

ВОПРОСЫ
ПРИКЛАДНОЙ
ФИЗИКИ



ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

Моделирование физических процессов и систем

Межвузовский научный сборник

В ы п у с к 2

Издательство Саратовского университета
1989

В 74 ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ. Моделирование физических процессов и систем: Мекнуз. науч. сб. Изд-во Сарат. ун-та. 1989. Вып. 2. 80 с.

В сборнике представлены результаты теоретического и экспериментального анализа тепло- и массообмена в различных физических системах и структурах. На основе моделирования статистических и динамических процессов в радиотехнических и оптических устройствах найдены параметры, определяющие их шумовые и вероятностные характеристики.

Редакционная коллегия:

И.М. Блейвас, В.Д. Ленский, В.С. Кошелев (отв. редактор), О.Г. Мартыненко, Л.М. Милин (отв. секретарь), В.В. Новосолов, В.В. Тушин, Г.М. Цыбалов, А.С. Шаповалов, В.Н. Шевцов, М.Г. Эшштейн

НАУЧНАЯ
БИБЛИОТЕКА
САРАТОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА

А 879538

В 200404000 - 767

176(02) - 89

84 - 89

ISSN 5-292-00784-6

Издательство Саратовского
университета, 1989

А.С. Шаповалов

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ
СВЕРХСКОЧАСТОТНЫХ И НИЗКОЧАСТОТНЫХ ИСТОЧНИКОВ ФЛУКТУАЦИЙ
НА ШУМОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ ТЕРМОДРОТЛЬНОГО ГЕНЕРАТОРА

Развитие современной радиоэлектронной аппаратуры диктует необходимость проведения детального теоретического анализа шумов в твердотельных генераторах и выявления путей их снижения. Несмотря на то, что подобная задача уже решалась отечественными и зарубежными авторами [1-11], исследованием нельзя считать полностью выполненными, а рекомендации по снижению шумов полными и конечными.

Это объясняется прежде всего тем, что при исследовании флуктуационных процессов в твердотельных генераторах известная методика анализа применяется непосредственно. При изучении влияния СВЧ флуктуаций полупроводникового диода на амплитудные и фазовые шумы выходного сигнала широко используется метод линейзации исходных уравнений относительно флуктуаций. Отмеченная математическая операция означает замену нелинейного-эмпирического преобразователя шумов, которая является реальным генератором, гипотетическим линейным иерархическим преобразователем. Такое упрощение делает возможным аналитическое решение задачи о преобразовании шумов. Метод линейзации может быть успешно применен и при изучении модуляционных шумов, то есть при исследовании влияния низкочастотных (НЧ) флуктуаций полупроводникового диода на амплитудные и частотные шумы выходного сигнала. Основные исследования модуляционных шумов твердотельных генераторов [7,8,10,11] проведены по более упрощенной методике: на систему одновременно накладывалась преобразование только линейности относительно флуктуаций, но и квазишумовых характеристики исследуемых процессов. В результате генератор представляется

линейным безынерционным преобразователем флуктуаций. Такое упрощение задачи является слишком сильным и грубым, а главное, в нем нет особой необходимости. Очевидно, что исследование шумов было бы более последовательным, если бы все виды шумов анализировались по одной методике и в рамках одного приближения.

Другой недостаток исследований флуктуаций в твердотельных генераторах [4, 7-11]: развита в них теория, как правило, не содержит вводе и анализа выражений для прочности предельного цикла ρ и коэффициента неэкзотности генератора q , не дает связи спектральной плотности флуктуации амплитуды, частоты, а также взаимной спектральной плотности амплитудно-частотных флуктуаций с указанными параметрами. Из классической теории шумов генераторов [12] хорошо известно, что параметры ρ и q в значительной мере определяют шумовые характеристики генераторов. Увеличение прочности предельного цикла лежит в основе одного из эффективных методов снижения шумов выходного сигнала. Влияние параметров ρ и q на спектральные плотности флуктуаций сигнала оценено только в [1-3]. Однако использованная аналогия между твердотельным генератором и ламповым генератором (томоновской автоколебательной системой) требует дополнительного обоснования. Путь, связанный с построением теории твердотельного генератора и сравнением ее конечных результатов с аналогичными выражениями для лампового генератора [13], представляется более обоснованным. Кроме того, априорное предположение об указанной аналогии в отличие от последовательного расчета не дает возможности определить связь феноменологических параметров генератора с его структурными элементами, например, связь ρ и q с импедансами диода и нагрузки.

Спектральные плотности флуктуаций, приведенные в указанных работах, получены без учета корреляции квадратурных компонент шума источника [14]. Учет этого явления очень важен, так как исследование шумов, например, ЛД, работающих при больших амплитудах, показано [15], что синфазная и квадратурная компоненты шума ЛД коррелированы, не равны и зависят от амплитуд колебаний. Режим больших амплитуд генератора представляет существенный практический интерес вследствие возможности подавления шумов выходного сигнала путем повышения амплитуд колебаний.

Перечисленные факторы вызывают необходимость проведения такого теоретического исследования флуктуаций, в котором действие и СВЧ, и НЧ шумов активного элемента анализируется по единой методике, в рамках одного и того же приближения, в котором определяются

общепринятые параметры ρ и q классической теории шумов автоколебательных систем и производятся одновременный учет влияния на шумовые параметры генератора корреляции квадратурных компонент шума источников, прочности предельного цикла, неэкзотности и инерционности генератора. Такое исследование и проведено в данной работе на основе теоретических расчетов, выполненных в [13].

В качестве метода получения рабочих уравнений используется символический (импедансный) метод [4, 9, 10, 16], в качестве метода приближенного анализа — метод линейаризации [17].

Объектом исследования служат стандартный СВЧ генератор на неупроводниковых диодах (ЛДЧ или диодах Ганна), который не содержит специальных дополнительных элементов или устройств для подавления шумов таких, как дополнительный высокочастотный стабилизатор резонатор, схема компенсации шумов, синхронизирующий генератор и т.д.

Отличительной чертой расчета шумов СВЧ проихождения является учет влияния корреляции квадратурных компонент шума активных элементов, прочности предельного цикла ρ и коэффициента неэкзотности генератора q , на шумовые параметры выходного сигнала и т.д. Получены данные (дополнительные результаты [13]) о взаимной спектральной плотности флуктуаций амплитуды и частоты, вызванных СВЧ источниками шумов.

Одной из главных особенностей расчета шумов НЧ происхождения является учет влияния динамических параметров ρ и q , а также инерционных свойств твердотельного генератора как преобразователя НЧ флуктуаций в шум выходного сигнала на СВЧ.

СВЧ генератор представлен в виде объемного резонатора, который содержит активный элемент (полупроводниковый диод) и связан с некоторой нагрузкой. Импедансом диода и остальной части схемы обозначим соответственно Z_d и Z_N .

В случае, когда задача состоит в исследовании влияния на флуктуации выходного сигнала СВЧ и НЧ шумов активного элемента, эквивалентная схема генератора может быть представлена в виде несокращенного и высокочастотного контуров [4]. Высокочастотный контур генератора состоит из последовательно включенных импедансов Z_d , Z_N и эдс $E(A, t)$ источника шумового напряжения. Импеданс Z_N контура (резонатора) с учетом нагрузки зависит от частоты колебаний ω , а импеданс Z_d диода — от частоты ω , амплитуды колебаний A и тока питания I .

Низкочастотный контур генератора представляет собой цепь ши-

тания диода и кроме индукции напряжения его собственных шумов содержит источник постоянного тока с напряжением U_0 и балластное сопротивление R_0 . Последнее нужно в случае использования ЛЦ для стабилизации его рабочей точки по постоянному току.

Уравнение Кирхгофа для низкочастотной цепи генератора:

$$U_0 + IR_0 + U(I, A, \omega) = E_{ac}(I, A, \omega), \quad (1)$$

где U_0 — напряжение питания диода; I — ток питания диода; A, ω — амплитуда и частота высокочастотного сигнала; E_{ac} — низкочастотная часть напряжения собственных шумов диода.

Если шум отсутствует ($E_{ac} = 0$), то ток питания, амплитуда и частота сигнала принимают неизменные значения I_0, A_0, ω_0 . Из (1) в этом случае следует

$$U_0 + I_0 R_0 + U_0(I_0, A_0, \omega_0) = 0. \quad (2)$$

Если $E_{ac} \neq 0$, то I, A, ω флуктуируют. Обозначим флуктуации тока питания, амплитуды и частоты величинами $\tilde{I}, \tilde{A}, \tilde{\omega}$. Разложим выражение (1) в окрестности рабочей точки в ряд по степеням указанных флуктуаций и ограничимся линейными членами разложения. С учетом (2) получим

$$\left[R_0 + \left(\frac{\partial U_0}{\partial I} \right) \tilde{I} + \left(\frac{\partial U_0}{\partial A} \right) \tilde{A} + \left(\frac{\partial U_0}{\partial \omega} \right) \tilde{\omega} \right] \omega = E_{ac}. \quad (3)$$

Индекс "0" здесь указывает на то, что производные берутся в рабочей точке, когда $I = I_0, A = A_0, \omega = \omega_0$. Второе и третье слагаемые в левой части (3) описывают влияние флуктуаций амплитуды и частоты ВЧ сигнала на уровень НЧ флуктуаций тока в цепи питания, то есть преобразование шумов вида [4]. Этот процесс представляет практический интерес при анализе автономных устройств. В рассмотренном случае основной интерес представляют шум выходного сигнала, поэтому процессам преобразования шумов вне, а следовательно, и производными $(\partial U_0 / \partial A)_0, (\partial U_0 / \partial \omega)_0$ будем пренебрегать, так это делается в [10]. Тогда уравнение (3) окажется независимым от уравнений высокочастотной цепи генератора, содержащих \tilde{I}, \tilde{A} и $\tilde{\omega}$, и будет описывать связь флуктуаций \tilde{I} и $\tilde{\omega}$. Из (3) непосредственно следует, что уровень НЧ флуктуаций тока \tilde{I} тем ниже, чем выше сопротивление цепи питания по постоянному току. Такой вывод содержится также в работах [1, 4, 10]. В дальнейшем будем считать, что флуктуации тока \tilde{I} заданы. Спектральная плотность этих флуктуаций $S_I(\omega)$ легко записывается при помощи выражений, содержащихся в [1, 4, 10].

Уравнение Кирхгофа для высокочастотной цепи генератора имеет вид [13]

$$V_g + V_n = E(A, \omega), \quad (4)$$

где $V_g = R_e \{ i(\omega) Z_g(Z, A, \omega) \}$ — высокочастотное напряжение на подпружиненном диоде; $V_n = R_e \{ i(\omega) Z_n(\omega) \}$ — высокочастотное напряжение на индукции $Z_n(\omega) = R_e \{ A(\omega) \exp[i\omega t + \varphi(\omega)] \}$ — высокочастотный ток, представленный в виде гармонического колебания с медленно флуктуирующей амплитудой $A(\omega)$ и фазой $\varphi(\omega)$; $E(A, \omega) = E_{ac}(A, \omega)$ — высокочастотная часть напряжения собственных шумов активного элемента (в дальнейшем в целях более краткой записки индекс ВЧ в этом обозначении будем опускать).

Если генератор автономный, флуктуации отсутствуют, $E(A, \omega) = 0$, но получить условия стационарных колебаний [9], нетрудно.

В условиях действия шумов, когда $E(A, \omega) \neq 0$, а $I(\omega), A(\omega), \varphi(\omega)$ флуктуируют, уравнение (4) превращается в уравнение с переменными коэффициентами. Величины Z_g и Z_n становятся медленными функциями времени. Если амплитуда и фаза колебания флуктуируют, то роль параметра ω , определяющего соответствующие приращения функций Z_g и Z_n , играет величина, определяемая и флуктуациями фазы φ , и флуктуациями амплитуды: $\frac{d\varphi}{dt} - \sqrt{\frac{1}{A}} \frac{dA}{dt}$ [5, 9]. Приращение тока питания и амплитуды колебаний равны их флуктуациям \tilde{I} и \tilde{A} .

Разложим величины Z_g и Z_n , входящие в левую часть выражения (4), в окрестности рабочей точки в ряд по степеням \tilde{I}, \tilde{A} , $\frac{d\varphi}{dt} - \sqrt{\frac{1}{A}} \frac{dA}{dt}$. Ограничимся линейными членами разложения и учтем условие стационарных колебаний. Если умножить полученное соотношение на $\cos(\omega_0 t + \psi)$, а потом на $\int_{t-T}^t \cos(\omega_0 t - \psi)$ и усреднить за период колебаний при наличии текущего времени, то получаются уравнения следующего вида:

$$(R_g' - R_n') \frac{d\tilde{I}}{dt} + (\chi_g' - \chi_n') \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \left(\frac{\partial R_g}{\partial A} \right)_0 \tilde{A} = \frac{E_c}{A} - \left(\frac{\partial R_g}{\partial I} \right)_0 \tilde{I}, \quad (5)$$

$$- (\chi_g' - \chi_n') \frac{d\varphi}{dt} + (R_g' - R_n') \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} - \left(\frac{\partial \chi_g}{\partial A} \right)_0 \tilde{A} = \frac{E_c}{A} + \left(\frac{\partial \chi_g}{\partial I} \right)_0 \tilde{I}, \quad (6)$$

где $E_c(t) = \frac{2}{T} \int_{t-T}^t E(\omega) \cos \omega_0 t dt$, $E_g(t) = \frac{2}{T} \int_{t-T}^t E(\omega) \sin \omega_0 t dt$ — медленно меняющаяся амплитуда огибающей и квадратичный компонент шума соответственно ($T = 2\pi / \omega_0$); χ_g', χ_n' — действительная и мнимая части индуктанса диода; R_g' и R_n' — действительная и мнимая

части импеданса нагрузки. Штрих у ряда символов соотношений (5) и (6) означает произвольную по частоте. Индекс "0" означает, что соответствующая производная определена в рабочей точке диода.

Спектральные плотности случайных функций $\mathcal{E}_c(t)$ и $\mathcal{E}_g(t)$ выражаются через спектральную плотность $S_e(\omega)$ исходного случайного процесса $e(t)$ [10, 14]:

$$S_{\mathcal{E}_c}(\Omega) = S_e(\omega_c + \Omega) + S_e(\omega_c - \Omega).$$

Взаимная спектральная плотность случайных функций $\mathcal{E}_c(t)$ и $\mathcal{E}_g(t)$:

$$S_{\mathcal{E}_c, \mathcal{E}_g}(\Omega) = -j \int S_e(\omega_c + \Omega) - S_e(\omega_c - \Omega).$$

Из (5) и (6) нетрудно получить уравнение, описывающее флуктуации амплитуды $\alpha = \frac{d\alpha}{dt}$, уравнение, характеризующее связь флуктуаций фазы ψ с флуктуациями амплитуды α , а также уравнение, описывающее флуктуации частоты ν . Указанные уравнения имеют вид

$$\frac{d\alpha}{dt} + p\alpha = \xi(t) + pK_{\alpha M} \tilde{J}, \quad (7)$$

$$\frac{d\psi}{dt} + q\alpha = \eta(t) + (K_{\psi M} + qK_{\alpha M}) \tilde{J},$$

$$\frac{d\nu}{dt} + p\nu = \rho(t) + pK_{\nu M} \tilde{J} - (K_{\nu M} - qK_{\alpha M}) \frac{d\alpha}{dt}, \quad (8)$$

где

$$p = \frac{A_0}{|Z_g' Z_H'|} \left[\left(\frac{\partial R_g}{\partial A} \right)_0 (X_g' - X_H') - \left(\frac{\partial X_g}{\partial A} \right)_0 (R_g' + R_H') \right],$$

$$q = \frac{A_0}{|Z_g' Z_H'|} \left[\left(\frac{\partial R_g}{\partial A} \right)_0 (R_g' + R_H') + \left(\frac{\partial X_g}{\partial A} \right)_0 (X_g' - X_H') \right],$$

$$K_{\alpha M} = - \frac{\left(\frac{\partial R_g}{\partial I} \right)_0 (X_g' - X_H') - \left(\frac{\partial X_g}{\partial I} \right)_0 (R_g' + R_H')}{A_0 \left[\left(\frac{\partial R_g}{\partial A} \right)_0 (X_g' - X_H') - \left(\frac{\partial X_g}{\partial A} \right)_0 (R_g' + R_H') \right]},$$

$$K_{\psi M} = \frac{\left(\frac{\partial X_g}{\partial A} \right)_0 \left(\frac{\partial R_g}{\partial I} \right)_0 - \left(\frac{\partial R_g}{\partial A} \right)_0 \left(\frac{\partial X_g}{\partial I} \right)_0}{\left(\frac{\partial R_g}{\partial A} \right)_0 (X_g' - X_H') - \left(\frac{\partial X_g}{\partial A} \right)_0 (R_g' + R_H')},$$

$$\xi(t) = B e_c(t) + C e_g(t),$$

$$\eta(t) = C e_c(t) - B e_g(t),$$

(9)

(10)

$$Z(t) = (a_0 - y_0) \mathcal{E}_c(t) - (a_0 - y_0) \mathcal{E}_g(t) + C e_c(t) - B e_g(t).$$

(11)

$$B = \frac{X_g - X_H}{A_0 |Z_g' Z_H'|},$$

(12)

$$C = \frac{R_g - R_H}{A_0 |Z_g' Z_H'|}.$$

Анализируя приведенные уравнения, нетрудно показать, что параметр ρ представляет собой прочность предельного цикла генератора [12], параметр q является коэффициентом нехронности генератора [2], параметр $K_{\alpha M}$ представляет собой амплитудную модуляцию чувствительности, определенную в рамках квазистатического приближения [10, 11], параметр $K_{\nu M}$ является частотной модуляционной чувствительностью, определенной в рамках квазистатического приближения [10, 11].

Для более компактной записи выражений для ρ , q , $K_{\alpha M}$, $K_{\nu M}$ и возможности геометрической интерпретации получаемых результатов введем обозначения:

$$Z_g' + Z_H' = (R_g' + R_H') + j(X_g' - X_H') = |Z_{gH}'| \exp[j(180 - \theta)],$$

$$\left(\frac{\partial Z_g}{\partial A} \right)_0 = \left(\frac{\partial R_g}{\partial A} \right)_0 - j \left(\frac{\partial X_g}{\partial A} \right)_0 = \left| \frac{\partial Z_g}{\partial A} \right|_0 e^{-j\beta},$$

$$\left(\frac{\partial Z_g}{\partial I} \right)_0 = \left(\frac{\partial R_g}{\partial I} \right)_0 - j \left(\frac{\partial X_g}{\partial I} \right)_0 = \left| \frac{\partial Z_g}{\partial I} \right|_0 e^{-j\psi},$$

где $180 - \theta = \arg(Z_g' + Z_H')$, $\beta = \arg \left(\frac{\partial Z_g}{\partial A} \right)_0$, $\psi = \arg \left(\frac{\partial Z_g}{\partial I} \right)_0$.

Выражения для указанных параметров примыкают виду

(13)

$$\rho = \frac{A_0}{|Z_{gH}'|} \left| \frac{\partial Z_g}{\partial A} \right|_0 \sin(\beta + \theta),$$

(14)

$$q = - \frac{A_0}{|Z_{gH}'|} \left| \frac{\partial Z_g}{\partial A} \right|_0 \cos(\beta + \theta),$$

(15)

$$K_{\alpha M} = \frac{1}{A_0} \left| \frac{\partial Z_g}{\partial I} \right|_0 \frac{\sin(\theta + \psi)}{\sin(\theta + \beta)},$$

(16)

$$K_{\nu M} = \frac{1}{|Z_{gH}'|} \frac{\sin(\beta + \psi)}{\sin(\beta + \theta)}.$$

Значения аргументов синусируемых функций допускают наличие нуль геометрическую интерпретацию, если указать функции представить графически на комплексной плоскости. Нетрудно видеть, что угол $\beta + \theta$ представляет собой угол, под которым переоснаются лл-

ния прибора $Z_g(A)$ и годографа нагрузки (с учетом прибора) $Z_g(\omega) + Z_g(\omega) / [9, 13]$.

Значения частотной зависимости $Z_g' - Z_g'' / \omega$ для однорезонансного генератора нетрудно найти, используя следующее выражение для импеданса резонатора с учетом влияния нагрузки S :

$$Z_g = \frac{1}{\omega C} - \frac{1}{\omega L} + R_n$$

где L, C - эквивалентные параметры резонатора. Тогда

$$Z_g' = 2/L = 2/\omega R_n / \omega$$

выражение, получим:

$$|Z_g' + Z_g''|^2 = \frac{4Q^2}{\omega^2} R_n^2 \left(1 + \frac{R_n^2 \omega^2}{Q^2 R_n^2} - \frac{1}{Q^2} \frac{1}{R_n^2} \right)$$

Для большинства генераторов $2Z_g' / \omega \ll$ значительно превосходит по величине произведение $2Z_g'' / \omega$. В этом случае

$$Z_g' + Z_g'' \approx Z_g' / \omega, \quad |Z_g' + Z_g''|^2 \approx 4Q^2 R_n^2 / \omega^2 \quad (17)$$

Рассмотрим флуктуации выходного сигнала генератора, вызванные СВЧ шумом диода. Флуктуации амплитуды генерируемого сигнала описываются уравнением (7). Полагая, что ИЧ флуктуации тока питающего полупроводникового диода отсутствуют и $J = 0$. Тогда спектр амплитудных флуктуаций выходного сигнала определяется спектральной плотностью $S_F(\Omega)$ случайной функции $F(t)$. Используя выражения (9), (11), (12), нетрудно найти [13]:

$$S_F(\Omega) = S_g(\Omega) / (4Q^2 / Z_g' / \omega^2)$$

где $S_g(\Omega) = S_e(\Omega) - S_c(\Omega)$ - спектральная плотность флуктуаций амплитуд излучательных компонент шума полупроводникового диода; $Z_g' = Z_g' + Z_g''$. Спектрально-нормализованный анализ уравнения (7) при $J = 0$ приводит к следующему выражению для спектральной плотности флуктуаций амплитуды выходного сигнала генератора:

$$S_g(\Omega) = \frac{1}{A^2} \frac{1}{Z_g' / \omega^2} \frac{1}{\rho \cdot \sigma \cdot \Omega^2} \cdot S_n(\Omega) \quad (18)$$

Выражение для $S_g(\Omega)$ мало отличается от аналогичного, полученного в работе [13]: вместо величин Z_g' оно содержит в знаменателе $Z_g'' = Z_g' + Z_g''$. Это объясняется тем, что учет коррелированных квадратурных компонент шума диода, являющийся отличительной чертой данного расчета по сравнению с [13], никак не отражается на уровне амплитудных флуктуаций.

Полученное соотношение практически совпадает с аналогичным для гомосопорного генератора, приведенным в [12]. Ширина спектра амплитудных флуктуаций [12] конечна и равна $\sigma \cdot \rho^2 / 2$. Основная мощность амплитудных флуктуаций приходится на низкие частоты, когда

$\Omega \ll \rho$. Снабжение флуктуирующей с частотой объясняется инерционностью автогенератора к изменению амплитуды. Время их релаксации равно $1/\rho$.

Спектральная плотность флуктуирующей амплитуды связана с квадратом амплитуд колебаний обратно пропорциональной зависимостью. Аналогичная связь $S_g(\Omega)$ с квадратом крутизны частотной зависимости. Аналогично (17) означает, что инерционность амплитудных флуктуаций пропорциональна квадрату несущей частоты и обратно пропорциональна квадрату нагруженной добротности резонатора. Кроме того, уровень флуктуирующей амплитуды тем ниже, чем выше прочность предельного цикла, больше частота отстройки, ниже величина $S_g(\Omega)$, определяемая уровнем собственных шумов диода на частотах $\omega, \omega \pm \Omega$.

Возрастание амплитудных флуктуаций при уменьшении прочности предельного цикла объясняется тем, что при малых ρ амплитудные флуктуации затухают медленно [12]. В результате происходит "накопление" мощности амплитудных флуктуаций, порожденных естественными источниками шумов в генераторе. При больших ρ амплитудные флуктуации затухают быстрее, и от тех же случайных воздействий на автоколебательную систему в ней устанавливается значительно меньшее значение $1/\rho \ll 1/\sigma$, следовательно, и $S_g(\Omega)$ (и - символ взятия математического ожидания).

