

О ФАКТОРИЗАЦИИ ОДНОГО КЛАССА ЦЕЛЫХ ФУНКЦИЙ

О. В. Охлупина (Брянск, Россия)

helga131081@yandex.ru

Огромное количество задач в комплексном анализе посвящено теме факторизации в различных классах функций. Интерес к этим вопросам появился в начале прошлого века и не потерял актуальности в наши дни. В работе рассмотрены целые функции класса с весом из L_p -пространств. Для введённого класса построено факторизационное представление с использованием методов комплексного анализа.

Ключевые слова: целая функция, факторизационное представление, порядок целой функции.

FACTORIZATION OF A CLASS OF ENTIRE FUNCTIONS

O. V. Okhlupina (Bryansk, Russia)

helga131081@yandex.ru

A huge number of problems in complex analysis is devoted to the topic of factorization in various classes of functions. Interest in these issues appeared at the beginning of the last century and has not lost its relevance today. We consider entire functions of a class with weight from L_p -spaces. For the introduced class, a factorization representation is constructed using the methods of complex analysis.

Keywords: entire function, factorization representation, order of the entire function.

Введение

Изучению различных классов функций и получению их полных описаний был дан толчок в работах специалистов комплексного анализа ещё в начале 20-го столетия. Достаточно упомянуть работы о факторизации функций ограниченного вида и классов Харди в единичном круге. Полным описанием многочисленных классов функций занимаются и современные учёные, среди которых выделяются работы М. М. Джрбашяна, Н. В. Говорова, А. А. Гольдберга, И. В. Островского, А. М. Седлецкого, Ф. А. Шамояна, Б. Н. Хабибуллина и других не менее известных математиков.

Обозначим с помощью C комплексную плоскость, тогда $H(C)$ - множество целых функций в C , $0 < p < +\infty$, $0 < \rho < +\infty$.

Рассмотрим класс функций $E_\rho^p(C)$:

$$E_\rho^p(C) = \left\{ f \in H(C) : \int_1^{+\infty} \frac{(\ln M(r, f))^p}{r^{\rho p + 1}} dr < +\infty \right\}.$$

Для данного класса функций осуществим построение факторизационного представления.

В случае единичного круга с аналогичными результатами можно ознакомиться в работе [1].

Другие весовые L_p -классы типа Валирона и описание их корневых множеств рассмотрены в работе [2].

Основной результат работы

Теорема 1. Пусть ρ принимает нецелое неотрицательное значение, $0 < p < +\infty$, $\rho - 1 < q < \rho$. Равносильны следующие утверждения:

1. $f \in E_\rho^p(C)$;
2. f допускает следующее представление

$$f(z) = z^m \prod_{k=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{z}{z_k}\right) \exp\left(\sum_{j=1}^q \frac{1}{j} \left(\frac{z}{z_k}\right)^j\right) \exp(h(z)), \quad \text{где}$$

$z \in C$, $h(z)$ - многочлен, степень которого меньше ρ , m - неотрицательное целое число, $\{z_k\}_{k=1}^{+\infty}$ - последовательность комплексных чисел, для которой $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{n^p(2^k)}{2^k \rho^p} < +\infty$.

Теорема 2. Пусть $\rho \in N$. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

1. $f \in E_\rho^p(C)$;
2. f допускает следующее представление

$$f(z) = z^m \prod_{k=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{z}{z_k}\right) \exp\left(\sum_{j=1}^{\rho} \frac{1}{j} \left(\frac{z}{z_k}\right)^j\right) \exp(h(z)), \quad \text{где } z \in C, h(z) -$$

многочлен, степень которого меньше ρ , m принимает неотрицательное целое значение, $\{z_k\}_{k=1}^{+\infty}$ - произвольная последовательность ком-

плексных чисел, для которой $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{n^p(2^k)}{2^k \rho^p} < +\infty$, $\delta_f(r) = \left| \sum_{|z_k| \leq r} \frac{1}{z_k^\rho} \right|$ удовле-

творяет условию $\int_1^{+\infty} \frac{(\delta_f(r))^p dr}{r} < +\infty$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] *Shamoyan F. A.* Parametric representation and description of root sets of weight classes of functions holomorphic in a circle // *Sibirsk. Math Zh.* 1999. Vol. 40, № 6. P. 1452–1470.
- [2] *Okhlupina O. V.* Generalization of Valiron's theorem for the case entire functions with weight // *Bulletin of the Bryansk State University, RIO BSU, Bryansk* 2015. Vol. 2015, № 4. P. 400–408.