

ОБОБЩЕННАЯ ЗАДАЧА КОММИВОЯЖЁРА

И. В. Немоляев

*Саратовский национальный исследовательский
государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Россия*
E-mail: megataiger@gmail.com

В данной статье рассмотрена многокритериальная задача оптимизации и описание её решения с помощью генетического алгоритма и методов многокритериальной оптимизации.

GENERALIZED TRAVELLING SALESMAN PROBLEM

I. V. Nemolyaev

This article describes a multicriteria optimization problem and a description of its solution using a genetic algorithm and multicriteria optimization methods.

Современные практические задачи становятся всё более требовательными к выполняемым условиям. Данный процесс охарактеризован развитием потребностей и появлением новых ограничений.

На практике решение задачи коммивояжёра приобретает более сложную форму, так как оптимальность может определяться многими факторами. Например, в обычной задаче ищется наиболее короткий маршрут, но помимо затрат на расстояние, на практике, может потребоваться оптимизировать денежные затраты, временные или учесть безопасность маршрута.

Определим задачу коммивояжёра для практического применения в наши дни. В качестве городов будем иметь в виду реальные города, расположенные на карте. Помимо расстояния между городами, следует учесть способы его преодоления. Выделим три основных вида транспорта: автомобиль, поезд и самолёт. Получим граф, в котором между вершинами находится по три ребра, характеризующих способ передвижения. Рёбра также будут содержать, помимо характеристики расстояния, затраты на дорогу, время преодоления маршрута, безопасность. Таким образом, условие задачи оптимизации приобретает многокритериальный характер.

Для решения данной задачи с помощью генетического алгоритма необходимо выполнить ряд преобразований над графом. Набор критериев выбора маршрута может меняться в зависимости от предпочтений: добраться как можно быстрее, дешевле, безопаснее. Таким образом, начальные условия будут определять дальнейшую работу с графом. В примере со стандартной задачей коммивояжёра целевая функция характеризовала расстояние маршрута. В данном случае, построение целевой функции не самая очевидная задача, так как помимо расстояния от одного города до другого присутствуют характеристики, ценность которых может быть выше, чем длина пройденного пути. Таким образом, прежде чем искать решение задачи, необходимо привести граф к более

простому виду.

Например, если требуется найти маршрут, для которого затраты на поездку будут наименьшими, то в качестве функции приспособленности целесообразно взять сумму затрат на маршрут. Так как от одного города до другого существует более одного варианта способа передвижения, становится сложнее подсчитывать значение целевых функций для последовательностей.

Можно оставить граф в первоначальном виде и при подсчёте целевых функций для особой популяции выбирать более предпочтительный маршрут. Альтернативный способ – исключить неудовлетворяющие условию варианты передвижения перед запуском алгоритма.

Несмотря на добавляющуюся квадратичную сложность алгоритма при втором способе, выполнять вычисления целевой функции будет значительно легче, и задача примет вид классической задачи коммивояжёра. Дополнительные затраты возникают в момент оптимизации выбора конечного транспорта, так как следует перебрать все возможные пары рёбер и выделить один из вариантов транспорта. Также стоит отметить, возможные излишки при нахождении решения первым способом, так как в случае повторения пары городов в маршруте, выбор транспорта будет снова определяться, хотя ранее уже был выполнен.

Тем не менее, можно избежать данных издержек с помощью сохранения результатов выбора для пар, но это влечёт за собой организацию дополнительной логики и выделения памяти под этот процесс, что в случае малой выборки городов и большого числа итераций делает алгоритм избыточным. Тривиальнее будет оптимизировать граф, исключив для пар городов те виды транспорта, которые не удовлетворяют критериям задачи. Для исключения рёбер между парами следует использовать методы многокритериальной оптимизации.

Многокритериальная оптимизация – это процесс одновременной оптимизации двух или более конфликтующих целевых функций в заданной области определения [1]. В случае обобщённой задачи целевыми функциями будем считать совокупность характеристик того или иного вида транспорта.

В зависимости от условий задачи, будет выбираться критерий отбора вида транспорта для передвижения из одного города в другой. Самый тривиальный случай --- выбор одного критерия. Тогда выделяется конкретная характеристика и сравнивается между кандидатами и в зависимости от условия нахождения экстремума (менее затратный по времени, более безопасный и т.д.) выбирается подходящий, остальные отсеиваются [2].

Сложнее ситуация обстоит с неопределёнными критериями, когда в качестве оптимальных характеристик выбирается две или более. В таком случае, нельзя однозначно выделить подходящего кандидата, так как важен подход к его отбору.

Один из наиболее простых способов определения подходящего кандидата является лексикографический порядок. Характеристики сортируются в порядке важности (самый важный, менее важный и т.д.), после чего последовательно применяются для определения наиболее подходящего. Например, при поездке

из города A в город B важной характеристикой транспорта стало время, проведённое в поездке, менее важной – затраты на перемещение. Таким образом, в рамках определённого порядка важности критериев, очевидно, что автомобиль и поезд будут исключены при проверке первого критерия. Тем не менее, не стоит забывать, что в действительности траектория маршрута может сильно сказаться на многих характеристиках транспорта. Например, отсутствие прямого авиасообщения между населёнными пунктами. Тогда перелёт не только может затянуться, но и стать более затратным. Также стоит отметить, что в случае совпадения одного критерия, всегда можно продолжить сравнительную характеристику за счёт другого. К примеру, время в дороге будучи за рулём и перемещение на поезде оказались равными, но в рамках затрат на перевозку стало очевидным, что поездка на машине обойдётся дороже.

Более универсальный подход – использование критерия оптимальности. Вектор решения $\bar{x}' \in S$ называется оптимальным по Парето, если не существует $\bar{x} \in S$ такого, что $f_i(\bar{x}) \leq f_i(\bar{x}')$ для всех $i=1, \dots, k$ и $f_i(\bar{x}) < f_i(\bar{x}')$ для хотя бы одного i [3]. Множество оптимальных по Парето решений можно обозначить как $P(S)$. Целевой вектор является оптимальным по Парето, если соответствующий ему вектор является оптимальным по Парето. Множество оптимальных по Парето целевых векторов можно обозначить как $P(Z)$.

Используя критерий оптимальности, можно задать равенство для характеристик транспорта, исходя из условий поставленной задачи:

$$f_{x_i} = \alpha_1 x_{i_1} + \dots + \alpha_n x_{i_n}$$

После формирования критерия, представляется возможным провести оптимизацию выбора транспорта, путём нахождения минимума среди полученных значений функции f .

В результате, для нахождения решения обобщённой задачи коммивояжёра можно использовать следующий алгоритм:

1. Исходя из условий задачи, задаётся критерий оптимальности выбора транспорта;
2. Преобразуется граф, исключая неудовлетворяющие критерию варианты перевозок;
3. Получившийся граф рассматривается как классическая задача коммивояжёра и применяется генетический алгоритм.

Несмотря на трудности использования генетического алгоритма в многокритериальных задачах, при должном определении функции приспособляемости и использования методов многокритериальной оптимизации становится возможным свести обобщённую задачу к классической.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Многокритериальная оптимизация // Википедия [Электронный ресурс]. URL: <https://ru.wikipedia.org/?curid=3596618&oldid=114186315> (дата обращения: 13.05.2021).
2. *Лото А. В., Поспелова И. И.* Конспект лекций по теории и методам многокритериальной оптимизации / учеб. пособие. М., 2014. 127 с.
3. *Ногин В. Д.* Множество и принцип Парето / учеб. пособие. СПб. : Издательско-полиграфическая ассоциация высших учебных заведений, 2020. 100 с.