К ЗАДАЧЕ МИНИМИЗАЦИИ ФУНКЦИИ ИЗДЕРЖЕК И МАКСИМИЗАЦИИ ПРИБЫЛИ ПРЕДПРИЯТИЯ

Л. В. Борисова, К. А. Киреева

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Россия
E-mail: lvborisova27@gmail.com, kireevaksu@gmail.com

Исследуется задача минимизации функции издержек и максимизации прибыли в условиях неопределённости. Доказана теорема для задачи по выбору ограниченного сверху объема застрахованных портфелей, максимизирующего прибыль с учётом оптимальной функции рисковых издержек. Получены условия, при которых темп роста издержек будет равен темпу роста дохода.

TO THE PROBLEM OF MINIMIZING THE COST FUNCTION AND MAXIMIZING THE PROFIT OF THE ENTERPRISE

L. V. Borisova, K. A. Kireeva

In the present work has been studied influence problem of minimizing the cost function and maximizing the profit in uncertainty conditions. The theorem was proved for the problem of choosing an upper-bounded volume of insured portfolios. Portfolios maximize profits taking into account the optimal risk cost function. In the work, conditions are obtained under which the growth rate of costs will be equal to the growth rate of income.

Проблема промышленной безопасности становится всё более актуальной. Развитие промышленного комплекса должно происходить вместе с развитием систем безопасности, направленных на снижение риска наступления непредвиденного случая, следствием которого являются незначительные издержки владельца предприятия, а так же масштабные катастрофы. Промышленные риски, возникающие в деятельности предприятий можно разделить по уровням: от рисков с выходом на мировой рынок до рисков на уровне самого предприятия [1].

Тогда актуальным становится анализ поведения руководства в условиях неопределённости, влияния периодичности ремонта и замены оборудования, сбоев в логистических операциях и т.д. Промышленный риск трактуется как некоторый технологичный фактор вероятностного характера, приводящий к дополнительным издержкам.

Рассмотрим предприятие, производящее некоторую продукцию с использованием промышленного оборудования. Прибыль компании в этом случае будет равна $P = R - F$, где R – доход и F - затраты предприятия.

В качестве элемента дохода следует рассматривать и возможные поступления от страховой компании в виде страхового возмещения, которое предприятие получит при наступлении страхового случая. Рассмотрим доход предприятия: $R = d * \Theta + EX$, где Θ - объем произведенной продукции, d – цена единицы продукции, E - размер страхового возмещения после наступления страхового случая, X - вероятность наступления страхового случая.

Затраты представим в виде суммы. $F = F_\Theta + F_D + KX$, где F_Θ - затраты, обусловленные производственным процессом (постоянные и переменные), F_D - затраты на безопасность и K - размер ущерба.

$F_D = p + f + D$, где p - страховая премия, D - отчисления в фонд самострахования и f - отчисления на предупредительные мероприятия.

Риск может возникнуть в любой сфере деятельности и может угрожать целевому выполнению различных организационных процессов, в первую очередь связанных с производством товаров и услуг, их реализацией.

Задача состоит в том, чтобы наиболее эффективно распределить денежные средства на различные мероприятия по управлению рисками так, чтобы уровень безопасности повысился или сохранил прежнее значение, а также максимизировать прибыль предприятия: $P = R - F \longrightarrow \max$.

Пусть $f(\Theta)$ - неотрицательная, вещественная, ограниченная сверху функция добровольных издержек предприятия. Задача минимизации функции общих издержек имеет вид:

$$\begin{gathered} f^*(\Theta) = \arg\min \Phi(\Theta, f(\Theta)), \text{ где} \\ \Phi(\Theta, f(\Theta)) = C(\Theta) + f(\Theta) + V(\Theta, f) + M(V(\Theta, f)), \\ \Theta^* = \arg\max P(\Theta, f^*(\Theta)). \end{gathered} \qquad 1)$$

Здесь:
P - прибыль фирмы,
Θ - мощность (объём) производства,
R - доход фирмы,
d - цена продукции,
Θ^* - оптимальное значение Θ ,
$C(\Theta)$ - функция издержек на производство,
$\Phi(\Theta, f)$ - функция всех издержек,
$f(\Theta)$ - функция добровольных рисковых издержек,
$M(V(\Theta, f))$ - страховая премия,
$V(\Theta, f)$ - функция внутреннего ущерба.

