

Онлайн-база данных графов

Абросимов М.Б.¹, Лобов А.А.²

¹ mic@rambler.ru, ² aisaneka@mail.ru,

Саратовский государственный университет имени Н.Г.Чернышевского

В работе описывается созданная авторами онлайн-база данных «Мир графов», которая содержит все неориентированные графы с числом вершин до 9 и их основные инварианты. База данных позволяет осуществлять поиск и просмотр графов с заданными наборами инвариантов. Разработанная система может использоваться в учебных целях на предметах, связанных с теорией графов, а также в научных целях для исследования теоретических проблем, формирования гипотез или для поиска контрпримеров. База данных «Мир графов» доступна по адресу <http://graphworld.ru>.

Ключевые слова: теория графов, база данных.

Введение

Формально, графом (или неориентированным графом) называется пара $G = (V, E)$, где E – симметричное и антирефлексивное отношение на множестве вершин V . Неформально, граф представляет собой множество вершин, соединённых линиями (рёбрами графа). В силу простоты последней формулировки графы являются популярным инструментом и встречаются на уроках математики даже в младшей школе. Задача, благодаря которой появилась теория графов, легко доступна для понимания любого: можно ли пройти по всем мостам города Кёнигсберга в точности один раз и вернуться обратно? В 1736 году Леонард Эйлер доказал, что это невозможно и получил первые результаты в теории графов, хотя сам термин «граф» появился намного позже – в 1878 году. Используются графы и в различных головоломках. Например, задача о возможности нарисовать заданную фигуру, не отрывая пера от бумаги, оказывается тесно связанной с задачей, которую решал Эйлер. Однако, несмотря на простоту понятия, графы используются для решения и многих серьёзных задач. Например, на языке теории графов можно исследовать задачи связанные с построением отказоустойчивых систем [1], поиском химических соединений с определёнными свойствами [2] и множество других задач. По этой причине теория графов встречается и в старших классах школы на уроках информатики, а также в курсах дискретной математики в высших учебных заведениях.

В 1998 году появилась книга «Атлас графов» [3], в которой были приведены все графы с числом вершин до 7, диграфы с числом вершин до 4, а также деревья с числом вершин до 12, некоторые регулярные и планарные графы. С ростом числа вершин количество графов очень быстро растёт. Для числа вершин $n = 1, 2, \dots$ до 10 число n -вершинных графов: 1, 2, 4, 11, 34, 156, 1044, 12346, 274668, 12005168 [4, последовательность A000088]. С развитием сети Интернет стали появляться аналогичные ресурсы со списками графов разного вида. Отметим некоторые из них: сайт Брендана МакКея [5], Гордона Ройла [6], Маркуса Мерингера [7], «The House of Graphs» [8] и «ГрафоМанн» [9]. Ресурсы [5-7] позволяют скачать списки определённых графов для последующей их обработки на компьютере. «The House of Graphs» [8]

содержит не только аналогичные списки графов, но и базу данных «интересных» графов с их различными характеристиками (инвариантами). Это ресурс позволяет осуществить поиск графов по значениям их инвариантов. «ГрафоМани» [9] содержит базу данных всех графов с числом вершин до 8 с возможностью поиска по некоторым инвариантам: число вершин и рёбер, тип графа, свойства графа (самообратный, самодополнительный, эйлеров, двудольный, дерево), значение определителя и перманента матрицы смежности.

Энциклопедия «Мир графов»

Проект «Мир графов» представляет собой онлайн-ресурс, который был запущен в 2018 году. Кроме авторов в подготовке данных для сайта и их проверке принимали участие студенты старших курсов кафедры теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии в рамках курсов «Теория графов» и «Методы оптимизации графовых систем». Была собрана база данных графов с числом вершин до 10 (более 12 миллионов графов) и их основные инварианты, которые можно использовать для поиска графов с нужными свойствами. На данный момент для открытого доступа выложена база графов с числом вершин до 9 (288265 графов). Для каждого графа в базе хранятся следующие инварианты:

- число вершин и рёбер;
- минимальная и максимальная степени вершин;
- вектор степеней;
- радиус и диаметр;
- количество компонент связности;
- хроматическое число и хроматический индекс;
- обхват и окружность;
- количество треугольников в графе;
- числа вершинной и рёберной связности;
- числа независимости, доминирования и независимого доминирования;
- кликовое число;
- жёсткость;
- плотность;
- количество минимальных вершинных и рёберных 1-расширений, а также число дополнительных рёбер в них;
- количество автоморфизмов;
- гамильтоновость, полугамильтоновость, эйлеровость и полуэйлеровость;
- планарность.

