УДК 517.518.43

О свойствах ядер нуль-рядов Уолша[1]

Т. Д. Козловская (Москва, Россия)
tdkozl2018@mail.ru

Доказывается теорема, устанавливающая свойство произвольной порции ядра нуль-ряда Уолша.

Ключевые слова: система Уолша, нуль-ряд, ядро нуль-ряда, приведенное ядро нуль-ряда, множество единственности.

Благодарности: работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-01-00584).

On properties of kernels of Walsh null-series[1]

T. D. Kozlovskaya (Moscow, Russia)
tdkozl2018@mail.ru

A theorem establishing a property of an arbitrary portion of the Walsh null-series is proved.

Keywords: Walsh system, null-series, kernel of null-series, reduced kernel of null-series, set of uniqueness.

Acknowledgements: this work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 20-01-00584).

Множество $E \subset [a, b)$ называется U-*множеством* или *множеством единственности* для рядов по системе $\{\phi_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$, $x \in [a, b)$, если из сходимости ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n \phi_n(x)$$

к нулю на $[a, b) \setminus E$ следует, что все коэффициенты этого ряда равны нулю.

Нетривиальный ряд, сходящийся к нулю почти всюду на $[a, b)$, называют *нуль-рядом.* Множество точек, где нуль-ряд не сходится к нулю, назовем *ядром нуль-ряда.* Множество точек, где

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} |S_n(x)| = +\infty,$$

назовем *приведенным ядром нуль-ряда.*

Н. К. Бари получен следующий результат: всякая порция ядра тригонометрического нуль-ряда содержит порцию приведенного ядра того же ряда; существует другой тригонометрический нуль-ряд, для которого ядром и приведенным ядром будут служить именно эти порции ядра и приведенного ядра данного нуль-ряда (см. [1], гл. XIV, с. 794).

Доказательство основной теоремы предваряют следующие утверждения.

Лемма. *Пусть B — ядро нуль-ряда Уолша, $\delta \subset [0,1)$ — произвольный интервал. Тогда множество E всех точек из порции $\delta(B)$, в каждой из которых подпоследовательность $S_{2^m}(x)$ частичных сумм этого нуль-ряда не ограничена, является несчетным.*

Теорема 1 (см. [2]). *Для любого интервала $(\alpha,\beta) \subset [0,1)$ и любой последовательности $p_n \downarrow 0$, $p_n \not\equiv 0$, существует функция $\lambda(x) \in L(0,1)$, отличная от нуля во всех точках (α,β), равная нулю во всех точках $[0,1) \setminus [\alpha,\beta)$ и такая, что ее коэффициенты Фурье–Уолша*

$$\widehat{\lambda}(n) = o(p_n).$$

Построив обобщенное формальное произведение (см. определение ОФП в [2]) исходного нуль-ряда Уолша на ряд Фурье–Уолша "локализующей" функции, получаем следующий основной результат.

Теорема 2. *Пусть B — ядро нуль-ряда Уолша. Для любой порции $\delta(B)$ можно построить другой нуль-ряд, для которого его приведенное ядро N, является множеством всюду плотным в $\delta(B)$. Каждая точка $\delta(B)$ является точкой конденсации для N.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] *Бари Н. К.* Тригонометрические ряды. М. : Физматгиз, 1961. 936 с.

[2] *Козловская Т. Д.* О произведении рядов Уолша–Пэли и его применении // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем., мех. 2002. № 3. С. 16–21.