При этом, страховая премия имеет вид: $M(V) = \alpha * Tst * V(\Theta, f)$, где α - это доля ущерба, передаваемого на страхование, Tst - тарифная ставка страхования [2].

Рассмотрим функцию ожидаемого внутреннего ущерба $V(\Theta, f)$ в виде равенства: $V(\Theta, f) = e^{-f\xi}\chi(\Theta)$, $\xi \in (0,1]$, $e^{-f\xi}$ - плотность экспоненциального распределения вероятности значений f как случайной величины на возмещение потерь от рисков при условии, что затрат на предупреждение риска не было.

Функция производственных издержек и функция ущерба имеют вид:

$$C(\Theta) = B\Theta^{\beta}, \beta \in (1,2], B > 0,$$

$$V(\Theta, f) = \chi(\Theta)e^{-f\xi}, \xi \in (0,1], 0 \le \chi(\Theta)'_{\Theta}.$$

Где ξ - срок службы оборудования, $\chi(\Theta)$ - функция ущерба, β - показатель эластичности производства по отношению к труду, B - технологический коэффициент (совокупность факторов, влияющих на выпуск продукции, за исключением затрат труда и капитала) [3].

Для задачи по выбору ограниченного сверху объема застрахованных портфелей, максимизирующего прибыль с учётом оптимальной функции рисковых издержек может быть сформулирована следующая

Теорема.

Для непрерывно дифференцируемых функций f, χ, C решением задачи (1) является функция

$$d = B\beta\Theta^{\beta-1} + \frac{\chi'_{\Theta}}{\xi\chi(\Theta)} + e^{-f\xi}\chi'_{\Theta} + \alpha Tste^{-f\xi}\chi'_{\Theta}$$

если выполняется

$$B\beta(\beta-1)\Theta^{\beta-2} - \frac{(\chi'_{\Theta})^2}{\xi\chi(\Theta)^2} - \frac{\chi''_{\Theta\Theta}(1+\alpha Tst)}{\xi\chi(\Theta)} < 0.$$

Таким образом, функция прибыли $f^*(\Theta)$ будет иметь максимальное значение.

Доказательство

Определим значение объема страхования Θ^*, при котором функция прибыли достигает максимального значения. Для этого найдём частную производную по Θ функции

$P(\Theta, f) = R(\Theta) - \Phi(\Theta, f^*(\Theta))$ и найдём её экстремум.

Имеем

$$P(\Theta, f)'_{\Theta} = R'_{\Theta}(\Theta) - \Phi'_{\Theta}(\Theta, f^*(\Theta)) = 0,$$

$$R(\Theta) = d\Theta,$$

$$(d\Theta)'_{\Theta} = \Phi'_{\Theta}(\Theta, f^*(\Theta)).$$

То есть прибыль будет максимальной, если темп роста издержек будет равен темпу роста дохода.

$$d = C(\Theta)'_{\Theta} * f^*(\Theta)'_{\Theta} + V(\Theta, f^*)'_{\Theta} + M(V(\Theta, f^*))'_{\Theta} = \Phi(\Theta, f^*)'_{\Theta},$$

$$d = B\beta\Theta^{\beta-1} + \frac{\chi'_{\Theta}}{\xi\chi(\Theta)} + e^{-f\xi}\chi'_{\Theta} + \alpha Tste^{-f\xi}\chi'_{\Theta}.$$

