

О ГЛОБАЛЬНЫХ КЛАССИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ ДВУМЕРНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ¹

Н. В. Зайцева (Казань, Россия)

n.v.zaiceva@yandex.ru

Для двумерного гиперболического уравнения с двумя сдвигами по пространственной переменной построено однопараметрическое семейство глобальных классических решений.

Ключевые слова: гиперболическое уравнение, дифференциально-разностное уравнение, классическое решение.

ON GLOBAL CLASSICAL SOLUTIONS OF TWO-DIMENSIONAL HYPERBOLIC DIFFERENTIAL-DIFFERENCE EQUATIONS¹

N. V. Zaitseva (Kazan, Russia)

n.v.zaiceva@yandex.ru

A one-parametric family of global classical solutions of a two-dimensional hyperbolic equation with two translations of the spatial variable is constructed.

Keywords: hyperbolic equation, differential-difference equation, classical solution.

В настоящее время достаточно полно и глубоко изучены задачи для дифференциально-разностных уравнений в ограниченных областях (см., напр., [1–4] и имеющуюся там библиографию), которые не могут быть описаны классическими моделями математической физики, но имеющие большое значение в различных приложениях. В случае неограниченных областей рассмотрены задачи для параболических [5] и эллиптических уравнений [6–10]. В данной работе исследуется дифференциально-разностное уравнение гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x - h_1, t) + a_2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x - h_2, t), \quad (1)$$

где a_j , h_j ($j = 1, 2$) — заданные вещественные числа, при этом $a_1 + a_2 > 0$, на параметры h_1 и h_2 никакие условия соизмеримости не накладываются.

Применив классическую схему Гельфанда–Шилова, доказана следующая

¹Автор выражает глубокую благодарность Региональному научно-образовательному математическому центру Казанского (Приволжского) федерального университета за финансовую поддержку (проект № 0212/02.12.10179.001).

¹The author is grateful to the Regional scientific and educational mathematical center of Kazan (Volga region) federal university (project no. 0212/02.12.10179.001).

Теорема. Функция

$$G(x, t; \xi) = \sin(\rho(\xi)\xi t \cos \theta(\xi) + \theta(\xi) + \xi x)e^{\rho(\xi)\xi t \sin \theta(\xi)} + \\ + \sin(\rho(\xi)\xi t \cos \theta(\xi) - \theta(\xi) - \xi x)e^{-\rho(\xi)\xi t \sin \theta(\xi)}$$

удовлетворяет уравнению (1) при любом вещественном значении параметра ξ . Здесь

$$\rho(\xi) = (a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(h_1 - h_2)\xi)^{1/4}, \\ \theta(\xi) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{a_1 \sin h_1 \xi + a_2 \sin h_2 \xi}{a_1 \cos h_1 \xi + a_2 \cos h_2 \xi}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] *Скубачевский А. Л.* Краевые задачи для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений и их приложения // Успехи матем. наук. 2016. Т. 71, вып. 5 (431). С. 3–112.
- [2] *Скубачевский А. Л.* Неклассические краевые задачи. I // Соврем. мат. Фундам. направл. 2007. Т. 26. С. 3–132.
- [3] *Скубачевский А. Л.* Неклассические краевые задачи. II // Соврем. мат. Фундам. направл. 2009. Т. 33. С. 3–179.
- [4] *Skubachevskii A. L.* Elliptic functional-differential equations and applications. Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 1997. 293 p.
- [5] *Муравник А. Б.* Функционально-дифференциальные параболические уравнения: интегральные представления и качественные свойства решений задачи Коши // Соврем. мат. Фундам. направл. 2014. Т. 52. С. 3–143.
- [6] *Муравник А. Б.* Эллиптические задачи с нелокальным потенциалом, возникающие в моделях нелинейной оптики // Матем. заметки. 2019. Т. 105, вып. 5. С. 747–762.
- [7] *Муравник А. Б.* Асимптотические свойства решений двумерных дифференциально-разностных эллиптических задач // Соврем. мат. Фундам. направл. 2017. Т. 63, № 4. С. 678–688.
- [8] *Муравник А. Б.* О задаче Дирихле в полуплоскости для дифференциально-разностных эллиптических уравнений // Соврем. мат. Фундам. направл. 2016. Т. 60. С. 102–113.
- [9] *Муравник А. Б.* Асимптотические свойства решений задачи Дирихле в полуплоскости для некоторых дифференциально-разностных эллиптических уравнений // Матем. заметки. 2016. Т. 100, вып. 4. С. 566–576.
- [10] *Muravnik A.* On the half-plane Diriclet problem for differential-difference elliptic equations with several nonlocal terms // Math. Model. Nat. Phenom. 2017. Vol. 12, № 6. P. 130–143.