчивую реальность. В сочетании с не менее резким ростом в области беспроводных и мобильных сетях, а также резким снижением цен на пропускную способность и устройств хранения данных, наблюдается стремительный рост распределенных вычислительных систем и сопутствующий интерес к области распределенных вычислений в университетах, правительственных организаций и частных учреждений.

Достижения в области аппаратных технологий неожиданно сделали создание сенсорных сетей реальностью и такие сети быстро становятся неотъемлемой частью жизни каждого человека – от домашней сети с взаимосвязанными гаджетами до автомобиля, сообщающегося с помощью GPS (глобальной системы позиционирования), до полностью объединенного в сеть офиса с RFID-мониторингом. В формирующейся глобальной сети, распределенные вычислительные системы станут центральным элементом всех вычислений.

Практическая необходимость решения задач проектирования и анализа распределенных вычислительных систем и систем параллельной обработки объектов, определили высокую интенсивность развития теории и методов анализа систем и сетей массового обслуживания с делением и слиянием требований.

Так, например, в работах [2, 3] приводятся обзоры различных систем массового обслуживания вида fork-join. Главной особенностью для таких моделей является то, что требования разбиваются на фрагменты, которые обслуживаются на приборах системы параллельно, а после обслуживания

Информационные технологии в образовании. 2022. Вып 5

объединяются в исходное требование. Так же стоит отметить, что требования могут занимать все свободные обслуживающие приборы систем [4] или могут занимать лишь фиксированное количество систем обслуживания [3]. Для уменьшения длительности пребывания требований в сети может использоваться модель сети массового обслуживания с делением и слиянием требований, в которой возможно распределение фрагментов по системам [5]. Классические сети массового обслуживания вида fork-join обычно предполагают конкретную топологию, тогда как исследованию сетей вида fork-join с произвольной топологией посвящено очень мало работ [6].

В качестве математической модели распределенной вычислительной системы будем использовать сеть параллельных систем массового обслуживания с делением и слиянием требований.

Рассматривается открытая сеть массового обслуживания, состоящая из L параллельных систем обслуживания S_i, $i=1,...,L$, каждая из которых не имеет мест для ожидания. Из источника S_0 в очередь Q конечной длины B и с дисциплиной обслуживания FCFS поступает пуассоновский поток требований с интенсивностью λ_0. Требование ожидает в очереди Q до тех пор, пока в сети не окажется минимум K, $K \le L$, свободных систем обслуживания.

Если из источника поступает требование и в очереди Q нет свободных мест, то это требование возвращается в источник без обслуживания.

Если в очереди Q есть требование и имеется хотя бы K свободных систем среди L систем сети, то это требование выбирается из очереди, мгновенно разбивается на K фрагментов, каждый их которых занимает свободную систему, и начинает обслуживаться. После завершения обслуживания фрагменты некогда единого требования покидают системы обслуживания и ожидают завершения обслуживания последнего фрагмента требования. В момент завершения обслуживания последнего фрагмента требования, все фрагменты мгновенно объединяются в требование, которое считается обслуженным.

Длительность обслуживания фрагмента системой S_i, $i=1,...,L$, является экспоненциально распределенной случайной величиной с параметром μ.

Обозначим (m,n) – состояние сети массового обслуживания, где $m-$ число занятых фрагментами систем сети, $n-$ число требований в очереди Q, $\pi(m,n)$ – стационарное распределение вероятностей состояний сети обслуживания.

Математическое ожидание (м. о.) $\bar{n}$ числа требований в очереди на обслуживание и м. о. числа обслуживаемых фрагментов приборами $\bar{m}$ определяются из выражений

$$\bar{n}=\sum_{n=1}^{B} n\pi(m,n), \quad \bar{m}=\sum_{\forall m} m\pi(m,n).$$

В качестве примера рассмотрим сеть массового обслуживания, состоящую из $L=4$ систем, в очереди может находиться $B=4$ требований (рис. 1). Входящий в сеть поток требований является пуассоновским с параметром $\lambda_0 = 1$, длительности обслуживания фрагментов требования имеют экспоненциальное распределение с параметром $\mu = 1.2$, число фрагментов одного требования $K = 2$. Множество состояний сети с данными параметрами имеет вид

$$\{(0,0);(1,0);(2,0);(3,0);(4,0);(3,1);(4,1);(3,2);(4,2);(3,3);(4,3);(3,4);(4,4)\}.$$

