

статистического арбитража, главной из которых является небольшой выбор акций и фьючерсов для реализации данного типа стратегий [5]. Тем не менее, в последние годы на российском рынке все большее внимание уделяется повышению эффективности торгов, поэтому в ближайшем будущем для статистического арбитража могут открыться новые перспективы, что повысит к нему интерес как со стороны частных инвесторов, так и инвестиционных фондов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Володин С. Н., Коченков И. А. Статистический арбитраж на российском фондовом рынке // Аудит и финансовый анализ. 2013. № 6. С. 237-244.
2. Котировки и курсы акций [Электронный ресурс]. URL: <https://ru.investing.com/equities/> (дата обращения: 01.07.2018).
3. Внутренняя стоимость ценных бумаг [Электронный ресурс]. URL: <http://economy.ru.info/info/84436/> (дата обращения: 01.07.2018).
4. Тенденции рынка – технический биржевой анализ [Электронный ресурс]. URL: <https://profin.top/trejdng/analiz/tekhnicheskij-analiz.html> (дата обращения: 01.07.2018).
5. Стратегии на фондовом рынке. Что отличает спекулянта от инвестора? [Электронный ресурс]. URL: <https://news-hunter.pro/important/strategii-na-fondovom-rynke-cto-otlichaet-spekulyanta-ot-investora.pro> (дата обращения: 01.07.2018).

АНАЛИЗ ЭКЗОТИЧЕСКИХ ОПЦИОНОВ

А. В. Шаталина, М. В. Крылова

Саратовский государственный университет, Россия
E-mail: mexmat@sgu.ru

В статье описаны производные финансовые инструменты – опционы. Проводится сравнение стандартных и экзотических опционов. Изучается зависимость между различными параметрами, определяющими стоимость экзотических опционов, портфелей и капитала.

THE ANALYSIS OF EXOTIC OPTIONS

A. V. Shatalina, M. V. Krylova

This article describes derivative financial instruments - options. Comparison of standard and exotic options is carried out. The relationship between different parameters that determine the value of exotic options, portfolios and capital is studied.

Финансовый рынок – совокупность экономических отношений между участниками сделок (продавцами, покупателями, посредниками) по поводу купли-продажи финансовых активов и финансовых услуг. Участниками финансового рынка являются банки, финансовые компании, страховые общества и другие финансово-страховые структуры. Объекты финансового рынка можно условно разделить на ценные бумаги и производные финансовые инструменты. Одним из таких инструментов является опцион. В контракте участвуют два ли-

ца. Одно лицо покупает опцион, т.е. приобретает право выбора исполнить или не исполнить контракт. Другое лицо продает (выписывает опцион), т.е. предоставляет право выбора. Покупатель опциона покупает право, но не обязанность совершить некоторую финансовую операцию. Покупатель уплачивает продавцу вознаграждение, называемое премией. Премия выплачивается в момент заключения контракта.

В зависимости от того, что покупатель будет делать с опционом, различают:

- опционы на покупку – опцион колл (call option);
- опционы на продажу – опцион пут (put option).

Продавец и покупатель имеют неравные права: первый может отказаться от сделки, второй – нет. Чтобы компенсировать это неравенство, в момент заключения сделки покупатель платит продавцу безотзывную премию.

К настоящему времени достаточно хорошо развита теория стандартных опционов европейского типа, платёжные обязательства по которым (платёжные функции) характеризуются фиксированной датой исполнения, ценой базисного (рискового) актива (спотовая цена) и ценой купли или продажи базисного актива (страйковая цена) в момент исполнения опциона [1], [2].

Поскольку выплаты по стандартным опционам могут быть достаточно большими, что представляет существенный риск для инвестора, то встаёт проблема их ограничения, для решения которой имеется два основных подхода. При первом подходе, определяемом как несовершенное хеджирование, используются вероятностные характеристики, которые достаточно сложно отследить [3]. Второй подход более практичный заключается во внесении дополнительных условий в платёжное обязательство, а опционы, соответствующие подобным обязательствам, получили название экзотических опционов [4].

Для расчета цен опционов используются стохастические модели, в том числе и биномиальную модель. Это итерационный метод, моделирующий цену опциона на временном отрезке, когда опцион действителен.

Рассмотрим биномиальную модель рынка в случае возможного притока и оттока капитала. Проведем исследование одного вида экзотических опционов купли и продажи европейского типа (то есть имущество может быть куплено или продано только в момент окончания опционов), когда выплаты по опционам ограничиваются заданной величиной.

Главной целью инвестора является обеспечить максимальную прибыль от владения портфелем ценных бумаг. Увеличение прибыли может быть достигнуто за счёт уменьшения выплат по опционам [5].