Основная функция сайта – возможность поиска графов с заданными свойствами. На рисунке 1 приведён пример экрана с результатами поиска графов. Для поиска можно выбрать комбинацию значений любых инвариантов. В частности, если не указывать ограничения на значения инвариантов, а сделать полный поиск по базе данных, то будут найдены все 288265 графов, которые хранятся на сайте.

Мир графов

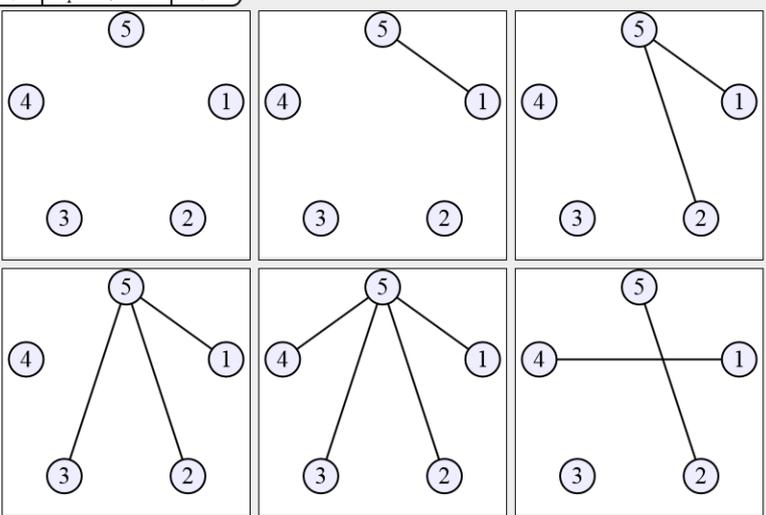
Параметры поиска	Найдено графов: 34
Количество вершин <input type="text" value="5"/>	Предыдущая Страница 1 из 1 Следующая
Количество рёбер	
Радиус	
Диаметр	
Количество компонент	
Гамильтоновость	
Полугамильтоновость	
Хроматическое число	
Хроматический индекс	
Обхват	
Количество треугольников	
Число вершинной связности	
Число независимости	
Число независимого доминирования	
Число доминирования	
Кликовое число	
Жёсткость	
Плотность	
Число рёберной связности	
Количество MB-1P	

Рис. 1. Экран поиска графов

При выборе любого конкретного графа, будет показана полная информация по данному графу, включая значения его основных инвариантов, и дополнительная информация, если она есть (см. рис. 2). Найденные графы можно сохранить в файл в формате graph6 [10].