Непосредственно из выражения (18) следует несколько способов уменьшения амплитудных шумов полупроводникового генератора с задержкой типом активного элемента ($S_g(\Omega)$). Первый способ заключается в увеличении нагруженной добротности резонатора генератора. Второй способ состоит в увеличении амплитуды колебаний, что приводит к уменьшению первого сомножителя в (18) и увеличению (см. соотношение (13)) прочности предельного цикла во втором сомножителе (18). При $\Omega \ll \rho$ спектральная плотность $S_g(\omega) \sim 1/\rho^2$, поэтому рост прочности предельного цикла ведет к уменьшению уровня амплитудных шумов. Третье условие уменьшения амплитудных шумов состоит в увеличении прочности предельного цикла за счет ортогональной (шумовой) настройки генератора [4, 9, 13], при которой годограф нагрузки пересекает линию выбора под прямым углом. В этом случае $\rho^2 + \sigma^2 = \sigma^2 / 2$, и прочность предельного цикла, как это следует из формулы (13), приближается к максимальному значению.

Из выражения (8) следует, что при $J = 0$ инерционность флуктуаций частоты определяется уровнем флуктуаций $S_f(\Omega)$. Исходя из выражений (10), (11), (12), спектральную плотность случайной функции $S_f(\Omega)$ можно представить в виде

$$S_{\Sigma}(\Omega) = \frac{1}{A_0^2 |Z_{gn}^2|} \left[(\rho^2 \varphi^2 \Omega^2) S_{\Sigma}(\Omega) - 2\varphi \Omega \int_{-\infty}^{\infty} S_{\Sigma}(\omega) d\omega \right]$$

Спектральный анализ (8) при $\varphi = 0$ дает следующее выражение для спектральной плотности флуктуаций частоты генерируемого сигнала:

$$S_{\Sigma}(\Omega) = \frac{S_{\Sigma}(\Omega)}{A_0^2 |Z_{gn}^2|} \left(1 - \frac{\varphi^2}{\rho^2 + \Omega^2} \right) + \frac{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\Sigma}(\omega) d\omega}{\rho^2 - \Omega^2} \quad (19)$$

Первое слагаемое этого выражения совпадает с величиной $S_{\Sigma}(\Omega)$, полученной в [12] для томсоновского генератора без учета корреляции квадратичных компонент шума. Второе слагаемое — это результат учета указанной корреляции. Оно обусловлено асимметрией спектра $S_{\Sigma}(\omega)$ относительно несущей частоты ω_0 . Из выражения (19) следует, что уровень частотных шумов генерируемого сигнала тем выше, чем меньше амплитуда колебаний A_0 , ниже крутизна частотной зависимости Z_{gn} впадения дросселя и нагрузки, ниже нагруженная добротность резонатора, выше несущая частота, выше коэффициент неизохронности, ниже прочность предельного цикла, меньше частота отстройки. При этом уровень флуктуаций частот определяется не только абсолютным уровнем шумов дросселя на частотах $\omega_0 - \Omega$, но и разностью уровней шумов на этих частотах. Эта особенность обусловлена неизохронностью генератора. Если $S_{\Sigma}(\Omega) = S_{\Sigma}(\omega)$, то при $S_{\Sigma}(\omega) = 0$ в изохронном генераторе ($\varphi = 0$) при любых Ω , а в неизохронном генераторе при $\Omega \ll \rho$ спектральная плотность флуктуаций частоты построена. Следовательно, относительно флуктуаций частоты полупроводниковый генератор, как и томсоновский ламповый генератор [12], является безынерционной системой, а флуктуации его частоты — дельта-коррелированные.

Общей чертой выражений (18) и (19) является наличие в их знаменателях квадрата амплитуды A_0^2 , что обеспечивает возможность подавления амплитудно-фазовых шумов путем увеличения уровня генерируемой мощности. Указанные зависимости объясняются следующим обстоятельством [12]. Рассмотрение флуктуаций амплитуды и фазы сигнала порождается высокочастотными шумами полупроводникового диода, мощность которых в первом приближении не зависит от мощности генерируемых колебаний, пропорциональной A_0^2 . Поэтому величины $S_{\Sigma}(\Omega)$ и $S_{\varphi}(\Omega)$ пропорциональны отношению мощностей шумов и сигнала, обратное соотношение пропорционально A_0^2 .

Способы уменьшения амплитудных шумов сокращают свое значение

и применительно к частотным шумам. Подавление частотных шумов выходного сигнала может быть достигнуто увеличением добротности системы, увеличением амплитуды колебаний и ортогональной шумовой настраиваемости генератора. При этом механизмом влияния добротности резонатора на уровень частотных шумов сигнала двойной. Увеличение добротности, во-первых, уменьшает общий множитель $1/|Z_{gn}|^2$, входящий в оба слагаемых выражения (19). Во-вторых, увеличение добротности уменьшает, согласно (14), (17), значение коэффициента неизохронности φ .

Аналогичная ситуация имеет место при ортогональной настройке. Она снижает уровень частотных шумов по следующему двум причинам: при $\beta - \beta - \beta/2$ прочность предельного цикла ρ стремится к максимальной значению, а коэффициент неизохронности φ стремится к нулю. При $\varphi = 0$ выражение (19) сильно упрощается и принимает вид

$$S_{\Sigma}(\Omega) = S_{\Sigma}(\Omega) / (A_0^2 / Z_{gn}^2)$$

Когда ортогональная настройка осуществлена совершенно точно и $\varphi = 0$, дальнейшее увеличение частотных шумов возможно только путем увеличения амплитуды и добротности.

Спектральный анализ уравнений (7), (8) при φ показывает, что взаимная спектральная плотность флуктуаций амплитуды и частоты генерируемого сигнала $S_{\Sigma\varphi}(\Omega)$ определяется взаимной спектральной плотностью $S_{\Sigma\varphi}(\Omega)$ случайных функций $\varphi(t)$ и $\varphi(\tau)$ [18]:

$$S_{\Sigma\varphi}(\Omega) = \frac{1}{\rho^2 - \Omega^2} S_{\Sigma\varphi}(\Omega) \quad (20)$$

Исходя из выражений (9), (10), (11), (12), наружно получить:

$$S_{\Sigma\varphi}(\Omega) = - \frac{\varphi S_{\Sigma}(\Omega) + (\Omega + \rho) \int_{-\infty}^{\infty} S_{\Sigma}(\omega) d\omega}{A_0^2 |Z_{gn}^2|} \quad (21)$$

Подставляя (21) в (20), находим:

$$S_{\Sigma\varphi}(\Omega) = \frac{\varphi S_{\Sigma}(\Omega) + (\Omega + \rho) \int_{-\infty}^{\infty} S_{\Sigma}(\omega) d\omega}{A_0^2 |Z_{gn}^2| (\rho^2 - \Omega^2)} \quad (22)$$

Из выражения (22) следует, что корреляция амплитудно-частотных флуктуаций возникает вследствие наличия двух причин: первая — неизохронность генератора; вторая — асимметрия спектра собственных шумов диода относительно несущей частоты ω_0 , вызванная корреляцией амплитуд ξ_1 и ξ_2 квадратичных компонент шума диода. Для снижения $S_{\Sigma\varphi}(\Omega)$ необходимо увеличивать A_0 , ρ , β и уменьшать φ . При ортогональной шумовой настройке ($\varphi = 0$), симметричном спектре $S_{\Sigma}(\omega)$ ($S_{\Sigma}(\omega) = S_{\Sigma}(\omega)$) и заданных параметрах β и Z_{gn} уменьшения $S_{\Sigma\varphi}(\Omega)$ можно добиться увеличением амплитуды колебаний A_0 .

Таким образом, исследование амплитудно-частотных флуктуаций ВЧ происхождения показало, что их подавление можно добиться прежде всего путем уменьшения собственных шумов диода и увеличения добротности Q (крутизна частотной зависимости импедансов диода и нагрузки). Дальнейшее уменьшение флуктуаций сигнала может быть достигнуто путем увеличения амплитуды колебаний и ортогональной шумовой частотой. Последний обуславливает максимизацию прочности переданного сигнала и минимизацию коэффициента нехорошоности генератора.

Рассмотрим флуктуации выходного сигнала генератора, вызванные ИЧ шумом диода. В флуктуационных уравнениях (7) и (8) положим $S_0 = S_1 = 0$. Тогда единственной причиной флуктуаций амплитуды и частоты генерируемого сигнала останутся ИЧ шум модуляционного сигнала диода \tilde{J} , и уравнения (7) и (8) примут вид

$$\frac{d\tilde{A}}{dt} + \rho\tilde{A} = \rho K_{2M} \tilde{J}, \quad (23)$$

$$\frac{d\tilde{\omega}}{dt} + \rho\tilde{\omega} = \rho K_{2M} \tilde{J} \cdot (K_{2M} - \rho K_{2M}) \frac{d\tilde{J}}{dt} \quad (24)$$

Пронайдем уравнение (23). Перейдем к квазистатическому случаю и пренебрежем производной $d\tilde{A}/dt$ по сравнению с $\rho\tilde{A}$. Тогда

$$\tilde{A}/\tilde{J} = K_{2M}.$$

Согласно приведенному выше выражению для K_{2M} через штеданские характеристики, отношение \tilde{A}/\tilde{J} не зависит от времени. Следовательно, параметр K_{2M} действительно по определению является амплитудной модуляционной чувствительностью генератора в квазистатическом приближении.

Спектральный анализ уравнения (23) приводит к следующей связи спектральной плотности амплитудных флуктуаций $S_A(\Omega)$ со спектральной плотностью ИЧ флуктуаций тока питания диода $S_J(\Omega)$:

$$S_A(\Omega) = \frac{K_{2M}^2}{1 - \Omega^2/\rho^2} S_J(\Omega). \quad (25)$$

Из этого выражения следует, что вклад модуляционных шумов в величину $S_A(\Omega)$ пропорционален $S_J(\Omega)$ и K_{2M}^2 . Прочность переданного сигнала в рассматриваемом случае, как и в предыдущем, определяется частотной зависимостью $S_A(\Omega)$ и при $S_0 = S_1 = 0$ величина $S_A(\Omega)$ равна $K_{2M}^2 S_J(\Omega)$, а при $\Omega \gg \rho$ она стремится к нулю. Последний вывод не согласуется в результатах квазистатических расчетов [7, 8, 10, 11], он является следствием учета инерционных свойств генератора как линейного преобразователя ИЧ флуктуаций.

В соответствии с (25) для уменьшения амплитудных шумов модуляционного происхождения необходимо уменьшать уровень ИЧ флуктуаций тока питания. Это может быть достигнуто увеличением сопротивления цепи питания по постоянному току. Второе направление в уменьшении модуляционного амплитудного шума состоит в уменьшении модуляционной амплитудной чувствительности K_{2M} . Из выражения (15) следует, что одним из эффективных способов снижения K_{2M} является ортогональная шумовая настройка генератора, так как в этом случае величина $S(\gamma(\rho \cdot \theta))$, стоящая в знаменателе выражения для K_{2M} , стремится к своему максимальному значению - 1.

Проведем анализ флуктуационного уравнения (24) для частоты в квазистатическом приближении из него следует

$$\tilde{\omega}/\tilde{J} = K_{2M}.$$

Как и параметр K_{2M} , это отношение в рабочей точке является постоянной величиной. Следовательно, параметр K_{2M} по осевому направлению к осевому смещению является частотной модуляционной чувствительностью, определенной в рамках квазистационарного подхода [7, 8, 10, 11].

Проведем спектральное исследование (24), получим следующую связь спектральной плотности флуктуаций частоты $S_f(\Omega)$ и спектральной плотности $S_J(\Omega)$ флуктуаций тока питания:

$$S_f(\Omega) = \frac{\rho^2 + (1 - \rho \frac{K_{2M}}{\rho^2})^2 \Omega^2}{\rho^2 + \Omega^2} K_{2M}^2 S_J(\Omega). \quad (26)$$

Из этого выражения следует, что учет инерционных свойств генератора как преобразователя флуктуаций приводит к очень существенному отличию результатов выполненного расчета от результатов квазистатического анализа. В самом деле, при $\rho = 0$

$$S_f(\Omega) = K_{2M}^2 S_J(\Omega), \quad (27)$$

полученные результаты совпадают с данными квазистатического анализа. При $\rho \neq 0$ к уровню флуктуаций, определяемому (27), добавляется слагаемое, возрастающее с увеличением частоты и коэффициента нехорошоности ρ . Для наглядности этого вывода и зависимости S_f от Ω и ρ выражение (26) целесообразно представить в виде двух слагаемых, одно из которых совпадает с (27) и не зависит от ρ , а второе зависит от ρ :

$$S_f(\Omega) = K_{2M}^2 S_J(\Omega) + \rho^2 \frac{\Omega^2}{\rho^2 + \Omega^2} \left(2 - \rho \frac{K_{2M}}{K_{2M}} \right) K_{2M}^2 S_J(\Omega).$$

В общем случае при заданной Ω и $\rho \neq 0$ уровень частотных флуктуаций возрастает с увеличением уровня ИЧ шумов в цепи пита-

ния $S_{\Sigma}(\Omega)$, частотной модуляционной чувствительности $K_{\Sigma M}$, коэффициента нехронности φ , амплитудной модуляционной чувствительности $K_{\Sigma M}$. При этом следует иметь в виду, что параметр $K_{\Sigma M}$ и φ обратно пропорциональны добротности системы Q .

Уменьшение шумов модуляционного происхождения может быть достигнуто путем увеличения сопротивления цепи питания, а также изменением величин параметров φ , $K_{\Sigma M}$, $K_{\Sigma M}$ и увеличением параметра ρ . Указанные изменения, как следует из (19)-(16), обеспечиваются оригинальной шумовой настройкой генератора; кроме того, измененными параметрами $K_{\Sigma M}$ и φ можно обеспечить путем увеличения Q .

Спектральный анализ флуктуационных уравнений (23), (24) для амплитуды и частоты приводит к следующему выражению для взаимной спектральной плотности амплитудно-частотных флуктуаций модуляционного (низкочастотного) происхождения:

$$S_{\Sigma}(\Omega) = \frac{\rho K_{\Sigma M} [\rho K_{\Sigma M} - \Omega (K_{\Sigma M} + \varphi K_{\Sigma M})]}{\rho^2 + \Omega^2} S_{\Sigma}(\Omega). \quad (26)$$

Для сравнения этого выражения с результатами квазистатистического расчета [1,7,8,10,11] приведем соотношение для $S_{\Sigma}(\Omega)$ в квазистационарном приближении:

$$[S_{\Sigma}(\Omega)]_{\text{ст}} = K_{\Sigma M} K_{\Sigma M} S_{\Sigma}(\Omega). \quad (29)$$

Видно, что результаты расчета, полученные на основе инерционной и безинерционной (квазистационарной) моделей генератора, отличаются существенно.

Первое принципиальное отличие выражений (26) и (29) состоит в том, что рассчитанная в данной работе взаимная спектральная плотность оказалась комплексной. Ее действительная и мнимая части

$$\text{Re } S_{\Sigma}(\Omega) = \frac{\rho^2 + \Omega^2}{\rho^2 + \Omega^2} K_{\Sigma M} K_{\Sigma M} S_{\Sigma}(\Omega),$$

$$\text{Im } S_{\Sigma}(\Omega) = \frac{\rho \Omega}{\rho^2 + \Omega^2} K_{\Sigma M} (K_{\Sigma M} + \varphi K_{\Sigma M}) S_{\Sigma}(\Omega).$$

В общем случае в ноль не обращаются, то есть в реальном генераторе корреляционная связь амплитудно-частотных флуктуаций носит значительно более сложный характер, чем это дает квазистационарная теория.

Второе существенное отличие полученного результата от данных предыдущих расчетов состоит в том, что найденная действительная часть взаимной спектральной плотности $\text{Re } S_{\Sigma}(\Omega)$ отличается от ана-

логичной величине квазистационарного приближения $K_{\Sigma} [S_{\Sigma}(\Omega)]_{\text{ст}} = [S_{\Sigma}(\Omega)]_{\text{ст}} \cdot \text{множителем } \rho^2 / (\rho^2 + \Omega^2)$, зависящим от частоты и прочности предельного шума. Факты образам, причиной частотной дисперсии волн $K_{\Sigma} S_{\Sigma}(\Omega)$ являются не только зависимости от Ω амплитудной $K_{\Sigma M}(\Omega)$ и частотной $K_{\Sigma M}(\Omega)$ модуляционной чувствительности, но и инерционные свойства генератора как преобразователя флуктуаций.

Третья особенность полученных результатов заключается в следующем эффекте, который ранее также не обсуждался. При $K_{\Sigma M} = 0$ и $K_{\Sigma M} \neq 0$ квазистационарная теория дает нулевое значение для взаимной корреляционной функции, так как, согласно этой теории, в указанном случае флуктуации частоты отсутствуют. Из теоретических положений данной работы следует, что при $K_{\Sigma M} = 0$, но $K_{\Sigma M} \neq 0$, $\varphi \neq 0$ наряду с амплитудными флуктуациями будут существовать и частотные флуктуации $\Delta(\varepsilon)$. Они возникают вследствие нехронности генератора. Физический механизм возникновения частотных флуктуаций в этом случае условно можно назвать эффектом двойного преобразователя флуктуаций. Суть этого эффекта и возможность его существования вытекают непосредственно из флуктуационного уравнения (24). Первый и второй члены в правой части равенства (26) описывают возникновение частотных шумов генератора вследствие существования у генератора частотной модуляционной чувствительности. Однако из этого равенства следует также, что при $\varphi = 0$ частотные модуляционные шумы определяются не только частотной, но и амплитудной модуляционной чувствительностью, входящей в третье слагаемое в правой части (28). Частотные шумы, обусловленные амплитудной модуляционной чувствительностью и нехронностью генератора, возникают вследствие не прямого, а опосредованного или двойного преобразования флуктуаций тока: сначала флуктуации тока преобразуются во флуктуации амплитуды, затем флуктуации амплитуды вследствие нехронности генератора трансформируются во флуктуации частоты. В рамках квазистатистической теории шумов [1,7,8,10,11] этот эффект двойного или поэтапного преобразования флуктуаций вообще остается незамеченным.

Совершенно очевидно, что частотные шумы, возникшие за счет эффекта двойного преобразования флуктуаций тока, коррелированы с амплитудными флуктуациями, вследствие чего взаимная спектральная плотность в рассмотренном частном случае ($K_{\Sigma M} = 0$, $K_{\Sigma M} \neq 0$, $\varphi \neq 0$) отличается от нуля.

Четвертый вывод, вытекающий из расчета как $S_{\Sigma}(\Omega)$, так и

$S_x(\Omega)$, $S_y(\Omega)$, состоит в следующем. При заданном уровне флуктуаций тока все основные параметры шумов модуляционного происхождения — $S_x(\Omega)$, $S_y(\Omega)$, $S_{xy}(\Omega)$ определяются не только модуляционной чувствительностью K_{Σ} и $K_{\Sigma\Sigma}$ генератора, но и прочностью его предельного цикла ρ и коэффициентом неэкзотности φ . Параметр ρ и φ обладают универсальным свойством влиять на шум генерируемого сигнала как СВЧ, так и НЧ происхождения. Этот вывод, имеющий важное практическое значение, не может быть получен в рамках квазистатической теории модуляционных шумов. Он оставался незамеченным до построения теории модуляционных шумов, учитывающей инерционные свойства генератора. Параметры ρ и φ влиять на шум СВЧ и НЧ происхождения по-разному. Так, взаимная спектральная плотность амплитудно-частотных флуктуаций СВЧ происхождения уменьшается с ростом ρ и падением φ . Взаимная спектральная плотность амплитудно-частотных флуктуаций модуляционного, то есть НЧ происхождения, зависит от ρ и φ иначе. Величина $Re S_{xy}(\Omega)$ растет с увеличением ρ и не зависит от φ . Абсолютная величина мнимой части взаимной спектральной плотности $|Im S_{xy}(\Omega)|$ растет с увеличением φ , а от ρ зависит незначительно. С увеличением ρ она иначе растет; при $\rho = \infty$ достигает максимума, а при $\rho = 0$ уменьшается.

Таким образом, исследование, проведенные в данной работе, позволили получить полную систему шумовых параметров генератора, учитывающую действие как СВЧ, так и НЧ источников флуктуаций. При одновременном воздействии СВЧ и НЧ источников результирующие спектральные плотности будут представлять собой сумму величин, определенных выражениями (18) и (25), (19) и (26), (22) и (28). Расчет позволил проанализировать одновременный учет влияния на шум выходного сигнала генератора корреляции квадратурных компонент шума дрослов, прочности предельного цикла, неэкзотности и инерционности генератора. Полученная система шумовых параметров дает возможность систематизировать методы подавления шумов и оценить эффективность их воздействия на тот или иной шумовой параметр.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Тагер А.С., Вальд-Перлов В.М. Лавинно-пролетные диоды и их применение в технике СВЧ. М., 1968.
2. Тагер А.С., Ходневич А.Д., Цейнев А.М. Шум генераторов на лавинно-пролетных диодах // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1969. Т. 12. № 9. С. 962-975.

3. Вальд-Перлов В.М., Сибирцев Л.С., Тагер А.С. О минимальном уровне амплитудного шума генераторов на лавинно-пролетных диодах // Радиотехника и электроника. 1976. Т. 21. № 2. С. 357-363.
4. Кузнецов О.В. Шумы генераторов на лавинно-пролетных диодах // Труды НИИ радио. 1976. № 4. С. 28-33.
5. Полупроводниковые приборы в схемах СВЧ / Под ред. М.Хуэса и Д.Моргана. М., 1979.
6. Зацев В.В., Якимов А.В. Расчет естественных флуктуаций автоколебаний в генераторе на лавинно-пролетном диоде // Радиотехника и электроника. 1977. Т. 22. № 10. С. 2180-2195.
7. Бугаев А.В., Маев К.А. Частотная зависимость модуляционной чувствительности ГЛД // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1976. № 1. С. 42-47.
8. Бугаев А.В. Частотная зависимость модуляционных шумов ГЛД // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1977. № 2. С. 103-105.

9. Kobayashi K. Some Basic Characteristics of Broadband Negative Resistance Oscillator Circuits // BSTJ. 1969. V. 48. № 5. P. 1837-1838.

10. Thaler H.J., Ulrich G., Weidmann G. Noise in Impact Diode Amplifiers and Oscillators // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1971. V. 19. № 13. P. 682-705.

11. Weidmann G. Amplitude and Frequency Modulation Sensitivity of Impact Diode Oscillator // Nachrichtentechnische Zeitschrift. 1970. V. 23. № 7. P. 368-371.

12. Малахов А.Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М., 1968.
13. Шаповалов А.С. Исследование флуктуаций сигнала полупроводникового СВЧ генератора // Вопросы электроники СВЧ: Механизм. науч. сб. Саратов, 1965. Вып. 14. С. 5-22.
14. Галд В., Кулецов В. Шумы в полупроводниковых устройствах. М., 1977.
15. Кузнецов О.В., Мленский В.Г. Шум лавинно-пролетных диодов и устройств на их основе // Забуремная радиоэлектроника. 1981. № 7. С. 63-81.
16. Батлов С.Н., Кулецов В.Н. Флуктуации в автогенераторах // Радиотехника и электроника. 1961. Т. 6. № 4. С. 456-555.
17. Тихонов В.М. Статистическая радиотехника. М., 1963.
18. Савицкий А.А. Прикладные методы теории случайных функций. М., 1963.

С.М.Гольдман, Л.М.Минкин, Н.Г.Исеников

О ВЛИЯНИИ НЕОДНОРОДНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ
НА ГАЗОПЕРЕНОС В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Поток газов в твердых телах возникает только при наличии термодинамических движущих сил. В наиболее общей постановке задачи следует учесть, что массоперенос в указанной системе происходит не только за счет градиента концентрации (собственно диффузии), но и за счет градиента температуры, определяющего явление термическо-кой диффузии. В настоящей работе изучается газопроницаемость твердых тел при наличии двух названных градиентов.

Рассмотрим газоперенос через плоскопараллельную пластинку толщиной δ из твердого материала, контактирующего одной поверхностью с газосодержащим объемом, а с другой — с вакуумным баллоном или средой, не содержащей данного сорта газа. При наложении на эту систему неоднородного температурного поля возникающий процесс массопереноса связан с перекрестными эффектами (концентрационной и термической диффузией) и носит весьма сложный характер. Кинетика этого процесса может быть довольно успешно определена в рамках термодинамики необратимых процессов, описываемых, в частности, формализмом соотношений Онзагера. Для одномерной задачи в рассматриваемом случае общий массопоток J представляется в виде [1,2]

$$J = -D \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{D \rho Q^*}{\kappa T^2} \cdot \frac{dT}{dx}, \quad (1)$$

где D — коэффициент диффузии, ρ — плотность газа в твердом образце, Q^* — тепло переноса газа в данном материале (параметр, определяемый как отношение потока тепла к потоку вещества в отсутствие температурного поля [2]), κ — постоянная Больцмана, T — температура (К). Ось x перпендикулярна поверхности пластинки.

