АНАЛИЗ ВЗАИМОСВЯЗИ СТРАХОВОГО ПОРТФЕЛЯ И ЗАЩИТНОЙ НАДБАВКИ

Л. В. Борисова, К. А. Киреева

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Россия
E-mail: lvborisova27@gmail.com, kireevaksu@gmail.com

Исследуется влияние относительной страховой надбавки на надежность страхового портфеля. Получена формула для определения доли от совокупного годового риска, обеспечивающей максимизацию прибыли. Ключевые слова: страховой портфель, защитная надбавка, максимизация прибыли.

ANALYSIS OF THE RELATIONSHIP OF THE INSURANCE PORTFOLIO AND THE PROTECTIVE PREMIUM

L. V. Borisova, K. A. Kireeva

In the present work has been studied influence of the relative insurance surcharge on reliability of the insurance portfolio. Also equation for determining proportion of total annual risk that provides profit's maximization has been obtained. Key words: insurance portfolio, protective premium, profit maximization.

Деятельность любой страховой компании зависит от риска случайности. Риск понимается, как показатель опасности или совокупности опасностей, установленный в стоимостном выражении его ущерба за заданное время. В связи с этим на первый план выходит формирование сбалансированного страхового портфеля. Определим страховой портфель ***S(n, c, П, B, P)*** - как те обязательства, которые взяла на себя страховая компания перед своими клиентами. Одновременно с обязательствами происходит и передача активов компании в размере того, сколько она должна будет выплатить при наступлении страхового случая. Здесь ***n*** - число договоров, ***c*** - собственный капитал компании, ***П*** - сумма поступивших страховых премий - размер финансовых средств, которыми располагает страховщик, для ведения дела ***B*** - сумма выплат - объем выполненных страховщиком обязательств, действительную платёжеспособность страховщика и ***P*** - сумма страховых резервов - объем страхового фонда, для выполнения обязательств перед страхователями. [1, стр. 24]

В условиях многообразия видов страхования, различающихся по видам, срокам и сложившейся степени убыточности, наиболее важную роль играет осуществление грамотной политики формирования страхового портфеля страховой организации, направленной на достижение главной цели страхования: защиту экономических интересов страхователей от случайных опасностей при соблюдении экономических интересов страховщиков в зарабатывании прибыли от страховой деятельности.

Страховая компания имеет риск, что в силу случайности обстоятельств ей, может быть, придётся выплатить гораздо большую сумму, чем ожидаемая величина убытка. Поэтому справедливо, чтобы плата за страховку включала надбавку L, которая служила бы эквивалентом этой случайности.

Эту надбавку обозначают L и называют страховой (защитной) надбавкой, а величину

$$\theta = \frac{L}{EX}$$

относительной страховой надбавкой, где EX - математическое ожидание совокупного убытка.

Определить чёткую схему для расчёта рисковой надбавки для отдельно взятого договора почти невозможно в силу разнообразия условий страхований, но можно исследовать её зависимость от, например, различных способов её расчёта: пропорционально нетто—премии, дисперсии выплат по договору и среднему квадратичному отклонению выплат по договору. [2]

В данной статье устанавливается зависимость политики формирования портфеля от способа деления рисковой надбавки ***(r – z)*c*** между отдельными рисками.

Допустим, компания оценила математическое ожидание $E(R)$ и дисперсию $Var(R)$ случайной величины годового убытка R по риску, не зависящему от остальной части имеющегося портфеля, и посчитала на их основе брутто-премию.

$$b_1 = \frac{E(R) + k_1 * Var(R) + k_0}{1 - \rho},$$

где ρ - доля расходов на ведение дела, пропорционально брутто-премии;

k_0 - сумма фиксированных расходов, не зависящих от размера премии;

k_1 - множитель для вычисления рисковой надбавки зависящий от дисперсии ($k_1 = \frac{(r-z)c}{Var(S)}$).

Если вычисленная брутто премия устраивает страхователя, то страховщик может принять риск полностью. Если на страховом рынке имеется более выгодное предложение т.е. $b < b_1$ то первая компания не обязательно заканчивает свою деятельность, а может при определённых условиях застраховать долю $q < 1$ от совокупного годового риска R.

Распространено деление крупных рисков между несколькими страховщиками при установленном проценте, так называемое совместное страхование.

