

МАССИВНЫЕ МНОЖЕСТВА ХЕЛСОНА

А. В. Янина (Москва, Россия)

yanina.stv@yandex.ru

Теорема Вика утверждает, что на окружности существуют множества Хелсона Хаусдорфовой размерности 1. Мы показываем, что подобный результат имеет место и в многомерном случае.

Ключевые слова: абсолютно сходящиеся ряды Фурье, множества Хелсона, теорема Вика.

MASSIVE HELSON SETS

A. V. Yanina (Moscow, Russia)

yanina.stv@yandex.ru

Wik's theorem states the existence of Helson set of Hausdorff dimension 1 on the circle. We obtain a similar result in the multidimensional case.

Keywords: absolutely convergent Fourier series, Helson sets, Wik's theorem.

Пусть $\mathbb{T} = \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$ — окружность, \mathbb{T}^n — n -мерный тор (здесь \mathbb{R} — вещественная прямая, \mathbb{Z} — множество целых чисел). Мы рассматриваем линейное пространство $A(\mathbb{T}^n)$ непрерывных на \mathbb{T}^n функций, ряды Фурье которых

$$f(t) \sim \sum_{k \in \mathbb{Z}^n} \widehat{f}(k) e^{i(k,t)}$$

сходятся абсолютно. $A(\mathbb{T}^n)$ — банахова алгебра относительно естественной нормы

$$\|f\|_{A(\mathbb{T}^n)} = \sum_{k \in \mathbb{Z}^n} |\widehat{f}(k)|$$

и обычного умножения функций, часто её называют алгеброй Винера.

Компакт $E \subset \mathbb{T}^n$ называется множеством Хелсона, если всякая непрерывная на E функция может быть продолжена до функции из алгебры Винера.

Считается, что множества Хелсона должны быть чрезвычайно «редкими», так, например, хорошо известно, что они не могут содержать длинных арифметических прогрессий. Поэтому совершенно неожиданным оказался результат И. Вика [1], из которого следует, что на окружности существуют множества Хелсона Хаусдорфой размерности 1.

В связи с этим результатом В. В. Лебедевым был поставлен вопрос о существовании массивных множеств Хелсона на торе произвольной размерности. Отметим, что множество Хелсона на \mathbb{T}^n при $n \geq 2$ не может содержать декартово произведение двух бесконечных множеств, поэтому

существование массивных многомерных множеств Хелсона из теоремы Вика не следует.

Нам удалось показать, что справедлива следующая

Теорема. *На \mathbb{T}^n существует множество Хелсона, размерность Минковского которого равна n .*

В том случае, если позволит время, мы обсудим также и некоторые смежные вопросы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] *Wik I.* Some examples of sets with linear independence // Arkiv for Matematik. 1964. Vol. 5, № 3–4. P. 207–214.