В работе [3] рассматривался вопрос о влиянии термодиффузии на кинетику газотечения через стеклянный образец, где показано, что термическая диффузия, описываемая вторым членом правой части (1), может существенно образом повлиять на характер газопереноса; при этом величина и направление термодиффузионного газопотока зависят от параметра $Q^* \frac{dT}{dx}$. В силу универсальности феноменологического подхода термодинамики неравновесных состояний полученные результаты и сделанные выводы могут быть распространены на весьма широкий класс твердых тел и газов. Однако в [3] были сделаны опре-

деленные ограничения, существенно сужающие диапазон приложения полученных данных и информации о кинетике массопереноса. Так, полагалось $\frac{dT}{dx} \ll T$ (T_0 — температура на границе раздела твердое тело — газ), что соответствует предположению малости разности температур поверхностной образцы по отношению к его температуре.

В общем случае наложенные условия могут не выполняться, что подчас имеет место в электронных приборах, содержащих газопропускающий геттер, плазменно-напыленные элементы; в почве (особенно в ее верхнем слое) и т.д.

В связи с этим обстоятельствами возникает необходимость строго решать уравнение (1), которое, учитывая соотношение непрерывности $\partial J / \partial x = -\partial \rho / \partial t$, можно представить в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} - D \frac{Q^*}{\kappa T^2} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} + D \frac{2Q^* a^2}{\kappa T^3} \rho \quad (2)$$

(полагается постоянство градиента температуры: $dT/dx = a \cdot \cos \omega t$).

Уравнение (2) при условии стационарного газопотока через твердое тело ($\partial \rho / \partial t = 0$) преобразуется следующим образом:

$$d\rho/dx + \beta(x)\rho = C_1 = \cos \omega t, \quad (3)$$

где

$$\beta(x) = \frac{Q^* a}{\kappa T^2} = \frac{\beta_1}{(\beta_2 x + 1)^2}; \quad \beta_1 = \frac{Q^* a}{\kappa T^2}; \quad \beta_2 = \frac{a}{T}; \quad T = T_0 + ax.$$

Решение уравнения (3), как известно, записывается в форме [4]:

$$\rho(x) = e^{-\int \beta(x) dx} \left\{ C_2 \int \exp\left[\int \beta(x) dx\right] dx + C_3 \right\}, \quad (4)$$

где C_2 — постоянная интегрирования. Поскольку

$$\int \beta(x) dx = \int \frac{\beta_1}{(\beta_2 x + 1)^2} dx = -\frac{\beta_1}{\beta_2 (\beta_2 x + 1)},$$

то

$$\rho(x) = e^{\frac{\beta_1}{\beta_2 (\beta_2 x + 1)}} \left\{ C_1 \int \exp\left[-\frac{\beta_1}{\beta_2 (\beta_2 x + 1)}\right] dx + C_2 \right\}. \quad (5)$$

Вводя обозначения $y = \frac{A}{\beta_2 x + 1}$, $A = -\frac{\beta_1}{\beta_2} = -\frac{Q^* a}{\kappa T_0}$, соотношение (5) можно представить как

$$\rho(x) = e^{-y} \left\{ C_1 \int e^y dx + C_2 \right\}.$$

Принимая известное обозначение $E_1(y) = \int (e^y/y) dy$ для интегральной показательной функции [5] и учитывая, что

$$dx = -\frac{A}{\beta_2 y^2} dy; \quad \int \frac{e^y}{y^2} dy = E_1(y) - \frac{e^y}{y},$$

получим следующее выражение для плотности газа в твердом образце:

$$\rho(x) = e^{-y} \left\{ C_2 - \frac{C_1 A}{b_2} \left[E_1(y) - \frac{e^y}{y} \right] \right\}.$$

Неизвестные постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из граничных условий. Задавая граничные условия в форме

$$\begin{cases} \rho(x=0) = \rho(y=A) = \rho_1 = \text{const}, \\ \rho(x=\alpha) = \rho(y=A(b_2 \alpha + 1)) = 0, \end{cases}$$

получим систему двух уравнений относительно C_1 и C_2 :

$$\rho_1 = e^{-A} \left\{ C_2 - \frac{C_1 A}{b_2} \left[E_1(A) - \frac{e^{-A}}{A} \right] \right\},$$

$$0 = e^{-B} \left\{ C_2 - \frac{C_1 A}{b_2} \left[E_1(B) - \frac{e^B}{B} \right] \right\},$$

где $B = A/(b_2 \alpha + 1)$. Решая систему (6) относительно искомого постоянных, найдем:

$$C_1 = \frac{b_2 \rho_1 e^A}{A \left[E_1(B) - E_1(A) + \frac{e^A}{A} - \frac{e^B}{B} \right]},$$

$$C_2 = \frac{\rho_1 e^A}{E_1(B) - E_1(A) + \frac{e^A}{A} - \frac{e^B}{B}},$$

так что

$$\rho(x) = \frac{\rho_1 e^{-A+y} \left[E_1(B) - E_1(y) + \frac{e^y}{y} - \frac{e^A}{A} \right]}{E_1(B) - E_1(A) + \frac{e^A}{A} - \frac{e^B}{B}}.$$

Поскольку в соответствии с уравнениями (1) и (3) $J = -D C_1$, то с учетом (7) стационарный массопоток определяется как

$$J = - \frac{D b_2 \rho_1 e^A}{A \left[E_1(B) - E_1(A) + \frac{e^A}{A} - \frac{e^B}{B} \right]}. \quad (8)$$

При $A = 0$ ($Q^* = 0$), то есть в отсутствие температурного массопереноса, $B = 0$, $E_1(A) - E_1(B) = 0$, $e^A/A - e^B/B = -b_2 \alpha/A$, и соотношение (8) переходит в известное выражение для стационарного потока через плоскопараллельную пластину [3]: $J_{A=0} = D \rho_1 / \alpha$.

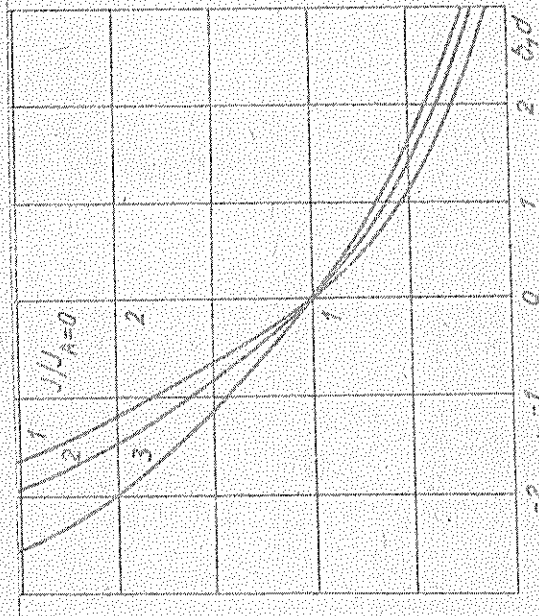
Следовательно, изменение потока газа при наличии термодиффузии определяется следующим образом:

$$\frac{J}{J_{A=0}} = - \frac{b_2 \alpha e^A}{A \left[E_1(B) - E_1(A) + \frac{e^A}{A} - \frac{e^B}{B} \right]}. \quad (9)$$

Обозначая $\sigma = \frac{\kappa T_2}{Q^*}$, можно записать, что $b_2 \alpha = b_2 \alpha \sigma$, $A = -1/\sigma$, $B = \frac{1}{\sigma(b_2 \alpha \sigma + 1)}$, и тогда соотношение (9) представимо в виде

$$\frac{J}{J_{A=0}} = - \frac{b_2 \alpha \sigma^2}{e^{\sigma^{-1}} \left\{ E_1 \left[\frac{1}{\sigma(b_2 \alpha \sigma + 1)} \right] - E_1 \left(\frac{1}{\sigma} \right) + \frac{\sigma}{e^{\sigma^{-1}}} - \frac{\sigma(2,1 \sigma + 1)}{e^{\sigma(b_2 \alpha \sigma + 1)}} \right\}}.$$

В работе [3] приведен график функции $J/J_{A=0}$ от величины параметра $b_2 \alpha = \alpha Q^* / \kappa T$ (примем в [3] в силу допущенных ограничений принималось $b_2 = \text{const}$). В рассматриваемом случае отношение $J/J_{A=0}$ зависит от двух переменных — $b_2 \alpha$ и σ . Параметру $b_2 \alpha$ из [3] можно сопоставить параметр $b_2 \alpha = \alpha Q^* / \kappa T$. На рисунке представлены графики функции $J/J_{A=0}$ от $b_2 \alpha$ при некоторых значениях σ .



Зависимость отношения $J/J_{A=0}$ от $b_2 \alpha$: $\sigma = 0.1$ (1), $\sigma = 0.01$ (2), $\sigma = 0.1$ (3)

Таким образом, термодиффузия может играть существенную роль в процессе газопереноса в твердых телах, так что необходим строгий количественный расчет. В ряде случаев он определяет свойства газопроницаемой системы, например, когда газ представляет собой легкую дробную дозу, распределение ее в объеме твердого тела весьма критично к характеристикам материала.

В отличие от работы [3], газоперенос в рассматриваемом случае определяется не произведением параметров $Q^* \frac{dx}{x}$, а кал-дми сомножителем отдельно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шьмон П. Диффузия в твердых телах. М., 1966.
2. Бокштейн Б.С., Бокштейн С.З., Луковичий А.А. Термодинамика и кинетика диффузии в твердых телах. М., 1974.
3. Голубенцев А.Ф., Гольман С.Ю. Влияние термодиффузии на массоперенос газов в стекле // Физика и химия стекла. 1984. Т.10. № 6. С.688-690.
4. Смирнов В.И. Курс высшей математики, М., 1987. Т.2.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., 1974.

УДК 632.521

В.М.Линкин (2)

ОБ ОПИСАНИИ ЗОНЫ ПЕРЕМЫКИ ВОЛОКНИСТОГО СТЕКЛОДА НА ШУМОВЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НАГРЕВАТЕЛЯ

К стабильности структурных геометрических (радиусов сечений и оболочки, формы и эксцентриситета сечений) и оптических (профиля показателя преломления) параметров волоконных световодов предъявляются довольно жесткие требования, поскольку степень регулярности структурных параметров определяет такие важные функциональные характеристики волоконных оптических линий связи, как надежность обслуживания и искажения информационного сигнала. Оптико-геометрические параметры волокна определяются на стадии его вытяжки. Поэтому важное значение приобретает стабилизация всех технологических параметров при вытяжке волокна из заготовки.

24

Переходная зона между заготовкой и волокном (ее часто из-за своеобразной формы называют "луковницей"), образующаяся при легких системах вытяжки в зоне нагрева и представляющая образование из расплавленного стекла, очень "туго" реагирует на изменения слоганных ее динамического равновесия - сил поверхностного натяжения, вязкого трения, натяжения вытяжки, веса стекла. "Отклик" луковницы на изменение хотя бы одного из этих параметров приводит к флуктуациям диаметра световода.

Изучение подобных явлений стало темой ряда экспериментальных и теоретических работ (см. обзорную к [1-4]). Целью исследования [2-4] было создание достоверно наглядных математических моделей, описывающих физику вариаций диаметра световода и, тем самым, способствующих развитию автоматических систем стабилизации геометрии оптического волокна. Так, в [2] на основе численного решения полного нестационарного уравнения теплового баланса исследуется динамический отклик распределения температур в луковнице на колебания мощности нагревателя. В [3] предложена динамическая модель, описывающая поведение (колебания) зоны формирования волоконного световода при вариациях скорости вытяжки (силы натяжения) на основе нелинейного уравнения осциллятора с трением. В [4] методами численного моделирования задачи о движении жидкости со "свободной границей" определена область параметров, в которой существует непрерывный процесс вытяжки волокна.

В настоящей работе на основе модельных представлений [2] рассмотриваются отклики луковницы на шумовые составляющие температуры нагревательных устройств. Имеется существенная связь между нестабильностью температурного режима при вытяжке кварцевого волоконного световода и вариациями его диаметра. Физически это связано с тем, что колебания температуры вызывают изменения в распределении вязкости кварцевого стекла. Температурная зависимость вязкости кварцевых стекол в широком интервале температур Т (1000-2400 °С) описывается экспоненциальной зависимостью аррениусовского типа [5, с.42]:

$$\eta = \eta_0 \exp(\frac{E_2}{RT}), \quad (1)$$

где η_0 - постоянная, E_2 - энергия активации вязкого течения, R - универсальная постоянная. Основные изменения вязкости при изменении температуры в данной точке луковницы на величину ΔT при условии $E_2 \gg RT$ можно считать следующей формулой:

$$\frac{\Delta \eta}{\eta} = 1 - \exp(-\frac{E_2}{RT} \cdot \frac{\Delta T}{T}) \quad (2)$$

25

Если принять [5, 6] $E_2 = 1,5 \cdot 10^5$ кал/моль, $T = 1750$ °C, $R \approx 2$ кал/(град.моль), то порядак температур в 10 градусов (то есть в 0,5 %) приведет к изменению вязкости кварцевого стекла в рассматриваемой зоне плавления примерно на 20 %.

Полностью прихваченные опенки соответствующий волнистые A_2 разброс значения радиуса световода. Положим [1], что тепленое расплавленного кварца в соде (при печном нагреве заготовки) подчиняется закону Пуассона, так что объем песка стекла в секунду

$$Q = \frac{2z^2 R}{\dots} \quad (3)$$

где z - длина и радиус сода, R - разность давлений в пределах сода, S - другой стороны, количество вытекающего стекла сердцевины можно оценить через скорость вытягивания волокна z' :

$$Q = z' Q^2 z' \quad (4)$$

где Q - радиус вытягиваемого волокна. (Если Q_0 - радиус заготовки, z'_0 - скорость ее подачи, $Q(z)$ - радиус лужки, $z'(z)$ - скорость нарастания стекла в зоне лужки, то в среднем, в силу того, что материал не может нигде накапливаться, принимаются: $z Q_0^2 z'_0 = z' Q(z)^2 z'(z) = z Q^2 z'$). Следовательно, радиус световода может быть представлен выражением:

$$Q^2 = \frac{2z^2 R}{8z z'_0} \exp(-E_1/RT) / \nu = \kappa \exp(-E_2/\kappa T) / \nu \quad (5)$$

где значение $\kappa = 2^2 R / 8 z'_0 z$ можно считать постоянной величиной при условии однородности стекломассы ($z = \text{const}$) и стабильности механизма подачи заготовки ($\nu = \text{const}$). Таким образом, площадь порезного сечения формируемого волокна будет зависеть от температуры, определяемые вариацией вязкости, в соответствии с (5). Диаметр же волокна приложимо будет характеризоваться вводом маневры значением разброса.

В рассматриваемом примере изменение температуры на $\Delta T = 10$ градусов приведет к 10-процентному изменению диаметра волокна. Такой допуск на флукуации геометрии волокна не является приемлемым; по крайней мере коэффициент вариации диаметра волокна не должен выходить за пределы 1 % [1].

Соотношение (5) носит, по-видимому, качественный характер, поскольку действительно распределение температур и вязкости стекла в лужке должны при случайных колебаниях температуры влечь того источника рассматриваются как полевые характеристики [2].

Изменяемая формула (5) обнаруживает "механизм", применение которого может использоваться флукуации диаметра световода, вы-

званные температурными нестационарностями, а именно - надлежащее управление скоростью вытяжки волокна (в рамках автоматизированной системы изготовления волокон). Неконтролируемые изменения режима вытяжки сами могут привести к нежелательным флукуациям радиуса волоконного световода.

Отметим также как линейной системы на изменение температурного режима. В [2] при численном изучении динамики тепловых процессов в переходной области была предложена ее модель (по канату ввода тепла для точки затвердевания кварцевого стекла) в виде стационарной линейной системы, состоящей из последовательно соединенных алгоритмического звена второго порядка с передаточной функцией

$$W_1(\omega) = 1 / [(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)] \quad (6)$$

и звена запаздывания с передаточной функцией

$$W_2(\omega) = \exp(j\omega \tau) \quad (7)$$



Характерные времена τ , T_1 и T_2 зависят от технологических параметров вытяжки: $\tau \sim B$, $T_1 \sim B/\nu$, $T_2 \sim B$ (B - длина лужки, ν - скорость вытяжки).

Передаточная функция эквивалентной системы $W(\omega) = W_1(\omega)W_2(\omega)$ и соответствующая ей импульсная характеристика (весовая функция) $w(t)$ определяют трансформационные свойства лужки по каналу ввода тепла. Пусть на "вход" системы воздействует стационарный случайный процесс $T_n(t)$ со спектральной плотностью $S_n(\omega)$, причем начальное условие нулевое. Процесс на "выходе" аналогичного звена, определяемый интегралом Драмели

$$T_a(t) = \int_0^t T_n(u) w(t-u) du \quad (8)$$

имеет спектральную плотность

$$S_a(\omega) = |W(\omega)|^2 S_n(\omega) \quad (9)$$

Энергетический спектр $S_a(\omega) = S_a(\omega)$ описывает "выходной" процесс в точке затвердевания кварца $T(t) = T_a(t - \tau)$.

Учитывая, что функция веса энергетического звена второго порядка имеет вид [7, с. 28]

$$\omega_1(t) = \frac{1}{T_1 - T_2} (e^{-t/T_1} - e^{-t/T_2}) U(t), \quad (10)$$

где $U(t)$ — единичная функция Хевисайда, возможно статистическое рассмотрение тепловых флуктуаций в лучевые для случайных температурных воздействий $T_H(t)$ с различными вероятностными свойствами.

Гауссовский процесс. При преобразовании гауссовского стационарного процесса $T_H(t)$ линейным звеном с передаточной функцией $W_1(\omega)$ процесс $T_0(t)$ остается гауссовским и (в асимптотическом приближении, при $t \rightarrow \infty$) стационарным процессом, то есть полностью описывается многомерной характеристической функцией

$$\varphi_{T_0}(j\theta_1, \dots, j\theta_n) = \exp \left\{ -j \sum_{k=1}^n T_0 \sum_{k=1}^n \theta_k - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n R_{T_0}(t_k - t_l) \theta_k \theta_l \right\}, \quad (11)$$

где в асимптотическом приближении [8, с. 492] математическое ожидание температуры на выходе аperiodического звена

$$\bar{T}_0 = \bar{T}_r \int_0^{\infty} W(\omega) d\omega = \bar{T}_r W(0) = \bar{T}_r, \quad (12)$$

а автокорреляционная функция температурного процесса на выходе того звена

$$R_{T_0}(t_1 - t_2) = \int_0^{\infty} W_1(\omega) d\omega \int_0^{\infty} W_1(\omega) d\omega \int_0^{\infty} R_{T_r}(v) e^{j\omega v} e^{-j\omega v} dv. \quad (13)$$

В соотношениях (12)–(13) среднее значение \bar{T}_H и автокорреляционная функция $R_{T_H}(v)$ являются характеристиками входного гауссовского процесса $T_H(t)$.

Для дельта-коррелированного процесса (белого шума) входного флуктуационного воздействия, когда $R_{T_H}(\omega) = R_0 \delta(\omega)$, $S_{T_H}(\omega) = R_0$,

$$S_{T_0}(\omega) = |W_1(\omega)|^2 R_0, \quad R_{T_0}(t) = R_0 \int_0^{\infty} W_1(\omega) W_1^*(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (14)$$

Одним из примеров белого шума может служить случайная последовательность импульсных "ударов" по каналу ввода тепла

$$T_H(t) = \bar{T}_H + \sum_{k=1}^N A_k \delta(t - t_k), \quad (15)$$

когда моменты возникновения импульсов распределены во времени по закону Пуассона. В этом случае [8]

$$R_{T_H}(t) = \lambda A^2 S(t), \quad S_{T_H}(\omega) = \lambda A^2, \quad (16)$$

где $\bar{A} = M\{A_k\} = 0$; $A^2 = M\{A_k^2\}$ — момент второго порядка однако во распределенных случайных величин A_k , рассматриваемых в качестве "амплитуд" импульсов.

Квазипериодическое воздействие тепловых флуктуаций. Преположим, что изменение температуры нагревателя происходит вокруг некоторого среднего уровня \bar{T}_H по квазипериодическому закону

$$T_H(t) = \bar{T}_H + \sum_{k=1}^N Q_k V\left(\frac{t - t_k}{T_{kT}}\right) - \beta_k V\left(\frac{t - t_k - t_{k+1}}{T_{k+1T}}\right), \quad (17)$$

где $V(t)$ — детерминированная функция, задающая форму колебания на интервале $(0; 1)$; Q_k и β_k — амплитуды положительного и отрицательного теплового "магнуса"; T_{kT} , T_{k+1T} , t_k , t_{k+1} — t_k — время появления теплового воздействия, t_k , $t_k + T_{kT}$, t_{k+1} — точки, в которых предполагать взаимозависимыми, а условия шумового воздействия в вероятностном смысле идентичными для всех моментов времени t , случайной функции (17) с $V(t) = \text{sech}(t)$ соответствует энергетический спектр

$$\frac{2\beta_k T_0}{Q_0} S_{T_H}(\omega) = (1 - \beta_k^2) M \left\{ \frac{\text{sech}(\omega T/2)}{(\omega T/2)^2} \right\} + \left[M \left\{ \frac{\cos \omega F - 1}{\omega} \right\} \right] - \left[M \left\{ \frac{2 \sin \omega F}{\omega} \right\} \right], \quad (18)$$

где T_0 — среднее значение полупериода шумового воздействия; $Q_0 = M\{Q_k\} = M\{\beta_k\}$ — среднее значение амплитуды воздействия; F_k — коэффициент выгорания амплитуд. Усредненной величиной в опорных точках математического ожидания выступает полупериод воздействия.

Соответствующая реализация температуры в точке затирания шумов будет описываться соотношением (8), а спектральный плотность флуктуаций температуры — соотношением (9). Детальный анализ выражений для $S(\omega) = S_0(\omega)$ сопряжен с конкретизацией частотных характеристик лучевых, задаваемых передаточной функцией $W_1(\omega)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мельнигер Д.Э. Волновое свечение для передачи информации. М., 1963.
2. Динков Б.М., Кошкин В.В., Пержинов С.М., Пермякова В.И., Русаков С.А., Сносев В.К. Динамика тепловых процессов при выжиге кварцевых волоконных световодов // ЭТЭ. 1987. Т. 57. № 8. С. 1562–1569.
3. Динков Б.М., Кошкин В.В., Пермякова В.И., Русаков С.А., Сносев В.К., Сноселгин А.А. Динамическая модель выжиги кварцевых волоконных световодов // ЭТЭ. 1987. Т. 57. № 7. С. 1333–1343.

- *. Давыдов Л.И., Кашин В.В., Перминов С.М., Лермина В.Н., Русаков С.И., Сысов В.К. Физическое поведение зоны перелачки "заготовка - световод" при различных тепловых режимах вытяжки // УТЭ, 1988, Т.58, № 2, С.363-370.
5. Ходкевич Л.П., Лело В.К. Кварцевое стекло в производстве электровакuumных изделий. М., 1981.
6. Аппен А.А. Химия стекла. М., 1974.
7. Бессекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М., 1972.
8. Пихоня В.И. Статистическая радиотехника. М., 1982.

УДК 621.385

Н.В. Корнева

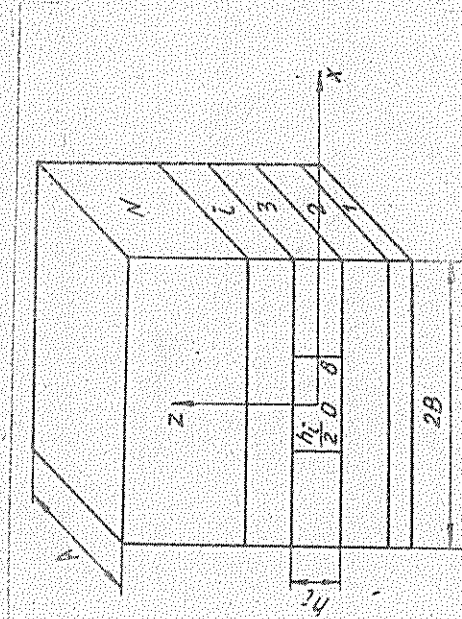
АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ
В СЛОИСТОМ КРИСТАЛЛЕ ПОЛУПРОВОДИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА
С УЧЕТОМ ЕГО ЖЕСТКОГО КРЕПЛЕНИЯ К КОНТАКТНОЙ ПЛАСТИНЕ

Термонапряжения в кристаллах играют немалую роль в работе-лии полупроводниковых приборов; изменяют их рабочие характеристики.