Рассмотрим финансовый (B, S) -рынок, на котором обращаются ценные бумаги двух видов: безрисковые (банковский счёт) и рисковые (акции). Пусть $\{B_0, B_1, \dots, B_N\}$ и $\{S_0, S_1, \dots, S_N\}$ – эволюции цен безрискового и рискового активов соответственно в промежутке времени $[0, N]$, имеющих в биномиальной модели представления в виде [2].

$$B_{n+1} = \rho B_n, S_{n+1} = \xi_{n+1} S_n, n = \overline{0, N}, B_0 > 0, S_0 > 0,$$

где $\rho > 1$ – некоторая постоянная, а величины ξ_n могут принимать только два

значения u и d . Пусть $u > 1$ – сдвиг цены акции вверх от текущей цены, а d , $0 < d < 1$, – сдвиг вниз. Будем предполагать для получения прибыли без риска, что $d < \rho < u$.

Сценарий игры на финансовом рынке заключается в следующем. Обладая капиталом X_N в момент времени n , инвестор может им управлять, распределяя его между ценными бумагами указанных типов. Пусть β_N и γ_N – количество (доля) безрисковых активов и акций соответственно, суммарная стоимость которых (капитал) равна $X_n = \beta_n B_n + \gamma_n S_n$.

Целью игры на финансовом рынке является достижение неравенства $X_N \geq f(S_N)$, где N – дата исполнения опциона, а $f(\cdot) \geq 0$ – функция выплат. Инвестор (владелец портфеля), являющийся продавцом опциона, взимая за него определённую плату в начальный момент времени, в момент предъявления опциона к исполнению N обязуется выплатить сумму, не меньшую $f(\cdot)$. Чтобы обеспечить эту выплату, он должен играть на рынке, меняя содержание портфеля в зависимости от эволюции цен B_N , S_N . При этом справедливой ценой опциона называется минимальный начальный капитал X_0 , который позволяет продавцу опциона добиться равенства $X_N = f(S_N)$, если он следует оптимальной стратегии игры [6], [7].

В случае стандартных опционов купли и продажи с платёжными функциями $\tilde{f}^C(S_N) = (S_N - K_1)^+ = \max\{0, S_N - K_1\}$ и $\tilde{f}^P(S_N) = (K_1 - S_N)^+ = \max\{0, K_1 - S_N\}$ соответственно, выплаты по опционам могут быть достаточно большими, что представляет существенный риск для инвестора (S_N – стоимость рискованного актива в момент исполнения опциона N (спотовая цена), K_1 – согласованная цена исполнения (страйковая цена)). Одним из способов ограничения этого риска является решение задачи относительно платёжных функций, которые предусматривают выплаты, не превышающие заданной величины K_2 , т. е. относительно функций для опционов купли $f^C(S)$ и продажи $f^P(S)$ вида

$$f^C(S_N) = \min\{(S_N - K_1)^+, K_2\}, K_2 > 0, \quad (1)$$

$$f^P(S_N) = \min\{(K_1 - S_N)^+, K_2\}, 0 < K_2 < K_1, \quad (2)$$

где K_2 – величина, ограничивающая выплаты по опциону. Опцион купли предъявляется к исполнению, если S_N превышает K_1 , а опцион продажи предъявляется к исполнению, если S_N меньше K_1 , но при этом выплаты ограничены величиной K_2 . Очевидно, что опционы с платёжными функциями (1) и (2) переходят в стандартные опционы купли и продажи при $K_2 \rightarrow \infty$ и $K_2 \rightarrow K_1$ соответственно.

Используя математический аппарат, для этих опционов получены основные свойства функций выплат, формулы для нахождения стоимостей этих опционов, портфелей и капиталов.

Но главной задачей инвестора является не только уметь находить стоимость опциона, портфель ценных бумаг и капитал, но и исследовать влияние различных величин, определяющий эти параметры. Для изучения зависимостей

между различными параметрами задачи, а также нахождения искомым величин: стоимости экзотического опциона купли, портфеля и капитала разрабатываются различные программные продукты. Например, на языке C++ разработана программа, результатами работы которой являются вывод следующих величин:

1. стоимости экзотического опциона купли с ограничением на функцию выплат, стандартный европейский опцион, портфель ценных бумаг: количество рискованных и безрисковых активов в каждый момент времени, а также капитал инвестора;