Инфинитезимальный оператор

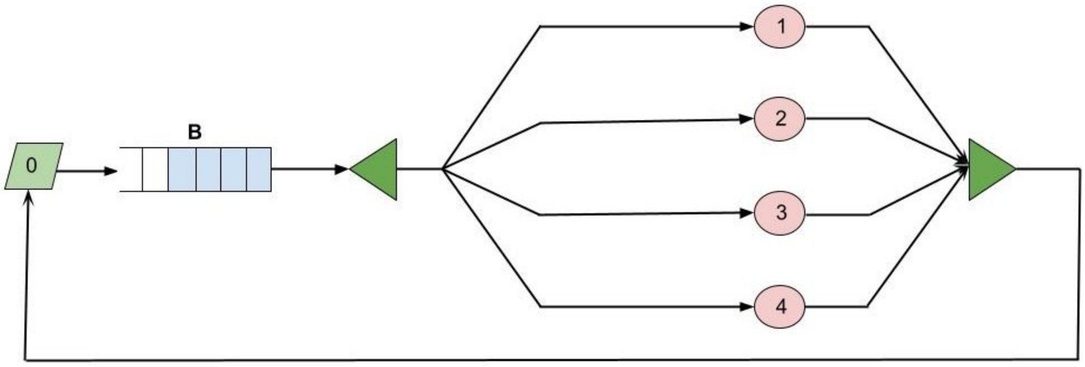
$$A=\begin{pmatrix}
-\lambda & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
\mu & -(\lambda+\mu) & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 2\mu & -(\lambda+2\mu) & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 3\mu & -(\lambda+3\mu) & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 4\mu & -(\lambda+4\mu) & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 3\mu & -(\lambda+3\mu) & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4\mu & -(\lambda+4\mu) & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3\mu & -(\lambda+3\mu) & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4\mu & -(\lambda+4\mu) & 0 & \lambda & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3\mu & -(\lambda+3\mu) & 0 & \lambda & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4\mu & -(\lambda+4\mu) & 0 & \lambda\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3\mu & -3\mu & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4\mu & -4\mu
\end{pmatrix}$$

Рис. 1. Сеть массового обслуживания с делением и слиянием требований

Тогда вектор $\pi(m,n)$ определяется из решения системы уравнений $\pi(m,n)A = 0$ и принимает вид:

$$\pi = (\pi(0,0) = 0.26629; \pi(1,0) = 0.2219; \pi(2,0) = 0.20341; \pi(3,0) = 0.11814;$$
$$\pi(4,0) = 0.066991; \pi(3,1) = 0.051426; \pi(4,1) = 0.02467; \pi(3,2) = 0.021138;$$
$$\pi(4,2) = 0.0095434; \pi(3,3) = 0.0085226; \pi(4,3) = 0.0037637; \pi(3,4) = 0.0034129;$$
$$\pi(4,4) = 0.0078411).$$

Математическое ожидание числа требований в очереди на обслуживание $\overline{n} = 0.191$, м. о. числа обслуживаемых фрагментов приборами $\overline{m} = 1.659$.



Приведенная в работе математическая модель может быть использована, в частности, в процессе исследования студентами различных реальных систем. Например, студенты направления 27.03.03. «Системный анализ и управление» могут использовать рассматриваемую модель при изучении таких дисциплин, как «Моделирование компьютерных систем и компьютерных сетей», «Модели и методы теории массового обслуживания» и «Теория систем и управление сложными системами».

Список литературы

[1] *Радченко Г.И.* Распределенные вычислительные системы / Г.И. Радченко. Челябинск: Фотохудожник, 2012. –184 с.
[2] *Горбунова А.В.* Обзор систем параллельной обработки заявок // Вестник РУДН. Серия: Математика. Информатика. Физика. 2017. Т. 25. №4. – С. 350–362.
[3] *Thomasian A.* Analysis of fork/join and related queueing systems // ACM Computing Surveys, July 2014, Vol. 47, No. 2, Article 17.
[4] *Осипов О.А.* Система обслуживания с делением и слиянием требований, в которой требование занимает все свободные обслуживающие приборы // Вестник РУДН. Серия МИФ. 2018. Т. 26. № 1. – С. 28-38.
[5] *Осипов О.А., Рогачко Е.С.* Анализ сети массового обслуживания с делением и слиянием требований и переходами фрагментов требований между системами. // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2019): Материалы XVIII Международной конференции имени А.Ф. Терпугова. Саратов, СГУ, 26-30 июня 2019 г. Томск: Изд-во НТЛ, 2019, часть 2. – С. 254-259.
[6] *Осипов О.А., Тананко И.Е.* Сети массового обслуживания произвольной топологии с делением и слиянием требований: случай бесконечноприборных систем обслуживания // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2017. Вып. 4. – С. 43–58.