Задача о термонапряжениях в слоистом кристалле с учетом размера источника, конечности размеров кристалла и крепления его к контактной пластине является трехмерной, и решение ее представляет значительные трудности. В качестве первого приближения следует решение задачи о термонапряжениях в слоистой структуре, имеющей бесконечную протяженность в направлении ограниченности размера источника. Рассматривается двумерная стационарная задача температуры-проводности с внутренним тепловыделением и с учетом изменения теплотехнических свойств по слоям (рисунк). Источник в данном случае имеет один размер (δ), отличный от размера слоя, а два других совпадают с толщиной слоя h_i и с тем размером кристалла ($y = A$), вдоль которого не происходит изменения температуры.

Двумерное температурное поле вызывает пространственное поле напряжений. При расчете поля напряжений учитываются изменение термомеханических свойств по слоям. Задача термомеханики для i -го слоя ставится в перемещениях. Осуществляется стыковка слоев по напряжениям и перемещениям. На нижней грани ставятся условия жесткого

крепления, то есть равенство нулю перемещений. Верхняя грань свободна от напряжений. Напряжения на гранях кристалла $y=A$ равны нулю.



Модель слоистой структуры кристалла полупроводникового прибора

Запишем постановку задачи стационарной теплопроводности:

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} = - \frac{q_i}{\lambda_i}$$

где

$$q_i = \begin{cases} \frac{P_0}{4\delta_i h_i A} & ; -\delta_i \leq x \leq \delta_i \\ 0 & ; |x| > \delta_i \end{cases}$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial T_i}{\partial x} \Big|_{x=-\delta_i} = 0 ; T \Big|_{z_i = -h_i/2} = T_0 ; \frac{\partial T_i}{\partial z} \Big|_{z_i = h_i/2} = 0 ;$$

$$T \Big|_{z_i = -h_i/2} = T_{i+1} \Big|_{z_{i+1} = h_{i+1}/2} ;$$

$$\frac{\partial T_i}{\partial z} \Big|_{z_i = -h_i/2} = - \frac{\lambda_{i+1}}{\lambda_i} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial z_{i+1}} \Big|_{z_{i+1} = h_{i+1}/2}$$

Постановка пространственной задачи термоупругости в перемещенных выгладит следующим образом:

$$\begin{aligned} \chi_i \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial x_i^2} + \chi_j \frac{\partial^2 \chi_j}{\partial x_j^2} + \chi_k \frac{\partial^2 \chi_k}{\partial x_k^2} &= \alpha_i \frac{\partial \chi_i}{\partial x_i} + \alpha_j \frac{\partial \chi_j}{\partial x_j} + \alpha_k \frac{\partial \chi_k}{\partial x_k} \\ \chi_i \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial x_i^2} + \chi_j \frac{\partial^2 \chi_j}{\partial x_j^2} + \chi_k \frac{\partial^2 \chi_k}{\partial x_k^2} &= \alpha_i \frac{\partial \chi_i}{\partial x_i} + \alpha_j \frac{\partial \chi_j}{\partial x_j} + \alpha_k \frac{\partial \chi_k}{\partial x_k} \\ \chi_i \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial x_i^2} + \chi_j \frac{\partial^2 \chi_j}{\partial x_j^2} + \chi_k \frac{\partial^2 \chi_k}{\partial x_k^2} &= \alpha_i \frac{\partial \chi_i}{\partial x_i} + \alpha_j \frac{\partial \chi_j}{\partial x_j} + \alpha_k \frac{\partial \chi_k}{\partial x_k} \end{aligned}$$

где

$$\chi_i = \frac{1-\nu_i}{1+\nu_i}; \quad \chi_j = \frac{1-2\nu_j}{2(1+\nu_j)}; \quad \chi_k = \frac{1}{2(1+\nu_k)}$$

Граничные условия:

$$\mathcal{U}_j^i(z_i = -\frac{h_i}{2}) = 0; \quad j = x, y, z; \quad \mathcal{U}_2^i(z_i = -\frac{h_i}{2}) = -\mathcal{U}_2^{i'}(z_{i+1} = \frac{h_{i+1}}{2})$$

$$\mathcal{U}_j^i(z_i = -\frac{h_i}{2}) = \mathcal{U}_j^{i'}(z_{i+1} = \frac{h_{i+1}}{2}); \quad j = x, y;$$

$$\mathcal{G}_z^i(z_i = -\frac{h_i}{2}) = \mathcal{G}_z^{i'}(z_{i+1} = \frac{h_{i+1}}{2});$$

$$\mathcal{G}_{xz}^i(z_i = -\frac{h_i}{2}) = \mathcal{G}_{xz}^{i'}(z_{i+1} = \frac{h_{i+1}}{2});$$

$$\mathcal{G}_{yz}^i(z_i = -\frac{h_i}{2}) = \mathcal{G}_{yz}^{i'}(z_{i+1} = \frac{h_{i+1}}{2});$$

$$\mathcal{G}_z^i(z_i = \frac{h_i}{2}) = \mathcal{G}_z^{i'}(z_i = \frac{h_i}{2}) = \mathcal{G}_{xz}^{i'}(z_i = \frac{h_i}{2}) = 0;$$

$$\mathcal{G}_{yz}^i(z_i = \frac{h_i}{2}) = \mathcal{G}_{yz}^{i'}(z_i = \frac{h_i}{2}) = \mathcal{G}_{xz}^{i'}(z_i = \frac{h_i}{2}) = 0;$$

$$\mathcal{G}_x^i(x = \pm B) = \mathcal{G}_{xy}^i(x = \pm B) = \mathcal{G}_{xz}^i(x = \pm B) = \mathcal{G}_{yz}^i(x = \pm B) = 0;$$

Выражения для напряжений запишутся в виде

$$\mathcal{G}_x^i = \chi_i \left\{ \gamma_i \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial x_i^2} + \chi_j \frac{\partial^2 \chi_j}{\partial x_j^2} + \chi_k \frac{\partial^2 \chi_k}{\partial x_k^2} \right\} \left(\frac{\partial \chi_i}{\partial x_i} - \alpha_i \chi_i \right);$$

$$\mathcal{G}_y^i = \chi_j \left\{ \gamma_j \frac{\partial^2 \chi_j}{\partial x_j^2} + \chi_i \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial x_i^2} + \chi_k \frac{\partial^2 \chi_k}{\partial x_k^2} \right\} \left(\frac{\partial \chi_j}{\partial x_j} - \alpha_j \chi_j \right);$$

$$\mathcal{G}_z^i = \chi_k \left\{ \gamma_k \frac{\partial^2 \chi_k}{\partial x_k^2} + \chi_i \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial x_i^2} + \chi_j \frac{\partial^2 \chi_j}{\partial x_j^2} \right\} \left(\frac{\partial \chi_k}{\partial x_k} - \alpha_k \chi_k \right);$$

$$\mathcal{G}_{xy}^i = \chi_i \left\{ \gamma_i \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial x_i^2} + \chi_j \frac{\partial^2 \chi_j}{\partial x_j^2} + \chi_k \frac{\partial^2 \chi_k}{\partial x_k^2} \right\} \left(\frac{\partial \chi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \chi_j}{\partial x_i} \right);$$

$$\mathcal{G}_{xz}^i = \chi_i \left\{ \gamma_i \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial x_i^2} + \chi_j \frac{\partial^2 \chi_j}{\partial x_j^2} + \chi_k \frac{\partial^2 \chi_k}{\partial x_k^2} \right\} \left(\frac{\partial \chi_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \chi_k}{\partial x_i} \right);$$

$$\mathcal{G}_{yz}^i = \chi_j \left\{ \gamma_j \frac{\partial^2 \chi_j}{\partial x_j^2} + \chi_i \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial x_i^2} + \chi_k \frac{\partial^2 \chi_k}{\partial x_k^2} \right\} \left(\frac{\partial \chi_j}{\partial x_k} + \frac{\partial \chi_k}{\partial x_j} \right);$$

Постановка задач теплопроводности и термоупругости производится симметрично по осям x и y ($-B \leq x \leq B$, $-A \leq y \leq A$) и выбором локальной системы координат по оси z для каждого слоя с центром в средней точке ($-\frac{h_i}{2} \leq z_i \leq \frac{h_i}{2}$), при этом симметрия по осям z отсутствует.

Решение задачи теплопроводности строится так, чтобы впоследствии искать решение задачи термоупругости разложением перемещений в ряды Тейлора по осям y и z , ограниченным первым членами. Это оправдано двумерностью температурного поля и малостью толщи слоев по сравнению с размерами кристалла вдоль координаты x . Полученное температурное решение выгладит следующим образом:

$$T_i = A_{10}^i + T_0 + A_{20}^i z + A_{30}^i z^2 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_{1n}^i + A_{2n}^i z + A_{3n}^i z^2) \cos \chi_n x,$$

где

$$A_{30}^i = \frac{P_0^i}{2}; \quad i = 1, N; \quad A_{20}^i = -\frac{P_0^i}{2} h_i;$$

$$A_{20}^i = -\frac{\Delta_{11}^i}{\chi_i} \left[A_{20}^i - P_0^i \frac{h_{i+1}}{2} \right] - P_0^i \frac{h_i}{2}; \quad i = 1, N-1;$$

$$A_{10}^i = A_{20}^i \frac{h_i}{2} - P_0^i \frac{h_i^2}{8};$$

$$A_{10}^{i+1} = A_{10}^i + A_{20}^i \frac{h_i}{2} + A_{30}^i \frac{h_i^2}{2} + P_0^i \frac{h_i}{2} - P_0^{i+1} \frac{h_{i+1}}{2}; \quad i = 1, N-1;$$

$$\mathcal{A}_{2n}^i A_{1n}^i - 2A_{3n}^i = -P_n^i; \quad i = 1, N;$$

$$A_{1n}^i - A_{2n}^i \frac{h_i}{2} + A_{3n}^i \frac{h_i^2}{4} = 0;$$

$$A_{1n}^i + A_{2n}^i \frac{h_i}{2} + A_{3n}^i \frac{h_i^2}{2} - A_{1n}^{i+1} \frac{h_{i+1}}{2} - A_{2n}^{i+1} \frac{h_{i+1}}{2} - A_{3n}^{i+1} \frac{h_{i+1}^2}{2} = 0;$$

$$A_{2n}^i + A_{3n}^i \frac{h_i}{2} + \frac{\Delta_{11}^i}{\chi_i} A_{2n}^i - \frac{\Delta_{11}^i}{\chi_i} A_{2n}^{i+1} h_{i+1} = 0;$$

$$A_{2n}^i + A_{3n}^i h_i = 0;$$

$$P_n^i = -\frac{P_0^i \chi_n h_i \epsilon}{2A_{1n}^i \chi_n}; \quad i = 1, N; \quad P_0^i = -\frac{P_0^i}{\chi_i} \frac{P_0^i h_i \epsilon}{2A_{1n}^i h_i \epsilon}.$$

Решение задачи термоупругости имеет вид

$$u_x^i = \chi_i^2 (x, z_i) + \mathcal{U}_2^i(x, z_i) y^2;$$

$$u_y^i = \mathcal{U}_3^i(x, z_i) y;$$

$$u_z^i = \mathcal{U}_4^i(x, z_i) \mathcal{U}_3^i(x, z_i) y^2;$$

$$\begin{aligned} \omega_j^i(x, z) &= \omega_{j1}^i(x) + \omega_{j2}^i(x) + \omega_{j3}^i(x) z_i^2, \quad j = \overline{2, 5}; \\ \omega_{jk}^i &= \sum_{m=1}^n c_{jk}^m \sin \mu_m x, \quad j = \overline{1, 2}, \quad k = \overline{1, 3}; \\ \omega_{jk}^i &= D_{jk}^i + \sum_{r=1}^n c_{jr}^k \cos \mu_r x, \quad j = \overline{3, 5}, \quad k = \overline{1, 3}, \end{aligned}$$

где коэффициенты находятся из уравнений:

$$\begin{aligned} \gamma_3^i D_{33}^i - 2\gamma_4^i D_{43}^i + 2\gamma_5^i D_{53}^i - 2\gamma_6^i D_{63}^i &= \alpha_i A_{02}^i; \\ \gamma_1^i D_{31}^i + \gamma_4^i (D_{12}^i + D_{52}^i A^2) &= \alpha_i A_{01}^i; \\ D_{32}^i + 2D_{52}^i &= 0; \\ D_{j1}^i - D_{j2}^i \frac{h_i}{2} + D_{j3}^i \frac{h_i^2}{4} &= 0, \quad j = \overline{3, 5}; \\ D_{j1}^i - D_{j2}^i \frac{h_i}{2} + D_{j3}^i \frac{h_i^2}{4} - D_{j4}^i \frac{h_i^3}{2} - D_{j5}^i \frac{h_i^4}{4} &= 0, \quad i = \overline{1, 4}; \\ \gamma_6^i (D_{32}^i + D_{53}^i h_i) - \gamma_6^{i+1} (D_{32}^{i+1} - D_{53}^{i+1} h_{i+1}) &+ \\ + 2(\gamma_6^i - \gamma_6^{i+1}) (D_{31}^i + D_{52}^i \frac{h_i}{2} + D_{53}^i \frac{h_i^2}{4}) &= 0, \\ (\gamma_5^i \gamma_4^i - \gamma_5^{i+1} \gamma_4^{i+1}) (D_{31}^i - D_{32}^i \frac{h_i}{2} + D_{53}^i \frac{h_i^2}{4}) &+ \\ + \gamma_5^i \gamma_4^i (D_{02}^i + D_{03}^i h_i) - \gamma_5^{i+1} \gamma_4^{i+1} (D_{02}^{i+1} - D_{03}^{i+1} h_{i+1}) &= \\ = \gamma_5^i \alpha_i (A_{01}^i + A_{02}^i \frac{h_i}{2} + A_{03}^i \frac{h_i^2}{4}) - \gamma_5^{i+1} \alpha_{i+1} (A_{01}^{i+1} + A_{02}^{i+1} \frac{h_{i+1}}{2} + A_{03}^{i+1} \frac{h_{i+1}^2}{4}); \\ \gamma_5^i \gamma_1^i (D_{32}^i - D_{53}^i h_i) - \gamma_5^{i+1} \gamma_1^{i+1} (D_{32}^{i+1} - D_{53}^{i+1} h_{i+1}) &= 0, \quad i = \overline{1, 4}; \\ D_{32}^i + D_{53}^i h_i + 2(D_{51}^i + D_{52}^i \frac{h_i}{2} + D_{53}^i \frac{h_i^2}{4}) &= 0; \\ \gamma_4^i (D_{31}^i - D_{32}^i \frac{h_i}{2} + D_{33}^i \frac{h_i^2}{4} + D_{34}^i \frac{h_i^3}{4} + D_{35}^i \frac{h_i^4}{4}) &= \\ = \alpha_4 (A_{01}^i + A_{02}^i \frac{h_i}{2} + A_{03}^i \frac{h_i^2}{4}); \quad \gamma_1^i (D_{32}^i - D_{53}^i h_i) &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_1^i \mu_n^2 (C_{11}^i - 2\gamma_2^i (C_{13}^i - C_{31}^i) + \gamma_3^i \mu_n (C_{31}^i + C_{42}^i)) &= \alpha_i A_{1n}^i \mu_n; \\ \gamma_3^i (\mu_n C_{12}^i + C_{32}^i) - \gamma_2^i \mu_n^2 C_{21}^i + 2\gamma_1^i C_{43}^i - 2\gamma_2^i C_{44}^i &= \alpha_i A_{2n}^i; \\ \gamma_4^i \mu_n (C_{11}^i + C_{31}^i A^2) + \gamma_1^i C_{31}^i + \gamma_4^i (C_{22}^i - C_{52}^i A^2) &= \alpha_i A_{1n}^i; \\ 2C_{21}^i - \mu_n C_{31}^i = 0; \quad C_{32}^i + 2C_{51}^i &= 0, \quad i = \overline{1, 4}; \\ C_{j1}^i - C_{j2}^i \frac{h_i}{2} + C_{j3}^i \frac{h_i^2}{4} = 0, \quad j = \overline{1, 5}; \\ C_{j1}^i - C_{j2}^i \frac{h_i}{2} + C_{j3}^i \frac{h_i^2}{4} - C_{j4}^i \frac{h_i^3}{2} + C_{j5}^i \frac{h_i^4}{4} - C_{j6}^i \frac{h_i^5}{4} &= 0, \quad j = \overline{1, 5}, \quad i = \overline{1, 4}; \\ \gamma_6^i (C_{32}^i + C_{53}^i h_i) - \gamma_6^{i+1} (C_{32}^{i+1} - C_{53}^{i+1} h_{i+1}) &- \\ - \mu_n (\gamma_6^i - \gamma_6^{i+1}) (C_{31}^i + C_{52}^i \frac{h_i}{2} + C_{53}^i \frac{h_i^2}{4}) &= 0, \quad j = \overline{1, 2}, \quad j' = \overline{1, 3}; \\ \gamma_6^i (C_{32}^i - C_{53}^i h_i) - \gamma_6^{i+1} (C_{32}^{i+1} - C_{53}^{i+1} h_{i+1}) &+ \\ + 2(\gamma_6^i - \gamma_6^{i+1}) (C_{51}^i - C_{52}^i \frac{h_i}{2} + C_{53}^i \frac{h_i^2}{4}) &= 0; \\ (\gamma_5^i \gamma_4^i - \gamma_5^{i+1} \gamma_4^{i+1}) \{ \mu_n (C_{11}^i - C_{12}^i \frac{h_i}{2} + C_{13}^i \frac{h_i^2}{4}) &+ \\ + (C_{31}^i + C_{32}^i \frac{h_i}{2} + C_{33}^i \frac{h_i^2}{4}) \} + \gamma_5^i \gamma_4^i (C_{42}^i + C_{43}^i h_i) &- \\ - \gamma_5^{i+1} \gamma_4^{i+1} (C_{42}^{i+1} - C_{43}^{i+1} h_{i+1}) = \gamma_5^i \alpha_i (A_{1n}^i + A_{2n}^i \frac{h_i}{2} + A_{3n}^i \frac{h_i^2}{4}) &- \\ - \gamma_5^{i+1} \alpha_{i+1} (A_{1n}^{i+1} + A_{2n}^{i+1} \frac{h_{i+1}}{2} + A_{3n}^{i+1} \frac{h_{i+1}^2}{4}); \\ (\gamma_5^i \gamma_4^i - \gamma_5^{i+1} \gamma_4^{i+1}) \mu_n (C_{21}^i + C_{22}^i \frac{h_i}{2} + C_{23}^i \frac{h_i^2}{4}) &+ \\ + \gamma_5^i \gamma_4^i (C_{22}^i + C_{53}^i h_i) - \gamma_5^{i+1} \gamma_4^{i+1} (C_{22}^{i+1} - C_{53}^{i+1} h_{i+1}) &= 0; \\ C_{j2}^i + C_{53}^i h_i - \mu_n (C_{j1}^i + C_{j2}^i \frac{h_i}{2} + C_{j3}^i \frac{h_i^2}{4}) &= 0, \quad j = \overline{1, 2}, \quad j' = \overline{1, 3}; \\ C_{32}^i + C_{53}^i h_i + 2(C_{51}^i + C_{52}^i \frac{h_i}{2} + C_{53}^i \frac{h_i^2}{4}) &= 0; \\ \gamma_4^i \{ \mu_n (C_{11}^i - C_{12}^i \frac{h_i}{2} + C_{13}^i \frac{h_i^2}{4}) + (C_{32}^i + C_{53}^i \frac{h_i}{2} + C_{54}^i \frac{h_i^2}{4}) \} &+ \\ + \gamma_4^i (C_{22}^i - C_{53}^i h_i) - \alpha_4 (A_{01}^i + A_{02}^i \frac{h_i}{2} + A_{03}^i \frac{h_i^2}{4}) &= 0; \\ \gamma_4^i \mu_n (C_{21}^i + C_{22}^i \frac{h_i}{2} + C_{23}^i \frac{h_i^2}{4} + \gamma_1^i (C_{32}^i - C_{53}^i h_i)) &= 0. \end{aligned}$$

Итак, можно сформулировать следующий алгоритм, позволяющий найти численное решение задачи термостойкости для слоистого кристалла полупроводникового прибора:

1. Ввод исходных данных, вычисление констант.
2. Сеточное разбиение слоев.
3. Расчет температурного поля.
4. Первая часть решения.
5. Вторая часть решения.

Программа, реализующая данный алгоритм, написана на языке Фортран IV для машин ряда ЕС.

УДК 536.2.621.366.6

Г. Н. Дульнев, М. М. Короткович, А. О. Сергеев, А. В. Стегалов

РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУР ЭЛЕМЕНТОВ НА ПЕЧАТНЫХ ПЛАТАХ В БЛОКАХ С ВОЗДУШНЫМ ОХЛАЖДЕНИЕМ

При проектировании радиоэлектронной аппаратуры требования к нормальному тепловому режиму наиболее корректно формулировать в виде ограничений на допустимые температуры корпусов элементов. Поэтому при анализе теплового режима и выборе параметров системы охлаждения блоков РЭА возникает задача расчета температур корпусов микросхем, микросборок и дискретных электрорадиоэлементов, установленных на плате.

В монографии [1] и отраслевом стандарте [2] полный перечень элемента представляется в виде суммы собственного перегрева и фонового. Фоновый перегрев рассчитывается коэффициентным методом в предположении равномерного распределения мощности источников по всему объему нагретой зоны, а собственный перегрев определяется путем рассмотрения одиночного элемента на плате.

Более детальный анализ теплового режима блоков, учитывающий неравномерное распределение мощностей по платам в блоке и по элементам на плате, может быть проведен на основе метода поэтапного моделирования [3]. На первом этапе целесообразно рассматривать модель всего блока, задавая равномерное по поверхности, но различное для каждой из плат распределение мощностей, а на втором — решать задачу определения температур корпусов элементов, используя подлеченные или формальные средние температурах плат и воздуха.

На первом этапе могут быть использованы модель квазиодномерного тела с объемными источниками и стоками теплоты или модель системы тел (плат) с равномерными полями [1,3]. Численная реализация модели квазиодномерного тела [4] или модели системы тел (тепловой схемы) в принципе позволяет учесть различие мощностей плат, скоростей воздуха и коэффициентов теплоотдачи в каналах. Однако для герметичных или перфорированных блоков с естественным воздушным охлаждением возникает задача определения скорости воздуха в каналах между платами. В [1] эта задача решена для случая равномерного распределения скоростей воздуха по каналам, но при различных мощностях плат и расстоянии между ними скорости воздуха в каналах также могут существенно различаться. В работе [5] предложена методика расчета теплового режима герметичных блоков, позволяющая определить скорость воздуха в каждом из каналов и базирующаяся на численном решении системы одномерных уравнений для плат и воздуха в каналах. В новой версии системы автоматизированного моделирования теплового режима РЭА ПРАМ-5 [6] использована методика расчета скоростей и температур плат в блоках с естественной вентиляцией, основанная на решении сопряженной задачи [7].

Для расчета на втором этапе температур элементов на плате предложено меньшее число методов. Наиболее часто расчет проводят для одиночного элемента [2,8,9], а влияние остальных учитывают в виде температурного фона плат без учета их взаимного расположения. В [10] предлагается проводить анализ теплового режима плат путем решения двумерной задачи для пластины с локальными источниками теплоты [11] и суммировать перегревы от отдельных источников с помощью принципа суперпозиции. Однако при таком подходе считается, что мощность элемента выделяется непосредственно в плате и не учитывается тепловое сопротивление "элемент - плата", размер корпуса элемента, возможность установки элемента с радиатором.

В данной работе предлагается методика поэтапного расчета температур элементов в блоках с герметичным корпусом при естественном воздушном охлаждении и в блоках с естественной или принудительной воздушной вентиляцией. Эта методика позволяет провести расчет с учетом влияния размещенных элементов на плате и плат в блоке и скорости и режима движения систем срезывающего небольшого числа уравнений. Последнее обстоятельство дает возможность реализовать методику на микро- и макро-ЭМ (в отличие от [4-6]) и использовать в САПР при решении задач размещения элементов на плате и плат в блоке, выбора оптимальных геометрических параметров, распределения расходов воздуха.

