УДК 517.5

ОБ ОДНОЙ ОЦЕНКЕ ДЛЯ НАИЛУЧШЕГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ОГРАНИЧЕННЫХ ФУНКЦИЙ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ПОЛИНОМАМИ В МЕТРИКЕ ХАУСДОРФА

Е. Х. Садекова (Москва, Россия)

EKSadekova@mephi.ru

В работе рассматривается метод построения сплайн-функции для получения точных по порядку оценок приближения ограниченных функций тригонометрическими полиномами в хаусдорфовой метрике. Приведена оценка указанных приближений, полученная из неравенства Джексона для равномерных приближений.

Ключевые слова: сплайн-функция, приближение тригонометрическими полиномами, метрика Хаусдорфа.

ONE ASSESSMENT FOR BEST APPROXIMATION LIMITED FUNCTIONS BY TRIGONOMETRIC POLYNOMES IN THE HOUSDORFF METRIC

E. H. Sadekova (Moscow, Russia)

EKSadekova@mephi.ru

In this paper, we consider a method for constructing a spline function to obtain estimates of the approximation of bounded functions that are exact in order trigonometric polynomials in the Hausdorff metric. An estimate of these approximations is given obtained from Jackson's inequality for uniform approximations.

Keywords: a spline function, approximation of trigonometric polynomials, Hausdorff metric.

В вопросах приближения функций полиномами в хаусдорфовой метрике отличительной особенностью является то, что в оценках типа

$$HE_n(f) \leqslant (C + \varepsilon_n)\,\alpha_n,$$

где $HE_n(f)$ — наименьшее хаусдорфово уклонение функции $f(x)$ от полиномов порядка не выше n, $C = const > 0$, $\alpha_n \to 0$, $\varepsilon_n \to 0$ $(n \to \infty)$, существенным может быть не только порядок убывания α_n, но так же значение постоянной C и членов последовательности $\{\varepsilon_n\}$.

Бл. Х. Сендов, В. А. Попов, установили [1], что для любого $\varepsilon > 0$ выполняется неравенство

$$HE_n(f) \leqslant (1+\varepsilon)\,\frac{\log n}{n}$$

при $n > n(M, \varepsilon)$, где $n(M, \varepsilon) \to \infty$ при $\varepsilon \to 0$. Ими также получена оценка для тригонометрических полиномов T порядка не выше n через модуль непрерывности:

$$HE_n^T(f) \leqslant \max\left\{\frac{A}{n}\ln\left(n\omega\left(f; \frac{1}{n}\right)\right), \frac{A}{n}\right\},$$

где A — абсолютная постоянная.

Т. П. Боянов [2] показал, что

$$\lim_{n\to\infty} \sup \left\{ HE_n(f) \frac{n}{\log(n\omega(1/n)} : f \in H^\omega \right\} = 1,$$

где H^ω — класс всех 2π-периодических функций, модуль непрерывности $\omega(f;\delta)$ которых не превосходит модуль непрерывности $\omega(\delta)$, $\omega(\delta)/\delta \to \infty$ при $\delta \to 0$.

Используя понятие среднего модуля колебания, введённое в работе Е. П. Долженко и Е. А. Севастьянова [3], получена оценка для всех натуральных n и любой ограниченной 2π-периодической функции:

$$HE_n^T(f) \leqslant \frac{C}{n} \ln \left(e + n\omega \left(f; \frac{\pi}{n} \right) \right),$$

где C — постоянная.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] *Сендов Бл., Попов В. А.* Точная асимптотика наилучшего приближения алгебраическими и тригонометрическими многочленами в метрике Хаусдорфа // Матем. сб. 1972. Т. 89, № 1. С. 138–147.

[2] *Боянов Т. П.* Точная асимптотика наилучшего хаусдорфова приближения классов функций с заданным модулем непрерывности // Сердика. 1980. Т. 6. С. 84–97.

[3] *Долженко Е. П., Севастьянов Е. А.* О приближениях функций в хаусдорфовой метрике посредством кусочно монотонных (в частности, рациональных) функций // Матем. сб. 1976. Т. 101, № 4. С. 508–541.