Полагаем, что $f = f^*$, где $f^*(\Theta) = \frac{1}{\xi}\ln(\xi\chi(\Theta)(1+\alpha Tst))$ получим:

$$d = B\beta\Theta^{\beta-1} + \frac{\chi'_{\Theta}}{\xi\chi(\Theta)} + \frac{\chi'_{\Theta}}{\xi\chi(\Theta)} + \frac{\alpha Tste^{-f\xi}\chi'_{\Theta}}{\xi\chi(\Theta)},$$

$$d = B\beta\Theta^{\beta-1} + \frac{\chi'_{\Theta}}{\xi\chi(\Theta)}(2+\alpha Tst).$$

Проверим выполнение достаточного условия максимума для функции $P(\Theta, f)$

$$P''_{\Theta\Theta}(\Theta, f) = R''_{\Theta\Theta} - \Phi''_{\Theta\Theta}(\Theta, f) < 0.$$

$$P''_{\Theta\Theta}(\Theta, f) = B\beta(\beta-1)\Theta^{\beta-2} + \frac{\chi''_{\Theta\Theta}\xi\chi(\Theta) - \xi(\chi'_{\Theta})^2}{(\xi\chi(\Theta))^2} - \chi''_{\Theta\Theta}e^{-f\xi} - \alpha Tst\chi''_{\Theta\Theta}e^{-f\xi},$$

$$P''_{\Theta\Theta}(\Theta, f) = B\beta(\beta-1)\Theta^{\beta-2} + \frac{\chi''_{\Theta\Theta}}{\xi\chi(\Theta)} - \frac{(\chi'_{\Theta})^2}{\xi(\chi(\Theta))^2} - \chi''_{\Theta\Theta}e^{-f\xi} - \alpha Tst\chi''_{\Theta\Theta}e^{-f\xi},$$

$$P''_{\Theta\Theta}(\Theta, f) = B\beta(\beta-1)\Theta^{\beta-2} + \frac{\chi''_{\Theta\Theta}}{\xi\chi(\Theta)} - \frac{(\chi'_{\Theta})^2}{\xi(\chi(\Theta))^2} - \chi''_{\Theta\Theta}e^{-f\xi}(1+\alpha Tst).$$

С учётом, что $f = f^*$ имеем:

$$P''_{\Theta\Theta}(\Theta, f) = B\beta(\beta-1)\Theta^{\beta-2} - \frac{(\chi'_{\Theta})^2}{\xi(\chi(\Theta))^2} - \frac{\chi''_{\Theta\Theta}(1+\alpha Tst)}{\xi\chi(\Theta)}.$$

Достаточное условие максимума функции действует при Θ, удовлетворяющих:

$$B\beta(\beta-1)\Theta^{\beta-2} - \frac{(\chi_{\Theta}')^2}{\xi\chi(\Theta)^2} - \frac{\chi''_{\Theta\Theta}(1+\alpha Tst)}{\xi\chi(\Theta)} < 0.$$

Исследовано влияние вида функции $V(\Theta, f) = \chi(\Theta)e^{-f\xi}$ на границы области допустимых значений параметров функций издержек B, β, ξ в пределах которых уравнение

$$d = B\beta\Theta^{\beta-1} + \frac{\chi'_{\Theta}}{\xi\chi(\Theta)} + e^{-f\xi}\chi'_{\Theta} + \alpha Tste^{-f\xi}\chi'_{\Theta}$$

имеет неотрицательное решение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Качалов Р. М., Слепцова Ю. А.* Качество управления предприятием и феномен экономического риска: в 2 т. СПб: «Реальная экономика», 2016. 15-19 с.

2. *Ростова Е. П.* Моделирование управления промышленными рисками // Сборник трудов XIII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ. 2019 М. : Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова . 2019. 3289 с.

3. *Уолтерс А. А.* Производственные функции и функции затрат: в 2 т. Вехи экономической мысли. Теория фирмы - СПб: Экономическая школа, 1999. 534 с.