A819538

НАУЧНАЯ
БИБЛИОТЕКА
САРАТОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА

Расчет проводится в два этапа. На первом этапе решаются задача определения средних температур плат $\bar{t}_{n,i}$ ($i = 1, 2, \dots, N$), корпусов $\bar{t}_{a,i}$, средних температур воздуха $\bar{t}_{a,i}$, температур воздуха $\bar{t}_{a,i}$ на выходе и $\bar{t}_{a,i}$ на входе в каналы; последние рассчитываются лишь для герметичных блоков, так как для вентилируемых блоков они равны температуре среды. Для герметичных блоков и блоков о естественной вентиляции расчет средних температур проводится совместно с расчетом средних скоростей движения воздуха \bar{v}_i в каждом из каналов ($i = 1, 2, \dots, N+1$).

При расчете средних температур в блоке платы считаются одинаковыми пластинами с эффективной толщиной $\alpha_{n,i}$, а суммарные мощности $P_{n,i}$ элементов на i -й плате предполагаются равномерно распределены по поверхности каждой из плат. Считается, что кондуктивные связи плат с корпусом незначительны, и теплообмен осуществляется только конвекцией и излучением. Тепловая модель блока представляет собой систему N параллельных пластин, образующих $N+1$ канал и заключенных в герметичный или перфорированный корпус прямоугольной формы. Толщина $\alpha_{n,i}$, ширина канала $\alpha_{a,i}$ и мощность $P_{n,i}$ могут различаться для каждой из плат.

В блоках с герметичным корпусом воздух в каналах между платами может двигаться как вверх, так и вниз в зависимости от распределения температур воздуха. В используемой для герметичных блоков модели направление движения в каждом из каналов не навязывается, а получается вместе со значением скорости \bar{v}_i в результате расчета. Одна из возможных схем движения воздуха показана на рис. 1.

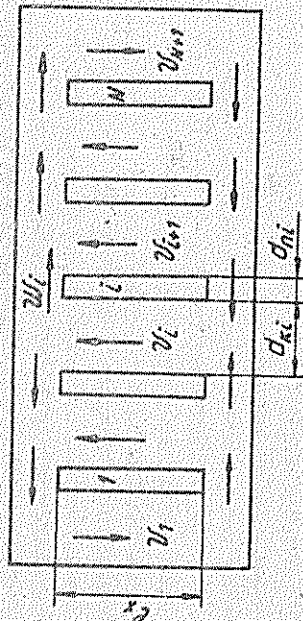


Рис. 1. Тепловая модель герметичного блока

Воздух движется в каждом из каналов в одном направлении, а скорости \bar{v}_i ($i = 1, 2, \dots, N$) могут быть разными.

Математические модели первого этапа расчета представляют собой системы алгебраических уравнений теплового баланса для плат, корпуса и воздуха в каналах, а также алгебраических уравнений, вытекающих из закона сохранения импульса для потоков воздуха в каналах (для блоков с естественным воздушным охлаждением). Рассчитываем сначала модель для герметичных блоков, которая охватывает наиболее сложную из-за необходимости расчета скоростей воздуха с учетом взаимного влияния каналов.

Уравнения теплового баланса для плат имеют вид

$$P_{n,i} = \alpha_{n,i} (\bar{t}_{n,i} - \bar{t}_{n,i-1}) + \alpha_{n,i+1} (\bar{t}_{n,i} - \bar{t}_{n,i+1}) + \alpha_{a,i} (\bar{t}_{n,i} - \bar{t}_{a,i}) + \alpha_{a,i+1} (\bar{t}_{n,i} - \bar{t}_{a,i+1}) - \alpha_{a,i} (\bar{t}_{n,i} - \bar{t}_{a,i}) - \alpha_{a,i+1} (\bar{t}_{n,i} - \bar{t}_{a,i+1}) \quad (1)$$

где $\alpha_{n,i-1}$, $\alpha_{n,i+1}$ - лучистые тепловые проводимости между платами; $\alpha_{a,i}$, $\alpha_{a,i+1}$ - конвективные тепловые проводимости от платы к воздуху в i -м и $(i+1)$ -м каналах; $\alpha_{a,i}$ - лучистая проводимость от платы к корпусу. Для двух крайних плат ($i=1$ и $i=N$) в уравнениях баланса отсутствуют члены с $\alpha_{n,i-1}$ или $\alpha_{n,i+1}$ соответственно и иначе вычисляются проводимости к корпусу $\alpha_{a,i}$ и $\alpha_{a,i+1}$.

Среднюю температуру корпуса \bar{t}_k можно найти из уравнения баланса

$$\sum_{i=1}^N P_{n,i} = \alpha_{kc} (\bar{t}_k - \bar{t}_c) \quad (2)$$

где α_{kc} - сумма лучистой и конвективной тепловых проводимостей от корпуса в среду с температурой \bar{t}_c .

Предполагая, что по длине каналов температура воздуха меняется линейно, то есть $\bar{t}_{a,i} = (\bar{t}_{a,i}^{\text{вх}} + \bar{t}_{a,i}^{\text{вых}})/2$, уравнения теплового баланса для воздуха в каналах между платами можно записать в виде

$$\alpha_{a,i} (\bar{t}_{n,i-1} - \bar{t}_{a,i}) + \alpha_{a,i} (\bar{t}_{n,i} - \bar{t}_{a,i}) = 2\alpha_{a,i} (\bar{t}_{a,i} - \bar{t}_{a,i}^{\text{вх}}) \quad \epsilon = 2, \dots, N \quad (3)$$

где ϵ - удельная теплоемкость; $\alpha_{a,i}$ - массовый расход воздуха в i -м канале.

Для определения средних температур воздуха $\bar{t}_{a,i}$ и $\bar{t}_{a,i}$ в крайних каналах и температур $\bar{t}_{a,i}$ используется следующее соотношение. Температуры $\bar{t}_{a,i}$ и $\bar{t}_{a,i}$ равны средневзвешенным по площади боковых поверхностей крайних плат и корпуса температур. Температура воздуха на входе во все каналы между платами считается равной средневзвешенной по площади торцевых поверхностей плат и корпуса температуре:

$$\bar{t}_{a,i}^{\text{вх}} = \frac{\sum_{i=1}^N \alpha_{n,i} \bar{t}_{n,i} + \alpha_{a,i} \bar{t}_k}{\sum_{i=1}^N \alpha_{n,i} + \alpha_{a,i}} \quad (4)$$

При расчете скоростей движения воздуха V_i ($i = 1, 2, \dots, N+1$) предполагается, что в вертикальных каналах реализуется полностью гидродинамически стабилизированное ламинарное течение. Тогда потери давления на трение в каналах рассчитываются по формуле [12]:

$$\Delta P_{\tau, i} = \frac{96}{Re_i} \frac{\rho V_i^2}{2} \frac{L_i}{d_{\tau, i}} = \frac{12 \lambda_i V_i^2 L_i}{d_{\tau, i}^3}, \quad (5)$$

где ρ — плотность воздуха; $d_{\tau, i} = 2 \alpha_{\tau, i}$ — эквивалентный диаметр плоского канала; $\lambda_i = f(\bar{t}_{a, i})$ — динамическая вязкость воздуха.

Если пренебречь потерями давления при движении потоков воздуха в горизонтальных каналах, обрешеченных торцами плит и поверхностью корпуса, то из условия баланса сил для каждой пары вертикальных каналов можно записать следующие уравнения:

$$\frac{12 \lambda_i L_i V_i}{\alpha_{\tau, i}^3} - \frac{12 \lambda_{i+1} L_{i+1} V_{i+1}}{\alpha_{\tau, i+1}^3} = \beta \rho g (\bar{t}_{a, i+1} - \bar{t}_{a, i}) L_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (6)$$

Правые части уравнений (6) описывают действие архимедовых сил; β — коэффициент объемного расширения воздуха.

Для определения скоростей V_i ($i = 1, 2, \dots, N+1$) систему уравнений (6) следует дополнить уравнением, вытекающим из закона сохранения массы:

$$\sum_{i=1}^{N+1} V_i \alpha_{\tau, i} = 0. \quad (7)$$

Для совместного решения задачи расчета средних температур и скоростей применяется следующий итерационный алгоритм. Сначала на основе формулы, приведенных в [1] для кассетного блока с равномерным распределением мощности, находят среднюю температуру нагретой зоны $\bar{t}_{a, z}$, корпуса \bar{t}_k и воздуха \bar{t}_a , и в качестве начального приближения принимают $\bar{t}_{a, i} = \bar{t}_{a, z}$ ($i = 1, 2, \dots$), $\bar{t}_{a, i} = \bar{t}_a$ ($i = 2, 3, \dots, N$). Затем из уравнения (2) находят температуру корпуса \bar{t}_k с применением последовательных приближений для уточнения проводимости $S_{k, c}$. Далее организуется итерационный процесс, на каждом s -м шаге которого решается система уравнений (6)–(7) при известных температурах $\bar{t}_{a, i}^{(s-1)}$ и находится скорости $V_i^{(s)}$; проводится расчет лучистых и конвективных тепловых проводимостей; решается система линейных алгебраических уравнений (1), (3), (4) относительно температур плит и воздуха и вычисляются новые значения температур после s -й итерации по формулам:

$$\bar{t}_{a, i}^{(s)} = \beta \bar{t}_{a, i}^{(s-1)} + (1-\beta) \bar{t}_{a, i}^{(s-1)}, \quad \bar{t}_{a, i}^{(s)} = \beta \bar{t}_{a, i}^{(s-1)} + (1-\beta) \bar{t}_a^{(s-1)}. \quad (8)$$

где $\bar{t}_{a, i}^{(s)}$, $\bar{t}_{a, i}^{(s)}$ — значения температур, найденные в результате решения системы уравнений; β — "замедляющий" множитель, используемый для предотвращения расходимости итерационного процесса. Путем численного эксперимента выбрано значение $\beta = 0,3$.

Рассмотрим отличительные особенности методики расчета средних температур в блоках с естественной и принудительной вентиляцией по сравнению с кассетной выше методикой. Уравнения теплового баланса для плит и воздуха записываются аналогично (1) и (3) с учетом того, что температура воздуха на входе во все каналы равна температуре среды. В уравнении баланса для корпуса из мощности источников вычитается поток, выходящий воздухом:

$$\sum_{i=1}^N P_{a, i} - 2c \sum_{i=1}^N G_i (\bar{t}_{a, i} - t_c) = S_{k, c} (\bar{t}_k - t_c). \quad (9)$$

Для блоков с естественной вентиляцией скорости воздуха V_i зависят от перепадов воздуха ($\bar{t}_{a, i} - t_c$) и находятся из уравнений работы [3]:

$$\frac{c \rho}{\alpha_{\tau, i}^2} \frac{96}{Re_i} \frac{\rho V_i^2}{2} (\bar{t}_k + \bar{t}_{a, i}) \frac{\rho V_i^2}{2} = \beta \rho g L_i (\bar{t}_{a, i} - t_c), \quad (10)$$

где V_i — скорость воздуха в отрезках перфорированного корпуса, связанная со скоростью V_i через коэффициент перфорации; $\bar{t}_{a, i}$ — коэффициент местного гидравлического сопротивления на входе и выходе из блока, которые зависят от коэффициента перфорации, гидравлического диаметра отверстий и числа Re_i и рассчитываются по соотношениям, приведенным в [12].

Решение системы уравнений (1), (3), (9), (10) проводится по итерационной схеме, аналогичной описанной выше, то есть последовательно выполняется расчет скоростей, проводимостей и температур, причем канал из скоростей V_i определяется независимо от остальных из уравнений (10).

Для блоков с принудительной вентиляцией расчет упрощается, так как скорости V_i (расходы G_i) считаются заданными.

На втором этапе рассматривается модель плиты, на которой установлены J элементов, расселенных мощности P_j ($j = 1, \dots, J$ для элементов, расположенных на одной стороне, и $j = J+1, \dots, J$ для элементов на другой стороне плиты). Целью расчета на этом этапе является определение температуры корпуса элементов t_j ($j = 1, 2, \dots, J$) с учетом лучистого теплообмена с соседними плитами и корпусом, конвективного теплообмена с воздухом в каналах, теплообмена с плитой в местах установки элементов и кондуктивного переноса тепла на плиту.

Тепловой модель платы с элементами является прямоугольная однородная анизотропная пластина размерами l_x, l_y и толщиной δ_n с эффективными теплопроводностями λ_x, λ_y (рис. 2), на которой с двух сторон расположены J_1, J_2 тел с равномерными температурными полями t_j и мощностями P_j .

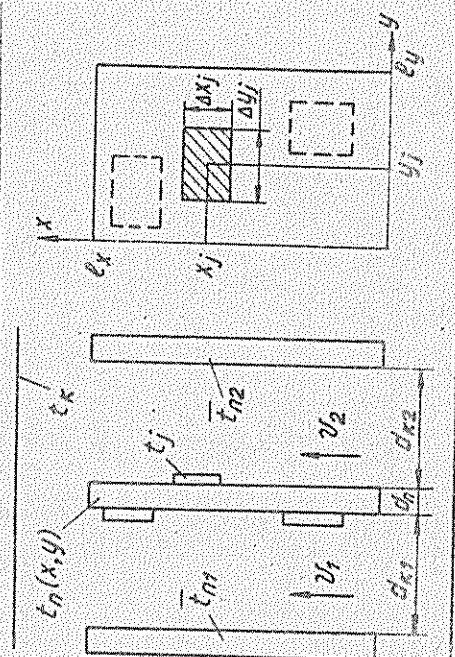


Рис. 2. Тепловая модель платы с элементами

Для каждого из этих тел (элементов) записывается уравнение теплового баланса в виде

$$P_j = \sigma_j^1 (t_j - \bar{t}_{n2}) + \sigma_j^2 (t_j - \bar{t}_{n1}) + P_j^{in}, \quad j = 1, 2, \quad (11)$$

где σ_j^1, σ_j^2 - лучистая и конвективная теплопередача от корпуса элемента; $\bar{t}_{n1}, \bar{t}_{n2}$ - средние температуры воздуха в каналах со стороны 1 и 2 на высоте h_j ; P_j^{in} - тепло-вой поток, идущий от j -го элемента в плату, для которого можно записать выражение

$$P_j^{in} = (t_j - \bar{t}_{n1}) / R_j \quad (12)$$

(t_{nj} - средняя температура участка платы ($\Delta x_j, \Delta y_j$) под j -м элементом; R_j - тепловое сопротивление "элемент - плата", величина которого зависит от типа корпуса и способа установки на плату).

Температурное поле платы описывается двумерным ($t_n = t_n(x, y)$)

и описывается уравнением теплопроводности для пластины с локальными источниками тепла [3]

$$\lambda_x \frac{\partial^2 t_n}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 t_n}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial x} (t_n - \bar{t}_{cp}) + \frac{\partial}{\partial y} (t_n - \bar{t}_{cp}) = 0, \quad (13)$$

а теплообмен на торцах платы отсутствует. В уравнении (13) лучистый и конвективный теплообмен на двух поверхностях рассматриваемой платы с соседними платами, корпусом и воздухом учитывается путем введения температуры условной среды \bar{t}_{cp} и коэффициента теплоотдачи к условной среде $\bar{\alpha}$, которые определяются так:

$$\bar{\alpha} = \sigma_x / l_x \bar{\epsilon}_x, \quad \sigma_x = \sigma_{n1}^1 + \sigma_{a1}^1 + \sigma_{k1}^1 + \sigma_{n2}^1 + \sigma_{a2}^1 + \sigma_{k2}^1,$$

$$\bar{t}_{cp}(x) = [\sigma_{n1}^1 \bar{t}_{n1} + \sigma_{a1}^1 t_{a1}(x) + \sigma_{k1}^1 t_k + \sigma_{n2}^1 \bar{t}_{n2} + \sigma_{a2}^1 t_{a2}(x) + \sigma_{k2}^1 t_k] / \sigma_x, \quad (14)$$

где $\sigma_{n1}^1, \sigma_{a1}^1, \sigma_{k1}^1$ - лучистая теплопроводность между платами и между платой и корпусом со стороны 1; $\sigma_{n2}^1, \sigma_{a2}^1$ - конвективная теплопроводность от платы к воздуху в канале со стороны 1.

Коэффициент теплоотдачи к условной среде $\bar{\alpha}$ считается постоянным по всей поверхности платы, то есть изменение условий теплообмена в местах установки элементов в этом коэффициенте не учитывается. Однако при совместном решении системы уравнений теплового баланса (11) к уравнению для пластины (13) необходимо, чтобы в задаче (13) тепловые потоки, входящие в плату в местах расположения элементов, были равны потокам P_j^{in} из уравнения (12). Для этого при задании функции $q(x, y)$ на участках поверхности, соответствующих проекциям элементов, вводится некоторые условные мощности источников P_j^* , которые определяются так, чтобы уравнение тепловые потоки в плату в уравнении баланса и в краевой задаче для пластины:

$$P_j^* = P_j^{in} + \bar{\alpha} \Delta x_j \Delta y_j (t_{nj} - \bar{t}_{cp}), \quad (15)$$

где $\bar{\alpha} \epsilon$ - коэффициент теплоотдачи к условной среде, $\bar{t}_{cp}, \bar{\alpha}$ - температура условной среды на стороне $\bar{\alpha}$ (эти величины определяются аналогично \bar{t}_{cp} и $\bar{\alpha}$, но учитываются только тепловые проводимости с $\bar{\alpha}$ -й стороны платы).

Второе слагаемое в правой части (15) соответствует тепловому потоку, который уходил бы с участка поверхности платы ($\Delta x_j, \Delta y_j$) на стороне $\bar{\alpha}$, если бы в этом месте отсутствовал реальный элемент j , а вместо него стоял локальный плоский источник с мощностью P_j^* .

С учетом введенных согласно (15) условных мощностей локальных источников P_j^* функции $q_j(x, y)$ в уравнении (13) имеет вид

$$q_j(x, y) = \sum_{j=1}^n q_j(x, y), \quad (16)$$

где

$$q_j(x, y) = \begin{cases} P_j^* / (\alpha x_j \Delta y_j) & \text{в зоне проекции } j\text{-го элемента,} \\ 0 & \text{вне зоны проекции } j\text{-го элемента.} \end{cases}$$

Распределение температуры воздуха $t_{\text{в}}(x, y)$, $t_{\text{в}2}(x)$ по высоте считается линейным в каждом канале и находится на основе температуры воздуха на входе $t_{\text{в}1}$ и на выходе $t_{\text{в}2}$, вычисленных на первом этапе. Средние температуры плат $t_{\text{п}1}$, $t_{\text{п}2}$ также известны по результатам расчетов первого этапа. При определении коэффициентов теплопроводимости используются найденные на первом этапе скорости воздуха в каналах, причем величины β_j^* для отдельных элементов рассчитываются на основе локальных, а величин $\beta_{\text{н}1}^*$, $\beta_{\text{н}2}^*$ на основе средних коэффициентов теплопроводимости в плоском канале [3]. Лучистые тепловые коэффициенты теплоотдачи в плоском угловых коэффициентов излучения между платами и между платой и корпусом [13]. Для вычисления всех тепловых проводимостей, зависящих от температур, используются уже известные средние значения температур плат и воздуха.

Согласно принципу суперпозиции [3], выражения для температур $t_{\text{н}j}$ участков платы под элементами записываются в виде

$$t_{\text{н}j} = t_{\text{ф}}(x_j) + \sum_{m=1}^n F_{mj} P_m^*, \quad (17)$$

где $t_{\text{ф}}(x_j)$ — фоновая температура, создаваемая соединенными корпусом и воздухом; F_{mj} — тепловой коэффициент от площадки, занятой m -м источником, к точке (x_j, y_j) ; P_m^* — условная мощность m -го источника на пластине, определенная согласно (15).

Тепловые коэффициенты F_{mj} ($m, j = 1, 2, \dots$) рассчитываются на основе приближенного аналитического решения задачи о тепловом поле пластины с локальным источником тепла, полученного в работе [11]. Для каждого источника решается уравнение (13) при $P_m^* = 1$, $P_j^* = 0$ для всех $j \neq m$, $t_{\text{ср}} = 0$ и найдется тепловой коэффициент $F_{mj} = t_{\text{н}j} / P_m^* - t_{\text{ф}j}$.

Температурный фон $t_{\text{ф}}(x_j)$ определяется из решения уравнения (13) при температуре условной среды $t_{\text{ф}}$, рассчитанной по (14), и при $q(x, y) = 0$.

Систему из $4J$ уравнений (11), (12), (15), (17), содержащих неизвестные $t_{\text{н}j}$, $t_{\text{п}1}$, $t_{\text{п}2}$, P_j^* ($j = 1, \dots, J$), можно путем ряда

подстановок свести к следующей системе J линейных алгебраических уравнений относительно условных мощностей:

$$P_j^* = \beta_j^* \alpha x_j \Delta y_j [t_{\text{ф}}(x_j) + \sum_{m=1}^n F_{mj} P_m^* - t_{\text{ср}}] - \beta_j^* t_{\text{ср}} - \beta_j^* t_{\text{в}1}(x_j) + (\beta_j^* + \beta_j^*) [t_{\text{ф}}(x_j) + \sum_{m=1}^n F_{mj} P_m^* + P_j^* P_j^* - \beta_j^* \alpha x_j \Delta y_j [t_{\text{ф}}(x_j) + \sum_{m=1}^n F_{mj} P_m^* - t_{\text{ср}}]], \quad j = 1, \dots, J. \quad (18)$$

После решения системы (18) и определения значений P_j^* рассчитываются температуры участков платы под элементами $t_{\text{н}j}$ по (17), тепловые потоки в плату P_m^* по (15) и, наконец, температуры корпусов элементов $t_{\text{п}j}$ по формуле (12).

По изложенной методике можно провести расчет температур элементов как на всей плате, так и на некотором участке $x_1 < x < x_2$, $y_1 < y < y_2$, если на границах этого участка допустимо сформулировать адиабатические условия.

Методика двухэтапного расчета температур элементов в герметичных и вентилируемых блоках реализована на ЭМ СМ-4. Исходными данными программ являются геометрические параметры конструкции и мощности, рассматриваемые на платах, тип корпусов и мощности элементов для анализируемых на втором этапе плат. Время расчета герметичного блока с 10-ю платами с последующим расчетом платы с 30-ю элементами составляет порядка 1 минуты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дульнев Г.И., Тарновский Н.И. Тепловые режимы электронной аппаратуры. Л., 1971.
2. ОСТ 4.70.012.032. Аппаратура радиоэлектронная. Блоки на микросборках, микросхемах и дискретных электрорадиоэлементах. Методы расчета тепловых режимов. Ред. 2-79. 1979.
3. Дульнев Г.И. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре. М., 1984.
4. Бутыло Э.Э., Дульнев Г.И., Баранов В.Г. Реализация обобщенной тепловой модели радиоэлектронного аппарата численным методом // Док. АН УССР. 1981. № 5. С.876-882.
5. Стоми В.С., Пугачев В.П., Зыкин В.С. Оптимизация блоков ЭВМ по динамике теплового режима и компоновочным характеристикам. Харьков, 1983.

6. Горохов С.И., Богарев А.Д., Прилуцки Г.А. Система моделирования теплового режима ГЗА автоматизированными методами ПРММ-9 // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТРТО. 1984. № 3. С.94-96.

7. Горохов С.И., Ломонов А.Ф. Приближенное решение стационарной задачи сопряженного теплообмена при свободной конвекции в вертикальных каналах ГЗА // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТРТО. 1983. № 3. С.97-104.

8. Киселев Б.И., Чунин В.Ф., Дубровская И.Г., Ларионова Е.Е. Расчет г-шной тепловой проводимости плоских корпусов интегральных микр. с планарными выводами // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТРТО. 1983. № 2. С.17-27.

9. Зеленин И.Л., Ильинская Г.И., Сычаров И.А., Гарновский И.И. Расчет тепловых режимов микросборок с учетом теплового соприкосновения "корпус - среда" // Техника средств связи. Сер. Техника телевидения. 1982. № 6. С.103-109.

10. Дульнев Г.И., Польшиков Б.В., Потляйко А.В. Разработка алгоритма иерархического моделирования процессов теплообмена в сложных радиоэлектронных комплексах // Радиотехника. 1979. № 11. С. 49-54.

11. Дульнев Г.И., Польшиков Б.В., Левбарг Б.С. Температурное поле пластины с локальным источником тепла и теплообменом на торцах // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТРТО. 1976. № 1. С.98-103.

12. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М., 1975.

13. Эггель Р., Хаузал Д., Теплообмен излучением. М., 1975.

УДК 621.396.63.536.21

В.И.Донич, В.М.Легкий

МЕТОДИКА ТЕПЛООВОГО РАСЧЕТА

ГРУППОВЫХ РАДИАТОРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРОВ

Применение групповых радиаторов полупроводниковых приборов (III) взамен одиночных способствует улучшению массогабаритных показателей электронного оборудования и в ряде случаев повышает его надежность. Результаты, приведенные в [1,2], свидетельствуют о целесообразности использования для этих целей пластин с периферийными призматическими ребрами. Их высокая эффективность, технологич-

ность и низкая себестоимость в полной мере отвечают современным требованиям, предъявляемым к конструкциям электронных устройств.