2. зависимости C_N от u и d - сдвигов цены вверх и вниз. Данный вопрос был рассмотрен в 1 и 2 экспериментах. Зависимость C_N от u можно разделить на 2 этапа. На некотором интервале $u \in [u_0, u^*]$ функция $C_N(u)$ является возрастающей, потому что увеличивается вероятность того, что S_N превзойдёт K_1 . Для $u > u^*$ функция убывает: возрастает вероятность того, что S_N превысит величину $K = K_1 + K_2$, когда выплата по экзотическому опциону ограничивается величиной $f^c = K_2$. Так как параметр u определяет приток капитала, а d - отток, то зависимость C_N от d обратная;

3. зависимости C_N от величины K_2 , ограничивающей выплаты по опционам; Как можно заметить по результатам работы программы, наблюдается возрастание C_N по K_2 (кривые поднимаются с ростом K_2), причём значения C_N остаются меньше значений \tilde{C}_N , определяющих стоимость стандартного опциона. Возрастание C_N с ростом K_2 объясняется тем, что с ростом K_2 увеличивается величина, ограничивающая доход от реализации опциона, а за возможность получить больший доход следует больше платить;

4. соотношения между ценами экзотических и стандартных опционов, т.е. между C_N и \tilde{C}_N . Величина стоимости экзотического опциона при различных ограничениях K_2 во всех экспериментах оставалась меньше стоимости стандартного европейского опциона. Свойство $C_N(u) < \tilde{C}_N(u)$ связано с отсутствием в случае стандартного опциона ограничением на величину выплаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гиляровская Л. Т.* Комплексный экономический анализ хозяйственной деятельности : учебник. М. : ТК Велби, Изд-во Проспект, 2007. 360 с.
2. *Гусятников П. В.* Особенности управления кредитным риском экстремально редких событий // Наука и общество. 2011. № 1. С. 10–13.
3. *Камбарбаева Г. С.* Математическое моделирование оптимальных стратегий инвестирования в линейной модели рынка : дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 2011. 197 с.
4. *Выгодчикова И. Ю.* О задаче равномерного распределения риска финансового портфеля // Математика. Механика : сб. науч. тр. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2011. Вып. 13. С. 22–25.
5. *Крылова М. В.* Финансово-математический инструментальный анализа инвестиционной привлекательности российских предприятий / И.Ю. Выгодчикова, М.В. Крылова, А.А. Аношина // Кластеры в экономике России: сущность, проблемы и перспективы развития : сб. статей по итогам Междунар. науч.-практ. конф. Стерлитамак, 2017. С. 32–34.

6. Шаталина А. В., Мухортова Н. А. Расчет справедливой цены опциона, портфеля и капитала // Математическое и компьютерное моделирование в экономике, страховании и управлении рисками : материалы V Междунар. молодежной науч.-практ. конф. Саратов : ООО Изд-во «Научная книга», 2016. 352 с.

7. Шаталина А. В., Родионова Е. М. Создание с помощью опционов безрисковых портфелей // Математическое и компьютерное моделирование в экономике, страховании и управлении рисками : материалы V Междунар. молодежной науч.-практ. конф. Саратов: ООО Изд-во «Научная книга», 2016. 352 с.

О МОДЕЛЕ РАМСЕЯ С ОГРАНИЧЕНИЕМ НА КАПИТАЛ ПРЕДПРИЯТИЯ

В. Р. Шебалдин

Саратовский государственный университет, Россия

E-mail: Vrsh2007@ramler.ru

В настоящей статье доказываются необходимые условия экстремума для одной задачи оптимального управления, имеющей приложение к модели экономического роста предприятия односекторной экономики. Данная модель была дополнена ограничением на капитал предприятия в фиксированный момент времени.

ABOUT THE RAMSEY'S MODEL WITH THE RESTRICTION ON THE CAPITAL OF ENTERPRISE

V. R. Shebaldin

This article is devoted to the theory of the maximum principle as applied to a special class of optimal control problems that arise in economic growth problems of single-sector enterprises. This model was supplemented by capital limitation of the enterprises at a fixed time.

В работе [1] рассматривалась модель Рамсея экономического роста предприятия односекторной экономики замкнутого типа. Под таким предприятием понимается производство, на котором создается один универсальный продукт, который может потребляться и инвестироваться. При этом рынки работают бесперебойно, производственные факторы существенно не меняются при изменении цен, технология не подвергается никаким изменениям.

Введем следующие обозначения: пусть $K(t)$ - капитал предприятия, $L(t)$ - количество занятых на производстве. В качестве управления $u(t)$ указывается часть стоимости произведенного продукта, которая идет на увеличение капитала предприятия; $F(K, L)$ - функция производства. В качестве критерия качества берется интеграл от логарифмической функции мгновенной полезности, характеризующий темпы роста потребления на единицу рабочей силы. Таким образом для конечного интервала времени имеем следующую модель: