Новый тип манипулятивных заданий в геометрии как ресурс для учебного моделирования в информатике

Пантуев А.В.
klu@mail.ru
Специализированный Учебно-Научный Центр (СУНЦ) МГУ, г. Москва

Описан важный подтип манипулятивных компьютерных заданий типа «Черный ящик» – задания на совмещение фигур. Обсуждается опыт подготовки таких заданий

в практикуме школьного курса информатики.

В рамках стандартного курса информатики есть тема «математичекое моделирование». Большая часть учебников ограничивается теоретическим материалом, есть редкие пособия практической направленности, и уж совсем редко – исследовательской. Обычно последние заметно выходят за пределы школьного курса, и ближе к материалам для ВУЗов. А между тем давно известны компьютерные среды, в которых моделирование базируется на школьном курсе геометрии и алгебры, и вполне доступно школьникам, ориентирующимся в пройденном материале за 8-9 класс [1-2]. Есть и опыт построения таких моделей, он описан в [3]. Мы остановимся на одной такой модели, вне компьютерной среды просто невозможной, но очень характерной как пример модели типа «черный ящик» [4]. Ее рабочее название — модель «совмести треугольники»[5]. В заключение кратко опишем опыт работы школьников по синтезу моделей этого типа.

Тип моделей «Черные ящики»

Этот тип описан в [4]. В них обычно требуется, проведя эксперименты (выбор их за учащимися), уловить характер связей в модели, и использовать его для решения задачи, быть может, манипулятивной. Построенная нами модель именно такова – геометрические свойства построенных на экране («циркулем и линейкой») фигур скрыты. Это сделано через скрытие, то есть отключение видимости некоторых построений на экране. Остаются видимыми только шесть точек, которые соединены отрезками и выглядят как два треугольника.

Ставится задача: перемещая мышкой данные шесть точек, добиться полного наложения треугольников (конечно, с заранее подобранной точностью).

Простой пример

Три точки для первого треугольника выбраны так: две точки определяют отрезок, а третья лежит на перпендикуляре к одному из концов отрезка. То есть две первые точки свободны, а третья может перемещаться только по заданной первыми двумя точками прямой. Прямая (и другие, если они есть) построения скрыты, три точки соединены отрезками, и внутренняя область закрашена, скажем, синим. Это прямоугольный треугольник.

Для второго треугольника выберем две свободные точки, а третью возьмем на серединном перпендикуляре к отрезку, соединяющему первые две. И так же соединим точки отрезками и закрасим внутренность треугольника, скажем, красным цветом. Конечно, практически при любых положениях точек мы получим равнобедренный треугольник.

Если не догадаться, когда могут совпасть равнобедренный и прямоугольный треугольники, двигать точки интуитивно придется немного дольше! Конечно, сначала надо убедиться (тоже манипулятивно!), что перед нами действительно равнобедренный и прямоугольный треугольники.

Более сложные примеры

Подбирая фигуры, можно подобрать конфигурации, наталкивающие на использование тех или иных геометрических свойств фигур, вписанных и описанных окружностей, параллельных, перпендикуляров, симметрий и т.п.

Задача сильно усложнится, если точки первого треугольника прямо влияют на положение точек второго треугольника, и наоборот. Тут можно предложить подсказку, убрав невидимость части построений. Может быть, и вторую подсказку, если задача сложная.

Что дает работа с геометрическим тренажером?

Прежде всего, эти задания развивают геометрическое воображение. Геометрические свойства, изучаемые с некоторой степени абстракции, в своем конкретном воплощении нуждаются в узнавании и назывании. Даже если название забылось, образ движения точек и линий запоминается и манипулятивно используется, благодаря врожденным механизмам зрения и ориентации, включающих и механические движения по окружности (суставы). Конечно, память на движения у всех разная, но опыт показывает, что при должном упорстве даже некоторые школьники младших классов могут интуитивно решить все наши задачи, хотя времени это занимает очень много.

Кроме того, очень значимой является возникающая при работе потребность назвать узнанное геометрическое свойство, хотя здесь важна помощь преподавателя.

Расширение геометрического содержания заданий

Кроме треугольников, много лет использовались задания на совмещение четырехугольников. Это расширяет геометрическую базу до свойств четырехугольников, занимающих достаточно большое место в школьном курсе геометрии. Конечно, можно подобрать и другие наборы фигур, если это будет целесообразным.

Используемые компьютерные среды

В начале 2000-х мы использовали «Живую Математику» (ИНТ, локализованная версия Geometer's SketchPad). Сейчас используем «1С Матконструктор» [4], можно использовать и Геогебру, хотя работать с ней в этой области немного сложнее. Пример готовой модели, подготовленной в 1С Математическом Конструкторе – 8, можно посмотреть в [5].

Математические модели, которые строят школьники

Конечно, математический уровень школьников должен быть выше среднего – иначе им будет просто неинтересно строить такие модели. При этом особых навыков программирования от них, наоборот, не требуется – визуальное программирование, используемое в упомянутых средах, довольно легко осваивается учащимися (кроме, пожалуй, Геогебры, которая требует особого подхода). С другой стороны, школьникам математических классов неинтересно строить относительно простые задания, которые на практике как раз пользуются спросом. Они часто стремятся усложнить задание до максимума, так что не всегда и сами способны с ним справиться за обозримое время. По нашему опыту, решающим аргументом в выборе сложности задания должно быть полное время его подготовки, то есть время написания и отладки плюс время тестирования (обычно на себе и на соседях). Обычно требование полностью закончить задание за урок (пару) охлаждает излишний энтузиазм. Занятия по моделированию проводились в рамках спецкурса СУНЦ МГУ в 2001-2020 г.г. Некоторые модели, построенные учащимися, отражены в [3].

Компьютерные среды дают возможность учащимся строить модели, ранее недоступные, и дает возможность объединить учителей и учащихся в математическом поиске на новом уровне. Роль современных компьютерных сред и методик поискового типа можно сравнить с появлением в матклассе школы аналога богатого физического (или химического) кабинета.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №19-29-14217.

Список литературы

[1] *Пантуев А.В.* О выборе учебной математической компьютерной среды, Саратов, 2017, https://istina.msu.ru/publications/article/89960203/

[2] *Пантуев А.В.* Синтез заданий и декомпозиция динамической учебной модели, Троицк, 2015, https://istina.msu.ru/publications/article/15048728/

[3] *Пантуев А.В.* Методические проблемы построения элективного курса-практикума по математическому моделированию, рукопись, 2007 г. http://klu.narod.ru/diss1-053-3.html

[4] *Дубровский В.Н.* и др. «Математический конструктор», официальный сайт, 2021, https://obr.1c.ru/mathkit/

[5] *Пантуев А.В.* Совмести треугольники, личный сайт, 2021, https://horohoro.ru/collmodels/threeangles_p.html