В работе приводятся инженерная методика теплового расчета групповых радиаторов указанной конструкции с одно- (рис. 1,а) и двухсторонними (рис. 1,б) периферийными призматическими ребрами. Методика разработана на основе экспериментального исследования 108 моделей теплообменников, геометрические параметры которых изменялись в пределах: $A, B = 50 \dots 200$, $\delta = 2 \dots 4$, $H = 20 \dots 60$, $\Delta = 3 \dots 8$, $\beta_1 = 3 \dots 9$ (для радиаторов с односторонними ребрами) и $\beta_1 \dots \beta_2 = 15$ (для двухсторонних теплообменников).

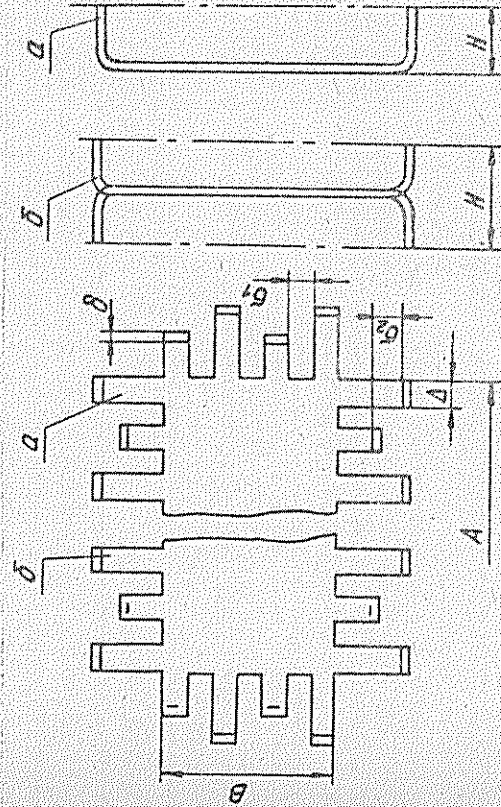


Рис. 1. Групповой радиатор с периферийными призматическими ребрами: а) односторонний, б) двухсторонний.

Методика имеет поперечный характер и заключается в определении температур T оснований III, установленных на воздушном теплообменнике, в условиях неопределенности их геометрических, энергетических и установившихся параметров. Критерием расчетной способности группового радиатора является состояние неизменности температур $P - Z$ по радиатору всех установленных на нем III предельно допустимых значений. Связь между температурой $P - Z$ перепада и основания III установлена известными соотношениями [3].

Поставленная задача решается в два этапа. На первом определяются средневзвешенный коэффициент теплоотдачи группового радиа-

тога и его среднесплошностная температура. Исходными данными на этом этапе являются: геометрические параметры группового теплоотвода, суммарная мощность теплоотдачи III, коэффициент загромождения рабочего сечения аппарата в месте установления радиатора, скорость воздушного потока перед радиатором.

Зависимость, обозначающая экспериментальные данные по конвективному теплообмену исследованных моделей групповых теплоотводов с односторонним оребрением, имеет вид

$$Nu = (1 + K)^{0,82} (0,03 + 0,2 H / L_2)^{0,75} Re^{0,8 - 0,3 (H / L_2)} \quad (1)$$

где K — коэффициент загромождения сечения канала (отношение габаритной поверхности радиатора, ориентированной поперек потока, к внутреннему сечению канала); $L_2 = \sqrt{A \Delta}$. Для групповых радиаторов с двусторонней формой оребрения:

$$Nu = (1 + K)^{0,82} (0,035 + 0,2 H / L_2)^{0,75} Re^{0,83 - 0,3 (H / L_2)} \quad (2)$$

формулы обобщают экспериментальные данные с погрешностью, не превышающей 12%, в диапазоне изменения параметров: $K = 0,053 \dots 0,38$, $Re = 60 \dots 2700$ (для радиаторов с односторонним оребрением); $K = 0,053 \dots 0,46$, $Re = 60 \dots 2700$ (для радиаторов с двусторонним оребрением).

При обработке исходных данных в качестве определяющих приняты: средняя температура потока, скорость потока в минимальном проходном сечении рабочего участка, ширина ребра Δ .

На втором этапе рассчитываются температуры под основанием III. Исходные данные: мощности, рассеиваемые каждым элементом P_i , их габаритные и установочные размеры. Исходная температура определяется путем решения дифференциального уравнения Лапласа при граничных условиях третьего рода по матку д.д.з. Конкретно [4]. Предложенное решение требует априорного задания значения коэффициента теплоотдачи по плоской части основания α_0 и по торцевым поверхностям α_t группового радиатора. Статистическая обработка опытных результатов приводит к формуле:

$$\alpha_t = \alpha K_T (0,87 + 8,2 \cdot 10^{-5} Re) \quad (3)$$

где α — суммарный среднесплошностный коэффициент теплоотдачи радиатора ($\alpha = \alpha_K + \alpha_{т1}$); K_T — коэффициент оребрения торцов, представляющий собой отношения поверхности ребер и межреберных участков на торцах основания к площади наребренных торцов.

$$K_T = S_T / [2 \delta (A + \Delta)] \quad (4)$$

В [4] символом P обозначена мощность, передаваемая от III к радиатору через поверхность их взаимного контакта. Учитывая, что часть выделяемой III мощности рассеивается в окружающую среду, минуя контакты поверхности, в качестве второй априорной предположим принято условие пропорциональности между рассеиваемой мощностью и соответствующей ей площадью:

$$P = P_{\text{тр}} S_p / S \quad (5)$$

Здесь $P_{\text{тр}}$ — мощность, выделяемая в III; S_p — поверхность радиатора (без учета поверхности взаимного контакта между III и радиатором); S — суммарная теплоотдающая поверхность радиатора с III и элементами их крепления.

Расчет температур у оснований III с учетом принятых предположений дает удельноэнергетические (со средненарядчатичной погрешностью, не превышающей 5%) результаты для элементов первого, по ходу воздуха, ряда III. Для последующих рядов III необходимо вводить поправку на подогрев воздуха со стороны передних теплоотдающих элементов. Учет величины этого подогрева по соотношению теплового баланса не дает удовлетворительных результатов, что связано с нерасчетностью распределения расхода воздуха в поперечном сечении канала: часть воздушного потока обтекает радиатор как локализованная в просторанстве сопротивлению и практически не участвует в процессе теплопереноса. Определенным фактором здесь является коэффициент загромождения сечения канала. В связи с этим в качестве температуры окружающей среды для элементов второго и последующих (в направлении продува) рядов III следует принимать значения, определенные на балансового уравнении с учетом поправки β :

$$t_{\text{ср}} = t_{\text{ср}} + \frac{P_{\Sigma} (t - t_1)}{G C_p} \beta \quad (6)$$

где $t_{\text{ср}}$ — температура воздуха, омываемого i -м III; $t_{\text{ср}}$ — температура воздуха у первого ряда III; $P_{\Sigma} (t - t_1)$ — суммарная мощность, рассеиваемая предыдущими (по ходу воздуха) элементами данного ряда; G , C_p — массовый расход воздуха и его изобарная теплоемкость.

Значения коэффициента β определялись путем статистической

обработки результатов исследования по критерию минимизации разности экспериментального и расчетного значений температур у оснований III. Выражение для определения β имеет вид

$$\beta = e^{2,52 (t - t_c)} \quad (7)$$

В таблице представлены результаты теплового расчета одностороннего группового радиатора, схема которого дана на рис. 2 (S - площадь сечения полости РЭА, где расположен радиатор).

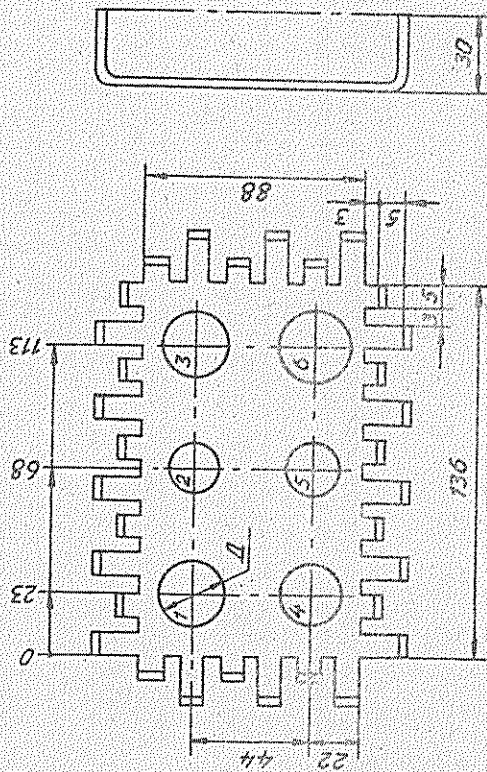


Рис. 2. Образец одностороннего группового радиатора ($D_1 = 23$ мм, $P_1 = 12$ Вт; $D_2 = 17$ мм, $P_2 = 5,2$ Вт; $D_3 = 23$ мм, $P_3 = 10,4$ Вт; $D_4 = 23$ мм, $P_4 = 14$ Вт; $D_5 = 17$ мм, $P_5 = 7$ Вт; $D_6 = 23$ мм, $P_6 = 9$ Вт)

Таким образом, с применением формул (I)-(6) и алгоритма, изложенного в [4], можно осуществлять расчет температур у оснований III, расположенных на групповом теплоотводе с погрешностью, не превышающей 8 %.

Пример теплового расчета группового радиатора

Параметр	Обозначение	Размерность	Формула	Значение при $U = 1 \text{ M/C}$
Коэффициент заполнения канала	K		2	0,3
Температура на входе	$t_{\text{вх}}$	$^{\circ}\text{C}$	задается	30
Расход воздуха	G	кг/с	$G = U S \tau P^*$	0,011
Площадь основания на торцах основания	S_T	M^2	расчитывается	0,0173
Полная теплоотдающая поверхность радиатора с транзисторами	S	M^2	$S = S_T \tau \delta_{\text{сст}} \cdot S_{\text{шт}}$	
Изулучающая поверхность	F		[3]	0,0347
Коэффициент ослученности	$\varphi_{12}, \varphi_{21}$		[3]	0,147
Приведенная степень черноты	ξ_n		задается	0,88
Среднеповерхностная температура	t	$^{\circ}\text{C}$	задается предварит.	60
Теплопроводность возд.	λ	Вт/(м·К)	[3]	0,027
Вязкость воздуха	ν	$\text{M}^2/\text{с}$	[3]	$17,3 \cdot 10^{-6}$
Коэффициент теплоотдачи излучением	$\alpha_{\text{л}}$	Вт/(M^2K)	[3]	4,2
Число Рейнольдса	Re		$Re = \frac{G \Delta}{\nu}$	250
Число Нуссельта	Nu		(I)	5,53
Коэффициент теплоотдачи конвекцией	$\alpha_{\text{к}}$	Вт/(M^2K)	$\alpha_{\text{к}} = Nu \lambda / \Delta T$	33,2
Среднеповерхностный коэффициент теплоотдачи	α	Вт/(M^2K)	$\alpha = \alpha_{\text{л}} + \alpha_{\text{к}}$	37,4
Среднеповерхностная температура (уточненна)	\bar{t}	$^{\circ}\text{C}$	$\bar{t} = t_{\text{вх}} + \frac{P}{\alpha S}$	58,5
Коэффициент охлаждения торцов	K_T		(4)	13,4
Коэффициент теплоотдачи торцов	α_T	Вт/(M^2K)	(3)	416,0
Мощность, передаваемая радиатору каждой III	P_i	Вт	(5)	$P_1 = 11,4; P_2 = 4,3$ $P_3 = 9,53; P_4 = 13,3$ $P_5 = 6,7; P_6 = 8,57$
Параметр	β		(7)	0,88
Температура радиатора под III	t_c	$^{\circ}\text{C}$	[4]	$t_1 = 68,7; t_2 = 52,4$ $t_3 = 62,8; t_4 = 75,4$ $t_5 = 56,2; t_6 = 64,5$

1. Туник А.Г. и др. Экспериментальное определение теплового и аэродинамического сопротивления групповых радиаторов транзисторного модуля // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТРТО. № 1.
2. Домнич В.И. Оценка эффективности групповых радиаторов полупроводниковых приборов при вынужденной конвекции / Деп. рук. Укр. ВЕНТИ. 1984. № 494. Ук.-Д. 84.
3. Луцкий Г.Н., Семешкин Э.М. Теплообмен в радиоселекционных аппаратах. Л., 1968.
4. Луцкий Г.Н., Поляшников Б.В., Лавбарг Э.С. Температурное поле пластины с локальным источником тепла и теплообменом на торцах // Вопросы радиоэлектроники Сер. ТРТО 1976. № 1.

УДК 621.43

И.А.Брылаев, А.И.Кованов, В.В.Прокопов,
А.Б.Сидоров, В.В.Хромченко, В.Н.Мещов

ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ АНОДА РЕНТГЕНОВСКОЙ ТРУБКИ

Работа рентгеновской трубки сопровождается выделением большого количества тепла. Для обеспечения надежности ее работы исходным декартовым анамн теплового режима. Наиболее теплонагруженной частью является анод, представляющий собой катодный диск. В последующей конструкции анода диаметр 5 см, его толщина - 1 см. На рабочую поверхность анода действует лучевой электродный диаметр 1 мм. Рассеиваемая на аноде мощность составляет 25 кВт. Рабочая поверхность анода находится в вакууме и поэтому может участвовать лишь в лучистом теплообмене. Внешняя поверхность анода охлаждается потоком воды. Нужно определить, можно ли отвести такой большой тепловой поток в стационарном режиме при условии, что рабочая температура анода не превышает допустимого уровня.

Для проведения теплого расчета анода рентгеновской трубки была использована универсальная программа решения задач теплообмена на методе конечных элементов [1]. Программа составлена на языке Фортран IV для ОС и ДЭС ЕС ЭЕМ.

В качестве расчетной модели анода использовался диск, отпи от торца которого нагревается круговая теплового источника малого

радиуса, а противоположный торец охлаждается вынужденной конвекцией воды.

Расчет в первом приближении проводился по программе [2] без учета зависимости коэффициента теплоотдачи на "холодном" торце от температуры. Полученное при этом распределение температур представлено на рис. 1. Расчеты проводились для анода из алюминия. Значения температур соответствуют трем различным плотностям теплового

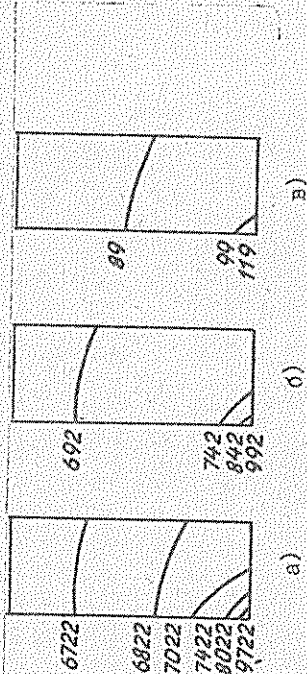


Рис. 1. Температурное поле диска (°С) без учета зависимости коэффициента теплоотдачи от температур охлаждаемой поверхности и без учета излучения. Тепловой поток (Вт/м²): 10⁸ (а), 10⁷ (б), 10⁶ (в)

го потока. В силу линейности используемой расчетной модели вычисленные температуры могут быть легко пересчитаны на любую другую плотность теплового потока согласно формуле:

$$T^* = \frac{T - T_{ж}}{q} \cdot q^* + T_{ж},$$

где T - рассчитанная температура в произвольной точке, q - заданная плотность теплового потока, $T_{ж}$ - температура охлаждающей воды, q^* - измененная плотность теплового потока, T^* - соответствующая температура в произвольной точке.

Тепловые потоки плотности 10⁷ Вт/м² и выше приводят к недопустимому перегреву. Для проверки достоверности этого вывода решено было провести расчет по уточненной модели, в которой бы учитывалось тепловое излучение с "горячего" торца анода в вакуум и этилишь температура анода на коэффициент теплоотдачи к воде. Эта модель уже является нелинейной.

Сначала была учтена лишь зависимость коэффициента теплоотда-

чи от температуры. Использовалась программа решения задачи теплопроводности с коррекцией параметров граничных условий третьего рода [2] (рис. 2) для случая принудительного конвективного охлаждения (скорость течения воды 30 м/с, диаметр 50 бар).

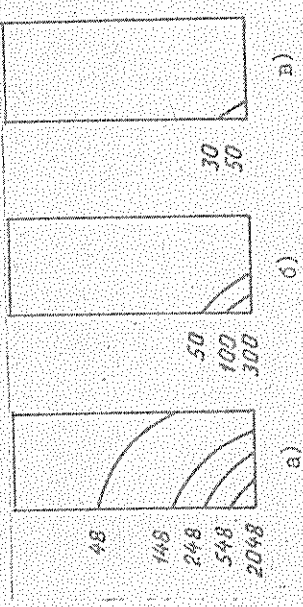


Рис. 2. Температурное поле диска ($^{\circ}\text{C}$) с учетом зависимости коэффициента теплоотдачи от температуры охлаждаемой поверхности. Тепловой поток ($\text{Вт}/\text{м}^2$): 10^8 (а), 10^7 (б), 10^6 (в)

Переход к нелинейной модели существенно уточняет распределение температур по аноду. Для потока с плотностью $10^7 \text{ Вт}/\text{м}^2$ максимальная температура уменьшилась в три раза.

Данные, полученные с учетом теплового излучения анода (рис. 3)

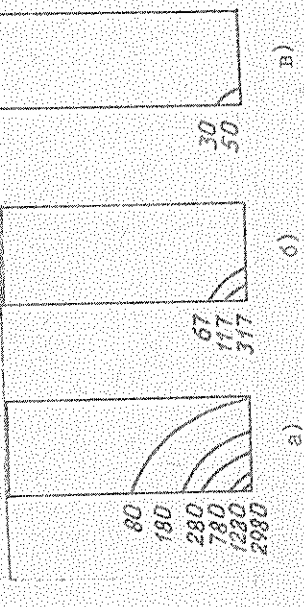


Рис. 3. Температурное поле диска ($^{\circ}\text{C}$) с учетом излучения. Тепловой поток ($\text{Вт}/\text{м}^2$): 10^8 (а), 10^7 (б), 10^6 (в)

позволяют сделать вывод о том, что тепловое излучение с рабочей поверхности не оказывает существенного влияния на уровень темпе-

ратур. Для уточняющих расчетов температурного поля использовалась программа [3]. Эксплуатация анода не исключила возможность при тепловом потоке до $10^7 \text{ Вт}/\text{м}^2$.

Следовательно, для получения адекватных рабочих данных по температурному полю теплонагруженных электродов изделия электронной техники необходимо решение задачи теплообмена в сопряженной постановке. Как минимум, нужно проводить решение задачи теплопроводности с коррекцией параметров граничных условий на теплоотдающей поверхности. Учет теплового излучения в вакуум с рабочей поверхности электрода не является обязательным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сегерлинд Л. Дж. Применение метода конечных элементов. М., 1979.
2. Блейнас И. М., Збанов А. И., Смирнов А. Е. и др. Универсальная программа решения методом конечных элементов двумерной задачи сопряженного теплообмена в узлах электронных приборов // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1986. Вып. 8(392). С. 67-70.
3. Збанов А. И., Смирнов А. Е., Прохоров В. В. и др. Расчет осесимметричных тепловых полей с учетом излучения методом конечных элементов // Тепломасообмен - КМФ. Междунар. форум. Минск. 24-27 мая 1988. Семп. 9: Тепломат. С. 92-94 (рус.).

УДК 536.2:621.365

М. И. Григорьева, Г. М. Цыбаков
РАСЧЕТ ПЛОТНОСТИ ТОКА ТЕПЛОТЕПЛОСИ ОКСИДНОГО КАТОДА
В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЕГО ЭФФЕКТИВНОЙ ЭМИТТИРУЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Экспериментально установлено, что при увеличении анодного напряжения плотность тока термоэмиссии с окисного катода увеличивается. Качественное объяснение этого явления на основе понятия увеличения эффективной эмиттирующей поверхности катода дано в [1]. Однако увеличение тока термоэмиссии может быть вызвано и другими причинами, например, разгерметизацией окисного слоя, "пигментность" анода и так далее, что затрудняет экспериментальное изучение этого

явления. В связи с этим представляет интерес теоретическое исследование изменения тока термомиссии в зависимости от величины эффективной эмитирующей поверхности оксидного катода. Эта величина для оксидного катода, представляющего собой пористую структуру, зависит от пористости оксидного покрытия и напряженности электрического поля в слое оксида. При проведении данного исследования была использована модель проводимости оксидного слоя, описанная в работе [2]. Расчет плотности тока термомиссии с поверхности оксида при использовании такой модели проводится по формуле

$$j_3 = \frac{j_0(\alpha_0^2 - 2\alpha_0\alpha) + j_2\alpha^2}{\alpha_0^2 + 2\alpha_0\alpha + \alpha^2 \exp\left[-\frac{eE_2}{kT}(\gamma_0 - \gamma_m)\right]}$$

где j_0 — плотность тока термомиссии с поверхности зерен оксида; α_0 — средней размер зерен оксида; α — средний размер кубической поры оксидного покрытия; j_2 — средняя плотность тока проводимости в порах оксида; T — температура поверхности оксида; γ_0 — среднее значение электрического потенциала на поверхности оксида; γ_m — минимальное значение потенциала в промежутке между анодом и катодом; e — заряд электрона; k — постоянная Больцмана.

Качественный анализ, проведенный нами для различных значений пористости оксидного покрытия от 0,4 до 0,8, показал, что сложную систему соотношений для расчета j_2 с достаточной степенью точности можно аппроксимировать выражением:

$$j_2 = 3j_0 \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{eE_2}{kT} \cdot \frac{\alpha E_2}{2\alpha(1-P^2)}\right] \right\},$$

где E_2 — средняя напряженность электрического поля в порах оксида, P — пористость оксидного покрытия. Значения E_2 , γ_0 , γ_m , находящаяся из решения системы трансцендентных уравнений [2].

Изложенная в [2] теория позволяет вычислить и плотность анодного тока:

$$j_a = j_3 \exp\left[-\frac{eE_2}{kT}(\gamma_0 - \gamma_m)\right].$$

Плотность анодного тока можно представить также в виде зависимости от величины анодного напряжения U_a , решив трансцендентное уравнение, связывающее величины γ_0 и γ_m [2], и, таким образом, получить вольт-амперную характеристику диода.

Для проверки приведенных здесь формул был проведен расчет вольт-амперной характеристики диода с оксидным катодом из $(\text{Ba}, \text{Sr})\text{O}$.

Толщина оксидного покрытия 100 мкм, пористость 0,8, расстояние катод — анод 500 мкм, температура поверхности оксида 900 К, работа выхода электронов из зерен оксида $\gamma_0 = 1,2 + 5 \cdot 10^{-4} T$ эВ [1].

Теоретическая зависимость $j_a = f(U_a)$ приведена на рис. 1. Здесь же дана экспериментальная характеристика, снятая при температуре 870 К [1]. Сравнение теоретической и экспериментальной ха-

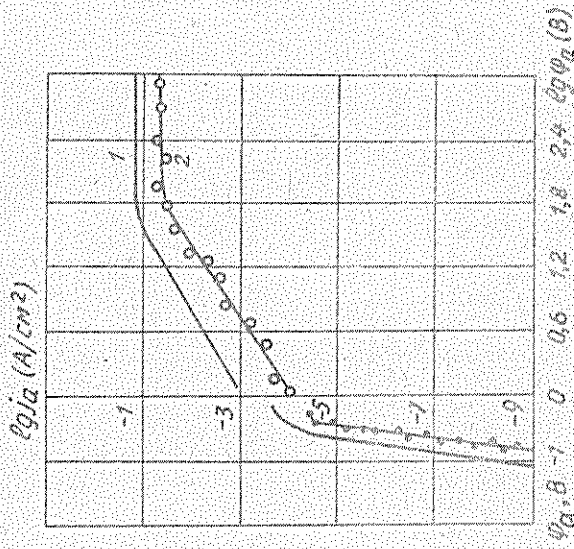


Рис. 1. Вольт-амперная характеристика диода с оксидным катодом из $(\text{Ba}, \text{Sr})\text{O}$: 1 — теоретическая зависимость при температуре оксида 900 К; 2 — экспериментальная зависимость, снятая при температуре 870 К [1].

