

О корректной разрешимости интегро-дифференциальных уравнений с операторными коэффициентами в пространствах вектор-функций, голоморфных в угле¹

В. В. Власов (Москва, Россия)

victor.vlasov@math.msu.ru

Изучаются интегро-дифференциальные уравнения с неограниченными операторными коэффициентами в гильбертовом пространстве. Главной частью указанного уравнения является абстрактное параболическое уравнение, возмущенное вольтерровым интегральным оператором. Принципиальное отличие данной работы от имеющихся состоит в том, что мы рассматриваем и изучаем интегро-дифференциальные уравнения для вектор-функций, аргументы которых принимают значения в угловой области комплексной плоскости.

Ключевые слова: вольтерровы интегро-дифференциальные уравнения, голоморфная в угловой области вектор-функция, пространство Харди.

Благодарности: работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-01-00288).

On correct solvability of integro-differential equations with operator coefficients in spaces of vector-functions holomorphic in the angle¹

V. V. Vlasov (Moscow, Russia)

victor.vlasov@math.msu.ru

We study the integro-differential equations with unbounded operator coefficients in Hilbert space. The main part of this equation is an abstract parabolic equation perturbed by the Volterra integral operator. The fundamental difference between this work and the existing ones is that we consider and study integro-differential equations for vector functions, the arguments of which take values in the angular domain on the complex plane.

Keywords: Volterra integro-differential equations, holomorphic in the angular domain vector function, Hardy space.

Acknowledgements: this work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 20-01-00288).

Изучены классы $Re_2(S_\theta, H)$ и $W_2^n(S_\theta, A^n)$ функций со значениями в сепарабельном гильбертовом пространстве H , голоморфных в области $S_\theta = \{\tau \in \mathbb{C} : |\arg \tau| < \theta\}$. При этом класс $L_2(S_\theta, H)$ состоит из вектор-функций, для которых

$$\sup_{\varphi: |\varphi| < \theta} \int_0^\infty \|f(te^{i\varphi})\|^2 dt < \infty,$$

¹Статья опубликована на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY 4.0)

¹This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC-BY 4.0)

а класс $W_2^n(S_\theta, A^n)$ из вектор-функций, для которых

$$\sup_{\varphi: |\varphi| < \theta} \int_0^\infty \left(\left\| \frac{\partial^n}{\partial t^n} u(te^{i\varphi}) \right\|^2 + \|A^n u(te^{i\varphi})\|^2 \right) dt < \infty,$$

где A – самосопряженный положительный оператор в пространстве H , имеющий компактный обратный.

Показано, что снабженный соответствующей нормой класс $L_2(S_\theta, H)$ образует гильбертово пространство, а также установлен аналог теоремы Пэли-Винера для $L_2(S_\theta, H)$. Доказано, что снабженный соответствующей нормой класс $W_2^n(S_\theta, A^n)$ является гильбертовым пространством, установлен аналог теоремы о промежуточных производных и теоремы о следах. Установлена корректная разрешимость начальной задачи для интегро-дифференциального уравнения с операторными коэффициентами в пространстве $W_2^1(S_\theta, A)$, ранее изучавшегося в монографии [1], а также в работе [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Власов В. В., Раутиан Н. А. Спектральный анализ функционально-дифференциальных уравнений. М : МАКС Пресс, 2016. 488 с. ISBN 978-5-317-05443-4
- [2] Власов В. В., Раутиан Н. А., Шамаев А. С. Спектральный анализ и корректная разрешимость абстрактных интегродифференциальных уравнений, возникающих в теплофизике и акустике // Современная математика. Фундаментальные направления. 2011. Т. 39. С. 36–65.