Инварианты графа

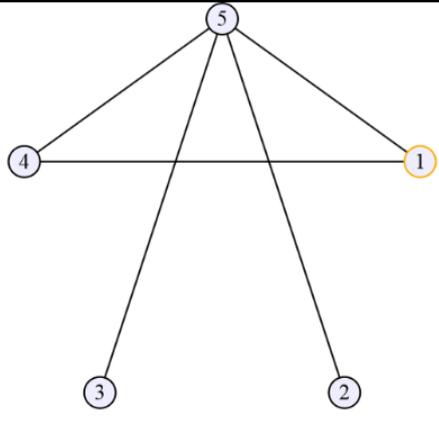
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>Graph6</td><td>DC{</td></tr> <tr><td>Кол-во вершин</td><td>5</td></tr> <tr><td>Кол-во рёбер</td><td>5</td></tr> <tr><td>Число вершинной связности</td><td>1</td></tr> <tr><td>Число рёберной связности</td><td>1</td></tr> <tr><td>Гамильтонов</td><td>0</td></tr> <tr><td>Количество компонент связности</td><td>1</td></tr> <tr><td>Вектор степеней</td><td>4,2,2,1,1</td></tr> <tr><td>Хроматическое число</td><td>3</td></tr> <tr><td>Радиус</td><td>1</td></tr> <tr><td>Диаметр</td><td>2</td></tr> <tr><td>Обхват</td><td>3</td></tr> <tr><td>Плотность</td><td>0.5</td></tr> <tr><td>Жёсткость</td><td>0.333333</td></tr> <tr><td>Количество MB-1P</td><td>1</td></tr> <tr><td>Количество дополнительных рёбер в MB-1P</td><td>5</td></tr> <tr><td>Количество MP-1P</td><td>1</td></tr> <tr><td>Количество дополнительных рёбер в MP-1P</td><td>4</td></tr> <tr><td>Число доминирования</td><td>1</td></tr> <tr><td>Число независимого доминирования</td><td>1</td></tr> <tr><td>Число независимости</td><td>3</td></tr> <tr><td>Кликовое число</td><td>3</td></tr> <tr><td>Количество автоморфизмов</td><td>4</td></tr> </table>	Graph6	DC{	Кол-во вершин	5	Кол-во рёбер	5	Число вершинной связности	1	Число рёберной связности	1	Гамильтонов	0	Количество компонент связности	1	Вектор степеней	4,2,2,1,1	Хроматическое число	3	Радиус	1	Диаметр	2	Обхват	3	Плотность	0.5	Жёсткость	0.333333	Количество MB-1P	1	Количество дополнительных рёбер в MB-1P	5	Количество MP-1P	1	Количество дополнительных рёбер в MP-1P	4	Число доминирования	1	Число независимого доминирования	1	Число независимости	3	Кликовое число	3	Количество автоморфизмов	4
Graph6	DC{																																														
Кол-во вершин	5																																														
Кол-во рёбер	5																																														
Число вершинной связности	1																																														
Число рёберной связности	1																																														
Гамильтонов	0																																														
Количество компонент связности	1																																														
Вектор степеней	4,2,2,1,1																																														
Хроматическое число	3																																														
Радиус	1																																														
Диаметр	2																																														
Обхват	3																																														
Плотность	0.5																																														
Жёсткость	0.333333																																														
Количество MB-1P	1																																														
Количество дополнительных рёбер в MB-1P	5																																														
Количество MP-1P	1																																														
Количество дополнительных рёбер в MP-1P	4																																														
Число доминирования	1																																														
Число независимого доминирования	1																																														
Число независимости	3																																														
Кликовое число	3																																														
Количество автоморфизмов	4																																														
Редактировать																																															

Рис. 2. Экран с данными о графе

Вторая функция сайта – онлайн-редактор графов. В этом режиме можно редактировать создавать или изменять графы, сохранять получившиеся

изображения. В режиме редактирования можно работать с графом и посредством изменения его матрицы смежности. Эта функция может быть полезной для последующего экспорта построенного графа и его обработки с помощью пользовательских программ. Как уже отмечалось, кроме матрицы смежности, сайт использует формат graph6 для кодирования графов.

Работа над проектом продолжается. В разработке находится раздел «Справочник», в котором можно будет найти основные определения, связанные с теорией графов, в частности всех поддерживаемых инвариантов графов с возможностью непосредственного просмотра графов с особыми значениями выбранного инварианта. Например, на странице, посвященной хроматическому числу, можно будет сразу сделать поиск и посмотреть все графы с хроматическим числом, равным 2, то есть двухцветные или двудольные графы. Этот раздел будет особенно полезен школьникам и студентам младших курсов, которые только начинают знакомиться с графами. В целом разработанная система «Мир графов» может использоваться в учебных целях на предметах, связанных с теорией графов, а также в научных целях для исследования теоретических проблем, формирования гипотез или для поиска контрпримеров.

Список литературы

- [1] Абросимов М.Б. Графовые модели отказоустойчивости. Саратов : Издательство Саратовского университета, 2012. 192 с.
- [2] Деза М.М., Сикирич М.Д. Геометрия химических графов: полициклы и биполициклы. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2013. 384 с.
- [3] Read R.C., Wilson A. An atlas of graphs. Oxford Science Publications, 1998. 400 p.
- [4] Sloane N. The on-line encyclopedia of integer sequences [Электронный ресурс]. URL: <https://oeis.org/>.
- [5] The House of Graphs [Электронный ресурс]. URL: <https://hog.grinvin.org/>
- [6] [Электронный ресурс]. URL: <http://cs.anu.edu.au/~bdm/data/>.
- [7] [Электронный ресурс]. URL: <http://mapleta.maths.uwa.edu.au/~gordon/>.
- [8] [Электронный ресурс]. URL: <http://www.mathe2.uni-bayreuth.de/markus/reggraphs.html>.
- [9] ГрафоMann [Электронный ресурс]. URL: <http://www.apmath.spbu.ru/grafomann/graphlib/>
- [10] McKay B. Description of graph6, sparse6 and digraph6 encodings [Электронный ресурс]. URL: <http://users.cecs.anu.edu.au/~bdm/data/formats.txt>