рактеристик показывает, что приведенные выше формулы качественно правильно описывают проводимость оксидного слоя и вакуумного промежутка катод — анод. Количественное же сравнение расчетных и экспериментальных данных возможно только при учете отсутствия в работе [1] подробных данных о геометрии и физических параметрах используемых диодов.

Ток насыщения экспериментальной характеристики в три раза больше, чем ток, рассчитанный по формуле Фридрихса-Коллмана, и

причина этого явления заключается скорее всего в пористости покрытия, которая у экспериментального образца очень велика - 0,8. Последний вывод хорошо подтверждается теоретическими расчетами плотности тока термомиссии в зависимости от величины эффективной эмитирующей поверхности оксидного катода (рис. 2). Ток термомиссии с поверхности оксидного катода значительно увеличивается с повышением пористости покрытия и напряженности электрического поля

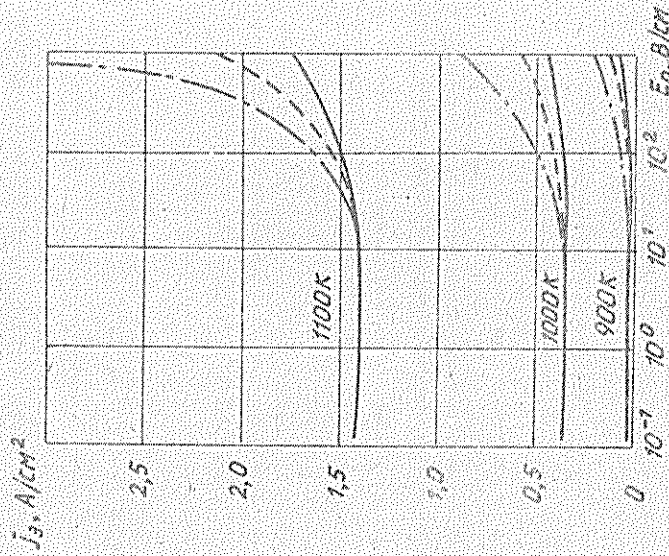


Рис. 2. Плотность тока термомиссии оксидного катода из $(BaSr)O$ в зависимости от пористости оксида и напряженности электрического поля при различных температурах оксидного слоя: — — — $P = 0,4$; — — — $P = 0,6$; — — — $P = 0,8$.

в оксиде. В качестве последней величины используется среднее значение напряженности электрического поля в оксиде $\bar{E}_0 = U_0/d$, где d - толщина слоя оксида. Рост тока начинается при напряженности

электрического поля $10 \dots 100$ В/см для оксида из $(BaSr)O$. Для оксида из $(CaCaSr)O$ аналогичные расчеты дали величину $10^2 \dots 10^3$ В/см. Возможно, что именно этим можно объяснить большие значения плотности тока термомиссии, которые наблюдаются в импульсном режиме с катодов из $(BaCaSr)O$ без заметного разогрева оксидного слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Моблес В.Б. Физические процессы в оксидном катоде. И, 1968.
2. Шымалов Г.М. Исследование тепловых и электрических процессов, протекающих в оксидных покрытиях при токообороте // Электронная техника. Сер. 4. Электротракулиные и газоразрядные приборы. 1983. Вып. 2. С. 4-15.

УДК 535

А.С.Голубенин, Э.А.Малоземов, С.В.Брохин ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ АЭРОЗОЛЬНАЯ ОБРАЗОВАНИИ

Рассмотрен метод экспериментальной диагностики для случая случайно распределенных крупнодисперсных аэрозольных частиц в случае, когда характерный размер частиц на один-два порядка превышает длину волны. Будем считать, что интенсивность рассеянной волны равна сумме интенсивностей волн, рассеянных на каждой частице в отдельности, то есть

$$J(\theta, \lambda) = J_0 \int_0^\infty d\alpha \sigma(\theta, \lambda, \alpha) N Y(\alpha), \quad (1)$$

где θ - угол рассеяния, α - размер частиц, $\sigma(\theta, \lambda, \alpha)$ - дифференциальное сечение рассеяния для одной частицы, N - число частиц, $Y(\alpha)$ - функция распределения частиц по размерам.

Точное выражение для амплитуды рассеяния имеет вид [1]

$$f(\theta, \alpha) = \frac{k^2}{4\pi} \int_V \{ \vec{r} \cdot \vec{r}' \cdot \vec{E}(\vec{r}') \} \{ \epsilon_2(\vec{r}') - 1 \} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} dV', \quad (2)$$

где \vec{r} - единичный вектор в направлении рассеянной волны, $\epsilon_2(\vec{r}')$ - относительная диэлектрическая проницаемость среды, $\vec{E}(\vec{r}')$ - полное электрическое поле внутри частицы.

Таким образом, для определения амплитуды рассеяния необходимо найти полное электрическое поле внутри частицы. В случае изотропного однородного шара эта задача решена точно. Это хорошо известная теория Ми. Но с чисто прагматической точки зрения использование теории Ми затруднительно, так как решение обратной задачи для (1) по нахождению функции распределения U_a с ядром, описываемым решением Ми, вызывает значительные математические трудности. Поэтому для практических целей обычно используют какие-то приближения.

В интересующем нас случае выполняются условия ВЭФ-приближения: $(\delta_2 - 1)kD \gg 1$; $\epsilon_a \gg 1 \ll \epsilon$. В ВЭФ-приближении поле внутри частицы аппроксимируется распространяющейся волной с волновым вектором, соответствующим веществу частицы. Кроме того, предполагается, что волна внутри частицы движется в том же направлении, что и падающая волна. Коэффициент пропускания через поверхность частицы заменяется коэффициентом пропускания при нормальном падении на плоскую границу раздела.

Таким образом, если падающая волна имеет вид

$$\vec{E}_i(\vec{z}) = E_0 e^{i\pi z} \hat{e}_i, \quad (3)$$

$$\vec{E}(\vec{z}) = \Gamma \vec{E}_i e^{i\kappa z} + i\kappa \pi(z - z_1) \hat{e}_i,$$

где \hat{e}_i - вектор поляризации волны, то поле внутри частицы

$$f(\vec{a}, \vec{z}) = \frac{\kappa^2}{4\pi} [-\vec{\partial} \cdot \vec{\partial} \cdot \vec{e}_i] V I(\vec{a}, \vec{z}), \quad (4)$$

$$I(\vec{a}, \vec{z}) = \frac{1}{V} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi 2(n-1) e^{i\kappa z_1 + i\pi(z - z_1) - i\kappa \vec{z} \cdot \vec{\partial}} dV. \quad (5)$$

В случае лидарного зондирования представляет интерес случай рассеяния на угле $\alpha \sim \pi$. Введем угол $\theta = \pi - \alpha$ (α - угол рассеяния). Примем $\theta \ll 1$.

Для сферы радиуса a (5) может быть преобразовано к виду

$$I(a, \theta) = \frac{4\pi(n-1)}{V} \frac{e^{i\kappa(n-\cos\theta)a} - e^{-i\kappa(n+\cos\theta)a}}{i\kappa(n+\cos\theta)} \cdot i(a, \theta), \quad (6)$$

$$i(a, \theta) = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \{ \kappa[(n-1)a^2 - \rho^2 + \rho^2 \sin^2\theta] \} \rho d\rho d\varphi. \quad (7)$$

где

Разложение экспоненты $e^{i\kappa \rho \sin\theta}$ в ряд Тейлора при $\theta \ll 1$ приводит к следующему представлению для интеграла (7):

$$i(a, \theta) = i^{(0)}(a, \theta) + i^{(1)}(a, \theta) + i^{(2)}(a, \theta) + \dots, \quad (8)$$

где

$$i^{(0)}(a, \theta) = a^2 [e^{i\kappa a} (1/x^2 + 1/(ix)) - 1/x^2],$$

$$i^{(1)}(a, \theta) = i\kappa a^3 \sin\theta \left[\frac{1}{x} + \frac{i\sqrt{x}}{x} [I_2(ix) + I_2(ix)] \right],$$

($x = \kappa a(n-1)$; $I_2(ix)$ - цилиндрическая функция мнимого аргумента; $I_2(ix)$ - функция Струве).

Если ограничиться нулевым порядком по θ , из (6) получим:

$$I(a, \theta) = \frac{\delta x}{x^2(n-1)(n+\cos\theta)} [(1-ix)e^{ix} - 1]. \quad (9)$$

Сечение рассеяния:

$$\sigma(a, \theta) = \frac{(4\pi)^2 \sin^2(\kappa a(n+\cos\theta))}{x^2(n-1)^2(n+\cos\theta)^2} [2 - x^2 - 2(\cos x + x \sin x)]. \quad (10)$$

Решение этой задачи на ЭМ в реальном масштабе времени методом статистической регуляризации [2] позволяет произвольным образом масштабировать крупномасштабные атмосферные образования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Исмаилов А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М., 1981. Т. 1. С. 25.
2. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Регуляризирующие алгоритмы и алгоритмы информации. М., 1983.

УДК 536.21

Ю.В. Гусаров, В.В. Целулин
 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕПЛОВОЙ ТРУБЫ В УСТАНОВКЕ
 ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ
 ТОНКИХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ТРУБОК

Миниатюризация электровакuumных приборов (ЭВП), повышение их надежности и долговечности немалым без тепловых расчетов различных конструктивных элементов этих приборов. Достоверность теоретических расчетов температур или температурного поля конструктивных элементов ЭВП во многом зависит от степени точности определения теплопроводности и температуропроводности материалов, из которых они изготовлены.

Для измерения температуропроводности тонких металлических трубок и стержней в последнее время широко используется метод температурных (тепловых) волн [1,2], основанный на измерении их затухания по длине образца, поверхность которого находится в изотермических условиях. Основным недостатком этого метода, приводящим к максимальной погрешности при определении значения температуропроводности, как раз и является сложность создания изотермических условий по всей длине исследуемого образца.

Целью настоящей работы являлось создание конструкции установки с расширенной изотермической зоной. Для реализации этой цели в ней была использована тепловая труба, с помощью которой удалось обеспечить изотермические условия для образцов тонкостенных трубок или стержней длиной до 380 мм. Перепад температуры в указанной зоне не превышал 0,5 К в случае измерения температуропроводности исследуемых образцов в интервале температур 353...433 К.

Используемая в конструкции (рис. 1) тепловая труба представляет собой две коаксиально расположенные трубки из нержавеющей стали. Нижние концы трубок замаркированы, а верхние герметизи-

рованы с помощью фланцев 8, 9 из той же нержавеющей стали. Прокладки между фланцами изготавливались из торопаста или меди (10, 11). В пространство между коаксиально расположенными трубками заливается теплоноситель 2 (дистиллированная вода, спирт) так, чтобы его верхний уровень был на 2-3 мм выше дна вакуумной камеры. Нагревание теплоносителя осуществлялось за счет спирального подогревателя 1, закрепленного на внешней торцевой поверхности дна теплопроводной трубы. Роль теплопроводной трубы 12 выполняло пространство между двумя коаксиальными трубками, а роль камеры для размещения образца 13 - внутренняя полость меньшей трубки. Контроль за выполнением условий изотермичности зоны во время измерений осуществлялся хромель-копелевыми термопарами 4. В качестве регистрирующего прибора применялся потенциометр ПИ-63 с классом точности 0,05. Отклонение температуры от среднего значения вдоль стенок вакуумной камеры не превышало 0,5 К. Конденсат в испарителе возвращался под действием силы тяжести, то есть тепловая труба во время работы располагалась вертикально.

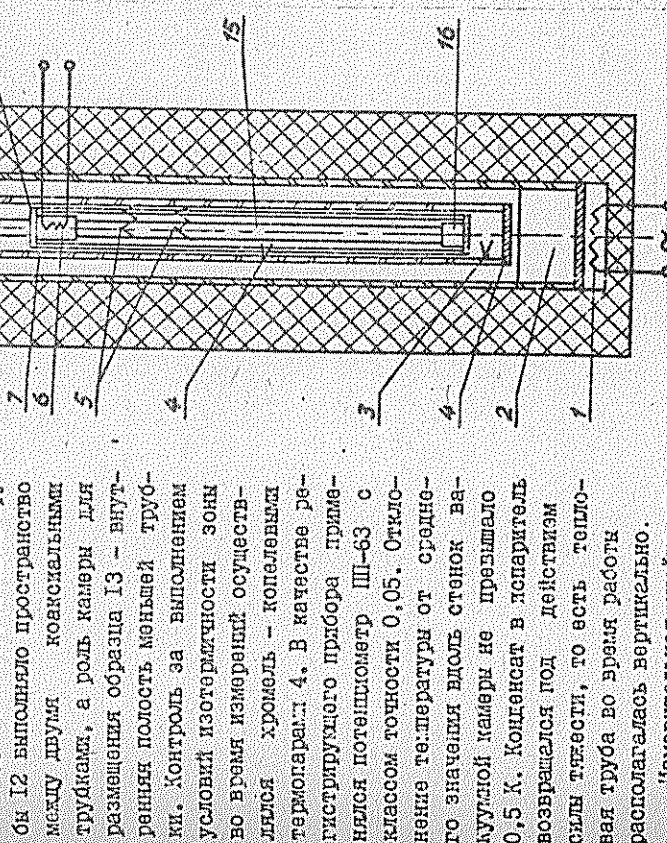


Рис. 1. Конструкция направляющей трубки. На верхнем фланце 14

загерметизированной торцевой нагреватель 6 в виде керамической трубочки с закрепленной в ней алюминированной вольфрамовой спиралью. В никелем-бланке имелось гнездо, в которое вставлялась керамическая трубочка 15, служащая для крепления образца и центровки его относительно оси измерительной ячейки. Образец 15 в виде металлической трубки или стержня вставляли в керамические трубочки и поджимали к торцевому нагревателю с помощью шпателя. Питание нагревателя осуществлялось посредством стабилизированного генератора температурных волн, выполненного в виде специальной конструкции реактора, вращаемого синхронным электродвигателем, что обеспечивало изменение мощности нагревателя по sinusoidal'ному закону. В качестве источника питания генератора применялся стабилизатор постоянного тока УП199. В результате в каждой точке образца по всей его длине происходило изменение температуры также по sinusoidal'ному закону (распространялись тепловые волны с периодом, равным 600 с, затухание по амплитуде на поверхности образца по мере удаления от нагревателя). Среднее отклонение температур от sinusoidal'ного в образце не превышало 0,7%. В качестве датчиков температурных волн нами использовались дифференциальные никель-молибденовые термомпары из проволоки диаметром 0,05 мм. Спаян термомпар 5 закрывалась на образце точечной сваркой. Расстояние между точками крепления термомпар измерялось катетометром ММ-6. Показания обеих термомпар регистрировалось одновременно пирометром Курнакова в виде термограмм. С целью устранения дополнительных помех и наводок проводящие термомпар были экранированы металлической оплеткой. Для уменьшения влияния различной чувствительности регистрирующих термодисгалванометров на точность измерений в схеме была предусмотрена система переключения термомпар с одного гальванометра на другой, что позволяло при повторных измерениях исключать ошибки, возникающие за счет различия в чувствительности. По полученным термограммам определялось амплитудное соотношение и рассчитывался коэффициент температуропроводности исследуемых образцов.

Использование тепловой трубы в установке по измерению коэффициента температуропроводности металлических трубок при термографической записи температурных волн позволило повысить точность измерения до $\pm 6\%$ измеряемой величины при доверительной вероятности 0,95.

На описанной выше установке были выполнены измерения температуропроводности сплавов никеля с добавками вольфрама в количестве 2-4%. Суммарный состав остальных примесей для различных образцов

не превышал 0,05-0,1%. При измерениях температуропроводности металлических трубок из этих сплавов использовались образцы в виде тонкостенных трубок диаметром 2,5...4 мм, длиной 250...300 мм.

Коэффициент температуропроводности для случая sinusoidal'ного распределения температурных волн рассчитывался нами по формуле

$$\alpha = \frac{\pi \ell}{T} \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2$$

где ℓ - расстояние между корытками термомпар на образующей поверхности образца, T - период тепловой волны; A_1, A_2 - амплитуды изменения температуры на поверхности образца.

Для примера (рис. 2) приводятся результаты измерения температуропроводности образцов тонкостенных трубок из никеля и его сплавов. Для сравнения (кривая 1) представлены измерения плотности по температуропроводности никеля [3]. Использованы трубки из следующих материалов: 2 - никелевая трубка диаметром 2,96 мм и с толщиной стенки 0,05 мм (содержание никеля - 99,95%); 3 - трубка из

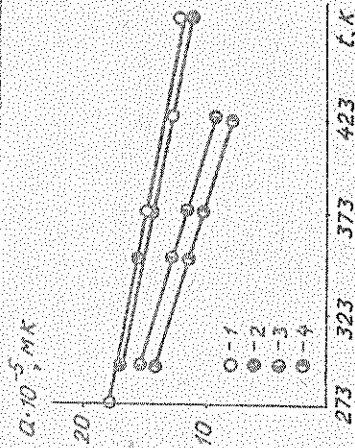


Рис. 2. Зависимость коэффициента температуропроводности тонкостенных трубок из никеля и его сплавов с вольфрамом от температуры

сплава марки ИВ-3В (диаметр 2,5 мм, толщина стенки 0,05 мм), 4 - трубка из сплава ИВВ-3В (диаметр 2,67 мм, толщина стенки 0,05 мм).

Небольшие добавки вольфрама существенно уменьшают коэффициент температуропроводности сплавов, что соответствует обменным тем представлениям. Хорошее совпадение результатов измерений температуропроводности образцов из чистого никеля с табличными данными

ми осуществляется с достаточно высокой точности предлагаемого метода. Поэтому описанная установка может быть использована как для определения температуропроводности тонких металлических трубок и стержней, так и при исследовании влияния состава сплава на их теплофизические свойства.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Фидипов Л.П. Измерение тепловых свойств твердых и жидких металлов при высоких температурах. М., 1967.
2. Карылов Г., Егоров Д. Теплопроводность твердых тел. М., 1964.
3. Варгафлик Н.Б. Теплофизические свойства веществ. М., 1966.

УДК 621.391.622

А.С.Шаповалов, А.А.Никитин, С.А.Кудрявцев, В.В.Машников
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ
ЧАСТОТОЙ, СИНХРОМ И ШУМЫМИ ВЫХОДНОГО СИГНАЛА МНОГОМОДУЛЬНОГО ГИД

В целях повышения мощности генерируемых колебаний в современной твердотельной СВЧ электронике широко применяются накладки различного сложения мощности нескольких активных элементов. Теоретические и экспериментальные исследования сумматоров мощности проводятся сравнительно давно, но при характеристике и проблем, хорошо изученных для однодиодных генераторов, применительно к сумматорам остаются не выясненными в полной мере. К таким проблемам относятся, в частности, электрическая перестройка частоты сумматора, его шумовые свойства и т.д. Не полностью изучен эффект взаимной синхронизации отдельных генерируемых модулей сумматора.

Для проведения экспериментальных исследований электрической перестройки, спектральных закономерностей и шумовых свойств многодиодных схем сложения мощности были разработаны двух- и трехдиодные коаксиально-волноводные конструкции сумматоров мощности на ЛД коротковолновой части сантиметрового диапазона волн. Изучены параметры генерируемых ЛД (длина волны, мощность, ток, частота, мощность и др.) поставив перед собой задачу исследовать возможность управления расположением и геометрическими размерами коаксиальных моду-

лей сумматора и их элементов (трансформированных устройств, элементов связи и т.д.). Кроме указанных специфических качеств, разработанные сумматоры имеют ряд дополнительных конструктивных особенностей, отличных их от известных сумматорных схем.

В отличие от классической коаксиально-волноводной схемы в разработанной конструкции частотнозависимый элемент является не суммирующей резонатор, а коаксиальный модуль. Коаксиальное модули располагается в поперечной плоскости отрезка прямоугольного волновода, играющего роль суммирующего резонатора. Активный элемент (полупроводниковый диод) располагается на одном из головок коаксиального модуля. Со стороны, противоположной активной элементу, модуль заканчивается не согласующей нагрузкой, как в классических схемах, а реактивной нагрузкой короткозамыкающим порнем. Средняя часть коаксиального модуля содержит радиальный резонатор, определяющий частоту колебаний, и коаксиальный резонатор, посредством которого осуществляется связь модуля с суммирующим резонатором.

Экспериментальные исследования описанных сумматоров показали, что они обеспечивают выходную мощность в несколько ватт, коэффициент суммирования — 0,9 и более, КПД — 10...12%. Многодиодные сумматоры мощности, содержащие общий суммирующий резонатор, по существу, представляют собой систему нескольких генерирующих модулей, работающих в условиях взаимного влияния друг на друга. Исследованиями выявлены взаимной синхронизация генерирующих модулей сумматора на частоту, спектры и шумовые параметры его выходного сигнала, а также изучены возможности использования этого эффекта для улучшения шумовых характеристик предлагаемых устройств практического интереса. Особую роль эта проблема играет при использовании в сумматорах таких "шумных" активных элементов как ЛД.

Эксперименты показали, что за счет наличия взаимной синхронизации генерирующих модулей электрическую перестройку частоты можно осуществлять путем изменения тока питания одного из диодов при фиксированном питании остальных диодов. Характерно, что ширина полосы электрической перестройки частоты сумматора близка к аналогичной величине однодиодного генератора и составляет 0,1...0,2% от несущей частоты. Крутизна электрической перестройки частоты для использованного типа диодов примерно равна 200 КГц/мкВ. Зафиксированная частота от тока питания позволяет осуществлять частоту модуляции генерируемого сигнала в диапазоне частот модуляции 1...30

МГц, механическая перестройка частоты сумматора достигается переключением короткозамкнутого полня сумматора резонатора к резонатору в полосе 0,5...1 ГГц.

Анализ экспериментальных данных позволяет приблизительно оценить полюсу взаимной синхронизации. Она определяется углом дналов, величина связи коаксиальных модулей с суммирующим резонатором и между собой и другими параметрами схемы. Для большинства дналов коаксиального типа ширина полосы синхронизации лежит в пределах 30...50 МГц.

Изменение тока питания и перестройка частоты одного из модулей существенно влияет на спектр шумовых параметров выходного сигнала сумматора. Соответствующая эволюция спектра протекает следующим образом. При достаточной большой разнице частот генерации отдельных модулей спектр выходного сигнала двухдвухдольного генератора представляет собой две узкие спектральные линии и различие стабилизируют их комбинационного спектра, то есть многочастотный линейчатый спектр.

При изменении тока питания одного из дналов и облучении частот генерации модулей их спектральные линии "расширяются" и на определенной стадии сливаются, образуя очень широкий, в настоящее время метатери и более, практически равномерный спектр. Таким образом, реализуется режим широкополосных шумоподобных (шумовых) колебаний.

При дальнейшем изменении тока питания и частоты генерации модуля образуется единая сильно размытая спектральная линия с ярко выраженным максимумом. При последующей настройке ширина спектральной линии и уровень флуктуаций выходного сигнала постепенно уменьшаются и, в конце концов, достигают минимальных значений. В этом случае ширина спектральной линии составляет несколько десятков мегатер. В генераторе реализуется третий характерный режим — режим монохроматического колебания. Дальнейшее изменение тока вызывает электрическую перестройку частоты генератора в течение нескольких десятков мегатер без нарушения маломощного режима работы.

После этого изменения тока превращают к ухудшению "чистоты" спектра, увеличению шумов и, наконец, к срыву колебаний.

Теоретически исследование флуктуаций выходного сигнала твердотельного генератора, обусловленных СВЧ и НЧ шумами активного элемента и источника питания позволили получить полную систему шумовых параметров и определить наиболее методов подавления амплитудно-частотных флуктуаций твердотельного генератора. Указанный

комплекс методов включает в себя увеличение амплитуды генерируемых колебаний, добротности системы, прочности предельного цикла, обеспечение ортогональной шумовой настройки, уменьшение неавтохронности генератора, амплитудной и частотной модуляционных чувствительностей, использование дналов и источников питания с помехеным уровнем собственных шумов и т.д.

Проведенное экспериментальное исследование методов подавления шумов ГМЦ коротковолновой части сантиметрового диапазона показывает, что за счет увеличения амплитуды колебаний возможно уменьшение шумов на 20-25 дБ, за счет ортогональной шумовой настройки — на 10 дБ, за счет замены источников питания типа ББ-50 на специально разработанные стабилизированные источники питания с повышенным уровнем генерируемых шумов — на 10...15 дБ, за счет эффекта взаимной синхронизации генерируемых модулей — на 3...5 дБ. Осуществление того или иного способа уменьшения шумов в "чистом" виде практически реализовать очень трудно. При указанных измерениях реализовывались условия, в которых исследуемый эффект подавления шума начал определяющую роль, но не был единственной причиной их изменения.