Компания, желающая в качестве полной премии получить значение b_1 может принять долю $q < 1$ от риска R, оценённого брутто-премией $b < b_1$, при условии

$$\frac{E(qR) + k_1 Var(qR) + k_0}{1 - \rho} \le qb. \tag{1}$$

Тогда

$$\frac{qE(R)+q^2k_1Var(R)+k_0}{1-\rho}\le qb, \tag{2}$$

$$qE(R)+q^2k_1Var(R)+k_0\le qb(1-\rho),$$

$$q^2k_1Var(R)+qE(R)+k_0\le qb(1-\rho),$$

$$q^2k_1Var(R)+q(E(R)-b(1-\rho))+k_0\le 0.$$

Решая квадратичное неравенство (2) относительно q имеем $q_2 \le q \le q_1$, где

$$q_{12}=\frac{b(1-\rho)-E(R)\pm\sqrt{(E(R)-b(1-\rho))^2-4k_0k_1Var(R)}}{2k_1Var(R)}.$$

Интервал $[q_1,q_2]$ непуст, если

$$(E(R)-b(1-\rho))^2-4k_0k_1Var(R)\ge 0,$$

то есть

$$(E(R)-b(1-\rho))^2\ge 4k_0k_1Var(R),$$

$$E(R)-b(1-\rho)\ge 2\sqrt{k_0k_1Var(R)},$$

$$E(R)-b(1-\rho)\ge 2\sigma\sqrt{k_0k_1}. \tag{3}$$

Сравним условие (3) с условием

$$k_0+k_1Var(R)\le b(1-\rho)-E(R), \tag{4}$$

Условие (4) необходимо для принять всего риска R, так как

$$k_0+k_1Var(R)-2\sigma\sqrt{k_0k_1}=(\sigma\sqrt{k_1}-\sqrt{k_0})^2\ge 0.$$

Очевидно, условие (3) слабее, чем условие (4).

Если расходы компании только пропорциональные ($k_0 = 0$), то $q_2 = 0$. Значит, что при всех положительных q, удовлетворяющих условию

$$q\le q_1=\frac{b(1-\rho)-E(R)}{k_1Var(R)}$$

имеет смысл участие в страховании риска R.

Таким образом, в случае ($k_0 = 0$) всегда существует допустимая для принятия доля риска, если нетто-премия $p=b(1-\rho)$ превышает ожидаемый убыток $E(R)$.

Справедлива теорема

Если полностью принять риск невозможно, но выполнено условие

$$(E(R)-b(1-\rho))^2-4k_0k_1Var(R)\ge 0$$

и постоянные расходы k_0 удовлетворяют

$$k_0\le\frac{b(1-\rho)-E(R)}{2},$$

то всегда существует допустимая для принятия доля $q < 1$.

Доказательство

В случае, когда $b \geq b_1$ *страховой компании может быть выгодно принять менее 100% риска. Тогда ожидаемый размер прибыли равен*

$$qb - \frac{E(qR) + k_1 Var(qR) + k_0}{1 - \rho}.$$

Рассмотрим функцию F(q)

$$F(q) = qb - \frac{E(qR) + k_1 Var(R) + k_0}{1 - \rho}.$$

Найдём максимум функции F от принимаемой доли q. Для этого найдём производную и приравняем её к нулю

$$F(q) = qb - \frac{qE(R) + k_1 q^2 Var(R) + k_0}{1 - \rho} = 0,$$

$$F'(q) = b(1 - \rho) - E(R) + 2qk_1 Var(R) = 0,$$

$$\frac{b(1 - \rho) - E(R)}{2k_1 Var(R)} = q*.$$

$q*$ - критическая точка F(q), проверим, что она является точкой максимума. Для этого найдём вторую производную от F(q), и если она будет отрицательная, то $q*$ - точка максимума.

$$-2k_1 Var(R) < 0,$$

таким образом, $q*$ является точкой максимума. Поскольку $b \geq b_1$ *и, следовательно,*

$$b(1 - \rho) - E(R) \geq k_1 Var(R) + k_0,$$

неравенство $q < 1$ равносильно условию*

$$b(1 - \rho) - E(R) < 2k_1 Var(R),$$

справедливому при

$$k_1 Var(R) > k_0.$$

Таким образом, в случае крупных (в смысле размера дисперсии (Var(R)) рисков принятие доли $q < 1$ ведёт к максимизации прибыли. Теорема доказана.*

Рассуждения о влияние рисковой надбавки на формирование портфеля подразумевают введение защитной надбавки пропорционально дисперсии выплат по договору. Если защитная надбавка пропорциональна математическому ожиданию или среднему квадратичному отклонению выплат по договору, то можно принять любую долю риска или никакую. Наиболее пригодной на практике считается защитная надбавка, пропорциональная дисперсии. [3]

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мак Т.* Математика рискового страхования. М. : Олимп-Бизнес, 2005. 432 с.

2. *Борисова Л. В., Князева М. А.* Влияние рисковой надбавки на формирование страхового портфеля // Математическое и компьютерное моделирование в экономике, страховании и управлении рисками : материалы VII Междунар. молодёжной науч.-практ. конф. Сара-

тов : ООО Изд-во «Научная книга», 2018. С. 38-41.

3. *Борисова Л. В. Сагаева И. Д.* Сравнительный анализ вероятности разорения при перестраховании // Цифровые технологии в экономике и образовании : сб. науч. трудов по итогам межвузовской науч.-практ. конф. Саратов : Саратовский социально-экономический институт (филиал) РЭУ им. Плеханова, 2019, С. 9-12.