Измерения шумовых параметров сигнала в маломощных режимах работы сумматора показывает, что при увеличении частоты отстройки от несущей от 3 МГц до 3 МГц амплитудные шумы уменьшаются от -130...-140 дБ/Гц до -155...-160 дБ/Гц, а фазовые — от -55...-60 дБ/Гц до -105...-110 дБ/Гц. В пределах полусек электрической перестройки частоты изменения шумовых параметров незначительны, в пределах же механической перестройки они могут достигать 3...5 дБ/Гц.

Таким образом, экспериментальные исследования показывают, что используя эффект взаимной синхронизации модулей можно эффективно управлять частотой, спектром и шумами выходного сигнала сумматора мощностью, реализуя при этом так "маломощные", так и "сильношумные" режимы его работы.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Кузюкова И., Магальс В. 10- W генератор на ЛДЧ X-диапазона, использование метод снижения мощностей // ТМЭР. 1971. С. 58. 5. 1. С. 108-110.
2. Шоловцов А. С. Исследование флуктуаций сигнала генератора шумового СВЧ генератора // Вопросы электроники СВЧ. Мелюз. науч. об. Саратов, 1985. Вып. 14. С. 15-22.

С.Ю.Гольдман, Э.И.Ленисов, В.П.Макаров, Л.М.Минин
 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛИНЫ МИКРОПОР
 В ПОРИСТОМ МАТЕРИАЛЕ

Кинетика микроскопического газопереноса в капиллярно-пористых телах в значительной степени определяется количеством микрокапилляров, участвующих в процессе молекулярной диффузии (Эффузии) [1,2]. Будем считать, что эффузионный массоперенос осуществляется через плоскопараллельную пластинку толщиной l в направлении, перпендикулярном ее поверхности. Обозначим через α число пор на единицу поверхности образца, через которые осуществляется массоперенос. Естественно, что микрокапилляры имеют некоторое статистическое распределение по длине и поэтому не через все поры идет место газопотока, а только через те, которые соединены с обемной поверхностью образца (своязные поры). Полагая, что все поры перпендикулярны плоскости пластины и представлены в виде цилиндров, а сам образец мацродноороден (характеристики, усредненные по макрообъему, являются постоянными), можно изобразить реализацию распределения пор по длине l и соответственно реализации функции $\alpha(l)$ (рис. 1), которая, как и следовало ожидать, является монотонно убывающей (рис. 2).

Положим, что функцию $\alpha(l)$ определена экспериментально. Это может быть достигнуто, например, путем измерения микроскопического газопотока при различных толщинах образца в условиях неоднородного температурного поля, хотя экспериментальное определение (число точек пересечения плоскости l с капиллярами (см. рис. 1) весьма затруднительно.

Отметим, что $\alpha(l)/\alpha(l_0)$ представляет собой долю микрокапилляров, начинающихся на плоскости l и имеющих длину, большую l . Другими словами, указанное отношение есть вероятность того, что длина микропора l в бесконечном образце больше l . Если ввести функцию распределения [3] микропор по длине $F(l) = P\{l < l\}$, то отношение $\alpha(l)/\alpha(l_0)$ связано с $F(l)$ как

$$F(l) = 1 - \alpha(l)/\alpha(l_0). \quad (1)$$

Поскольку плотность вероятности $f(l)$ и функция распределения пор по длине связаны соотношением $dF(l)/dl = f(l)$, и соответств. вли с (1) получим:

$$f(l) = -\alpha'(l)/\alpha(l_0). \quad (2)$$

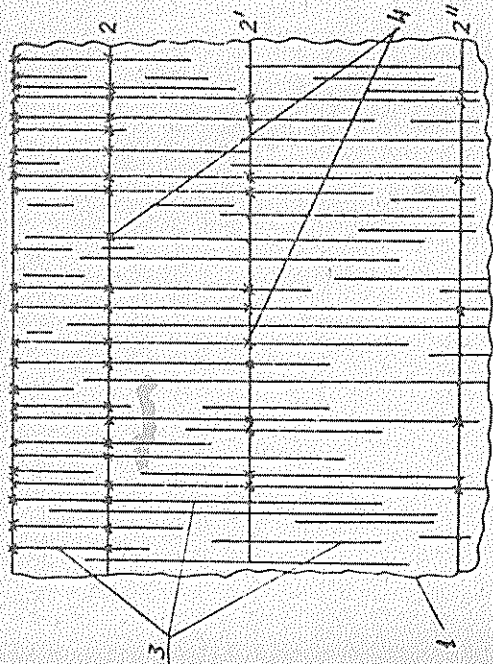


Рис. 1. Реализация статистического распределения при различной толщине образца: 1 - внешняя поверхность пористого образца; 2, 2' - внутренняя поверхность образца при различной толщине; 3 - микрокапилляры; 4 - точки пересечения на плоскостях 1, 2, 2', 4, число которых соответствует значениям $\alpha(l)$



Рис. 2. Вид функции $\alpha(l)$

При расчетах целесообразно использовать результаты физического эксперимента, представленного таблицей значений функции $\alpha_i = \alpha(\xi_i)$ в определенных точках $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$, интерполировать некоторой функцией в промежуточных точках ξ , а также в точке $\xi = 0$. Для этого можно, к примеру, воспользоваться параболической интерполяцией, заключенной в приложенном представлении функции $\alpha(\xi)$ многочленом $\alpha(\xi) = \alpha_n(\xi)$ степени не выше $n-1$, значения которого в точках $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ совпадают с заданными значениями функции $\alpha(\xi_i)$: $\alpha(\xi_i) = \alpha_n(\xi_i)$. Интерполяционный многочлен $\alpha(\xi)$ удобно записать в форме Лагранжа [4]:

$$\alpha(\xi) = \sum_{i=1}^n A_i \alpha(\xi_i), \quad (3)$$

где многочлены

$$A_i(\xi) = \frac{(\xi - \xi_1) \dots (\xi - \xi_{i-1})(\xi - \xi_{i+1}) \dots (\xi - \xi_n)}{(\xi_i - \xi_1) \dots (\xi_i - \xi_{i-1})(\xi_i - \xi_{i+1}) \dots (\xi_i - \xi_n)} \quad (4)$$

($i = \overline{1, n}$) определяются только узлами интерполяции и принимают в них значения $A_i(\xi_i) = \delta_{ij}$ (δ_{ij} — символ Кронекера).

Экстраполяция функции $\alpha(\xi)$ в точку $\xi = 0$ определяет число пор, имеющих длину больше нуля, то есть фактически число точек пересечения всех пор с любой плоскостью сечения (1, 2, 2', 2''), изображенной на рис. 1. Значение $\alpha(0)$ дает возможность на основании измерения $\alpha(\xi_i)$ найти с помощью (1) и (2) интегральный и дифференциальный законы распределения микрошипов по длине.

Представление цилиндров в виде шпилеров является существомной идеализацией, однако в данном случае можно ввести понятие эффективной длины, понимаемой как проекция извилистой горки на направление газопотока, перпендикулярное плоскости образца.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3. Термодинамика и молекулярная физика. М., 1975.
2. Гольдман С.Б., Бликен Л.М., Кленков Н.Р. Рациональный неавтономный воздушный в полне // Изобретения. 1957. № 6. С.61-71.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., 1964.
4. Рундский Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. М., 1971.

В.М.Анникин, А.Ф.Голубенцев КОНТРОЛЬ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОПУСКАНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ТРАНСПАРАНТА

Для решения практических задач, связанных с бесконтактным контролем качества и определением геометрии различных объектов по характеристикам рассеянного излучения, широко используются возможности когерентной фурье-оптики. Применение источников когерентного излучения в контрольно-измерительных операциях стимулируется как особенно свойствами когерентности, так и возможностью полной автоматизации всего контрольно-измерительного процесса на базе компьютерной техники и оптоэлектроники.

В нескольких плоскостях когерентного оптического спектроанализатора [1-4] размещаются источник излучения, исследуемый объект (транспарант), фурье-объектив и фоторегистратор спектра. Под объектом понимается комплексная амплитуда светового поля в непосредственной близости от исследуемого образца, то есть на расстоянии порядка длины волны света от поверхности микро рельефа, куда не дает вклад экспоненциально затухающие неоднородные поверхностные волны. Если $T(x, y)$ — комплексный коэффициент пропускания транспаранта, то в скалярном рассмотрении комплексная амплитуда объектного поля [5, 6]

$$U(x, y) = T(x, y) U_0(x, y), \quad (1)$$

где $U_0(x, y)$ — амплитуда зондирующего излучения. Будем рассматривать в качестве последнего плоскую монохроматическую волну с равномерным распределением интенсивности E_0 . (Отклик когерентной оптической системы на гауссов пучок нулевого порядка и излучения, содержащего высшие моды Гаусса-Эрмита, теоретически изучался, например, в [3, 4]).

Если выполнены условия фокусировки оптической системы и условия квадратичных искажений [3], распределение комплексных амплитуд когерентного монохроматического излучения в плоскости спектрального анализа (в зоне Фраунгофера) описывается Бурье-преобразованием [4]

$$U(x_2, y_2) = C_0 \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_1, y_1) E^{-j 2\pi(x_1 x_2 + y_1 y_2)} dx_1 dy_1, \quad (2)$$

где $S_0 = E_0 / (\lambda F)$ и $\lambda = 1 / (\lambda F)$ — постоянные для конкретной схемы спектроанализатора параметри (F — фокусное расстояние объектива, λ — длина волны излучения). Таким образом, функции $U(x_1, y_1)$ с точностью до фазового множителя S_0 представляют собой пространственный амплитудно-фазовый спектр с пространственными частотами $\omega_1 = 2\pi x_1 / \lambda F$, $\omega_2 = 2\pi y_1 / \lambda F$ (x_1 отсчитывается в направлении, параллельном x_1 , а y_1 — в направлении, параллельном y_1).

Будем предполагать эргодический характер $T(x_1, y_1)$. Регистраторы спектра (фотолампы, фотодиоды, приборы с зарядовой связью и пр.) являются квадратичными, то есть чувствительными не к амплитуде, а к интенсивности излучения. Поэтому распределение освещенности в дифракционной картине в плоскости анализа системы в силу эргодического характера $T(x_1, y_1)$ определит энергетический (интервалский) спектр объектного поля $U(x_1, y_1)$, то есть, согласно (1), энергетический спектр комплексного коэффициента пропускания T :

$$S(\omega_x, \omega_y) = E_0 S_T(\omega_x, \omega_y) \quad (3)$$

Интенсивность света в точке (x_2, y_2) отражает удельный вес соответствующей пространственной частоты в формировании изображения. Рассмотрим в качестве входного транспаранта амплитудную дифракционную решетку с коэффициентом пропускания, описываемым "импульсной" квазиергодической функцией [7]

$$T(x_1) = T_0 + \sum_n a_n V \left(\frac{x_1 - \xi_n}{\xi_n} \right) + b_n V \left(\frac{x_1 - \xi_n - 2x_n}{\xi_n} \right) \quad (4)$$

где T_0 — постоянная составляющая, V — функция, определяющая идеальный закон распределения $T(x_1)$; a_n и b_n — случайные "амплитуды" коэффициента пропускания в пределах квазипериода; ξ_n и $2x_n$ — случайные значения периодов распределения $T(x_1)$.

Используя результаты [7], для винеровского спектра коэффициента пропускания амплитудной решетки с квазиусловным распределением получим:

$$S_T(\omega) = (1 + \sigma_2^2) M \left\{ \frac{F^2 (1 + \cos \omega F)}{[1 - (\omega F / \xi)^2]^2} \right\} + \frac{1}{2} \left[\left\{ M \left\{ \frac{F^2 \xi_2 \omega F}{1 - (\omega F / \xi)^2} \right\} \right\}^2 - \left\{ M \left\{ \frac{F (1 + \cos \omega F)}{1 - (\omega F / \xi)^2} \right\} \right\}^2 \right] \quad (5)$$

Случайной величиной для оператора математического ожидания в (5)

выступает полурешетка ξ , характеризующий средний значение \bar{F} , средним квадратическим отклонением σ и коэффициентом вариации $\chi = \sigma / \bar{F}$. Величины \bar{F} и χ имеют смысл среднего значения и коэффициента вариации переменной составляющей закона модуляции пропускания.

Примем для вероятностного описания F усеченное нормальное распределение

$$f(F) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(F - \bar{F})^2}{2\sigma^2}} \delta(F), \quad (6)$$

где $\delta(x)$ — интегральный закон нормированного нормального распределения, δ — функция Дельта. Зводя переменные $\theta = \omega F$, $t = F / \bar{F}$, для (6) получим:

$$\frac{\omega^2 \sqrt{2\pi}}{a^2 \bar{F}} S_T(\theta) = \frac{1}{\sigma} \frac{\delta_2}{\sigma} \int_0^\infty \frac{t^2 (1 + \cos \theta t)}{(1 - \theta^2 t^2 / \chi^2)^2} e^{-\frac{(t - 1)^2}{2\sigma^2}} dt + \frac{1}{2\sqrt{2\pi} \chi^2} \left[\int_0^\infty \frac{t \sin \theta t}{1 - \theta^2 t^2 / \chi^2} e^{-\frac{(t - 1)^2}{2\sigma^2}} dt \right] - \left[\int_0^\infty \frac{t(1 + \cos \theta t)}{1 - \theta^2 t^2 / \chi^2} e^{-\frac{(t - 1)^2}{2\sigma^2}} dt \right]^2 \quad (7)$$

Дальнейшее преобразование (7) определяется требованиями удобства анализа выражений для $S_T(\theta)$ и оптимальности схемы численного интегрирования. Так, для новой переменной $u = (t - 1) / \sigma$ соотношение (7) может быть представлено в форме:

$$\bar{S}_T(\theta) = \frac{\chi^2 \sqrt{2\pi}}{a^2 \bar{F}} S_T(\theta, \sigma) = (1 + \sigma_2^2) \varphi(\theta, \sigma) + \frac{1}{2} \psi(\theta, \sigma), \quad (8)$$

где функции $\varphi(\theta, \sigma)$ и $\psi(\theta, \sigma)$ определяются соответствующим интегралами в (7).

Рассмотрим ситуацию, когда δ можно считать признаком гонимой совокупности реализаций $T(x_1)$, а по параметру δ можно выделить типические выборки. В этом случае параметр \bar{F} и σ можно считать известными (определенными, например, из непосредственных измерений), а задачей изысканий регулярности распределения становится идентификация их класса по параметру δ . При $\delta^2 = \cos^2 \theta F$ функция (8) является однозначной и имеет, как показывает расчет, осциллирующий характер, причем амплитуда осцилляций резко уменьшается

ется с ростом θ . Изменению γ_a соответствует монотонное изменение функции $\tilde{S}_r(\theta)$ ($d\tilde{S}_r(\theta)/d\theta = 2\gamma_a \gamma_r(\theta, \gamma) > 0$).

Для различных значений приведенных пространственных частот θ_i , θ_k отношение соответствующих значений винеровского спектра имеет вид

$$\omega(\theta_i, \theta_k) = S(\theta_i) / S(\theta_k) = \frac{(1 + \gamma_a^2) \gamma_r(\theta_i, \gamma) - \gamma_a \gamma_r(\theta_k, \gamma)}{(1 + \gamma_a^2) \gamma_r(\theta_k, \gamma) - \gamma_a \gamma_r(\theta_i, \gamma)}, \quad (9)$$

откуда коэффициент вариации γ_a амплитуды переменной составляющей коэффициента пропускания определяется выражением:

$$1 + \gamma_a^2 = \frac{\gamma_r(\theta_i, \gamma) - \omega(\theta_i, \theta_k) \gamma_r(\theta_k, \gamma)}{\omega(\theta_i, \theta_k) \gamma_r(\theta_i, \gamma) - \gamma_r(\theta_k, \gamma)}. \quad (10)$$

Введение в (9)–(10) относительных величин $\omega(\theta_i, \theta_k)$ позволяет в отличие от фиксации абсолютных значений $S_r(\theta)$ взглянуть на временные флуктуации освещенности E_0 анализируемого транспаранта на результаты определения γ_a .

Соотношение (10) может быть положено в основу программного обеспечения автоматизированного комплекса на базе микро-ЭВМ по диагностике амплитудных транспарантов со сложными законами изменения коэффициента пропускания. Этот закон может аппроксимироваться не только синусоидальной функцией, но и любой другой, отвечающей практическим потребностям — гауссовой, циклоидальной, трапецеидальной, прямоугольной, треугольной и т.д. Соответствующий вид функций γ_r и γ_a в выражениях (8)–(10) определяется Фурье-преобразованием функции V [7].

Алгоритмом (10) не идентифицируются фазовые характеристики коэффициента пропускания в случае его комплексности, хотя оценка параметров фазового транспаранта (имеющего переменную толщину или переменный показатель преломления)

$$T(x_i) = e^{i\pi \gamma_0 x_i(x_i)},$$

где $\kappa = 2\pi/\lambda$, γ_0 — показатель преломления, $\kappa(x_i)$ — функция вида (4), описывающая профиль реальной структуры или закон модуляции показателя преломления, имеет прикладное значение (особенно для синусоидального гофра).

Синусоидальный рельеф, как правило, принимается для гофрированных волноводов интегральной оптики. На основе гофрированных участков плечерных волноводов могут быть реализованы разнообразные оптические элементы: резонаторы, узлополосные частотные фильтры, резонансные преобразователи мол, мультиплексоры и делители

плоскостр, воловодные поляризаторы и пр. Важно контролировать параметры этих элементов и управлять ими с целью оптимизации амплитудных и спектральных характеристик [8].

Использование двухлучевых интерферометров для получения голографических решеток позволяет преобразовать синусоидальное распределение интерференционной картины в проиллюминированном световыводителем слое в периодический поверхностный микрорельеф с синусоидальным профилем. При этом конкретная форма профиля зависит от экспозиции и условий обработки применяемого светочувствительного материала и может быть очень разнообразной [9]. Для пленок фоторезиста характерно линейное изменение глубины рельефа от экспозиции, и поэтому форма штрихов решеток, зарегистривированных на этом материале (при определенном типе проявителя — СК) близка к синусоиде [10]. Рост экспозиции, использование многого типа проявителя (щелочного) приводит к отклонениям реальной формы штриха от синусоидальной канавки [9, 10]. Дифракционная эффективность металлизированной решетки (отношение энергии света, отраженного в данный порядок, к энергии света, падающего на решетку) весьма чувствительно зависит от вариации формы гофра [9–11]. В связи с этим особые значения приобретает закон иххождения и контроль профилей, обозначаемых высоким значением дифракционной эффективности, коэффициента отражения в заданном спектральном интервале, определяемом рабочей областью (ширину спектра) решетки.

Решетчатыми макроструктурами с комплексными коэффициентами пропускания богата и живая природа (в качестве примеров можно назвать тонкую структуру мыши, мембранную систему саркоплазматической сети, эндоплазматическую сеть). Подобные объекты также могут аппроксимироваться решетками и исследоваться методами спектрального анализа [12].

Существует множество методов идентификации фазовых изменений посредством голографических и неголографических гребнеметров (см. [12–15]). Однако если возможно зондирование собственно профиля рельефной структуры (перпендикулярно сечению (орезу) структуры), мы приходим опять же к задаче чистого амплитудного транспаранта, но с неоднородным пропусканием

$$T(x, y) = \delta(y, -h(x)).$$

где δ — функция дельта, а $h(x)$ — случайная функция вида (4), статистические свойства которой были изучены выше.

1. Колобродов В.Г., Тымчик Г.С. Анализ оптических систем когерентных спектроанализаторов // ОМП. 1982. № 10. С.4-7.
2. Колобродов В.Г., Тымчик Г.С. Спектральные методы контроля статистических характеристик штриховых квазиериодических структур // ОМП. 1985. № 10. С.5-7.
3. Колобродов В.Г., Сахно С.П., Тымчик Г.С. Импульсный метод и энергетический расчет оптических систем когерентных спектроанализаторов // ОМП. 1986. № 4. С.12-14.
4. Тымчик Г.С. Операционные свойства когерентных оптических спектроанализаторов при освещении входного транспаранта излучением, содержащим высшие моды Гаусса-Земляна // ОМП. 1986. № 11. С.23.
5. Рятов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиотехнику и оптику. М., 1981. Т.2. § 10.
6. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиотехнику и оптику. М., 1981. Гл. 4. § 7.
7. Анкин В.М., Голубенцев А.Ф. Статистическое описание рельефов квазиериодических радиотехнических и оптических структур // Вопросы прикладной физики: Мемвуз. науч. сб. Саратов, 1983. Вып. 1. С.3-12.
8. Спихальский А.А. Стабилизация характеристик распределенных брегговских зеркал // ЛТЭ. 1937. Т.57. Вып. 8. С.1665-1668.
9. Герме Р.Р., Голубенко И.В., Кубровина Т.Г., Савицкий Г.М. Исследование отражательных свойств голограммных дифракционных решеток с сглаженными профилями штрихов // Оптика и спектроскопия. 1985. Т.58. Вып. 6. С.1318-1322.
10. Браини Ю.И., Голубенко И.В., Савицкий Г.М. Контроль глубины канавки голограммной решетки // ОМП. 1987. № 11. С.39-41.
11. Савицкий Г.М., Голубенко И.В. Оптимизация эффективности отражательных дифракционных решеток с трапециевидным профилем штриха // Оптика и спектроскопия. 1985. Т.59. С.420.
12. Ивашкин Г.Р., Куцеский А.С. Исследование микроструктур объектов методами когерентной оптики. М., 1974.
13. Франсон М. Фазово-контрастный и интерференционный микроскопы. М., 1980.
14. Якут И.А., Троицкий Н.Н., Демин А.А., Саронов А.И. Современное состояние фазовой проблемы в оптике // Зарубежная радиоэлектроника. 1978. № 11. С.3-40.
15. Саратовские задачи в оптике / Под ред. Г.А.Богатца. М., 1984.

Теоретическая часть

Шаповалов А.С. Исследование влияния сверхвысоких частотных и низкочастотных источников флуктуаций на шумовые параметры твердотельного генератора	3
Гольдман С.Ю., Мишкин Л.М., Масликов Н.Г. О влиянии неоднородного температурного поля на газоперенос в твердых телах	20
Анкин В.М. Об отклике зоны перетяжки волоконного светодиода на шумовые составляющие температуры нагревателя	24
Корнева Н.В. Алгоритм расчета термомеханических напряжений в слоистом кристалле полупроводникового прибора с учетом его жесткого крепления к контактной пластине	30
Дульнев Г.Н., Короткавич М.М., Сергеев А.О., Сигалов А.В. Расчет температур элементов на печатных платах в блоках с воздушным охлаждением	36
Долнич В.И., Леркий В.М. Методика теплового расчета групповых радиаторов полупроводниковых приборов	46
Ермолаев И.А., Мсанов А.И., Прохоров В.В., Смирнов А.Б., Хромовенко В.В., Шевцов В.Н. Тепловой расчет анода рентгеновской трубки	52
Тригорьева М.И., Имбалов Г.М. Расчет плотности тока термоэмиссии оксидного катода в зависимости от его аффективной вытравляющей поверхности	55
Голубенцев А.Ф., Малоземов Ю.А., Ерохин С.В. Экспресс-диагностика аэрозольных образований	59

Экспериментальная часть

Гусаров Ю.В., Целудин В.В. Исследование тепловой трубы в установке для измерения коэффициента температуропроводности тонких металлических трубок	62
Шаповалов А.С., Никитин А.А., Кудряшов С.А., Машников В.В. Экспериментальное исследование возможности управления частотой спектром и шумами выходящего сигнала многодиодного ГИЦД	66
Гольдман С.Ю., Денисов Э.И., Макаров В.П., Мишкин Л.М. Определение функции распределения длины микропор в пористом материале	70
Анкин В.М., Голубенцев А.Ф. Контроль параметров распределения коэффициента пропускания оптического транспаранта	73

ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

Моделирование физических процессов и систем

Межвузовский научный сборник

В ы п у с к 2

Редактор И.В.Дараева
Технический редактор Н.И.Добровольская
Корректор Е.Б.Крылова

Подписано к печати 12.10.89. НГ 43433.
Формат 60 x 84 1/16. Бумага типографская № 3. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 4,65 (5,0). Уч.-изд. л. 4,6. Тираж 300 экз.
Заказ 3534
Цена 75 к.

Издательство Саратовского университета.
410601, Саратов, Университетская, 42

ООП Управление статистики. 410830, Саратов,
Сапого и Ващенко, 54/60.