В работе сформулированы условия обеспечения управляемости динамической системы при действии внешних возмущений. При этом управляемость трактуется как возможность под действием управления перевода системы в заданное состояние при действии внешних возмущений. Показано, что вероятность превышения допустимого значения ошибки регулирования определяется параметрами распределения вероятности внешнего возмущения и ограничениями на величину управляющего воздействия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рокафеллар Р. Т.* Выпуклый анализ. М. : Мир, 1973.

2. *Обен Ж. П.* Нелинейный анализ и его экономические приложения. М. : Мир, 1988.

3. *Демьянов В. Ф., Рубинов А. М.* Основы негладкого анализа и квазидифференциальное исчисление. М. : Наука, 1990.

4. *Дудов С. И.* Субдифференцируемость и супердифференцируемость функции расстояния // Матем. заметки. 1997. Т. 61. № 4. С. 530-542.

5. *Черноусько Ф. Л.* Оценивание фазового состояния динамических систем: Метод эллипсоидов. М.: Наука, 1988.

6. *Степанова О. М.* О задаче выбора в условиях неполноты информации // Математическое и компьютерное моделирование в экономике, страховании и управлении рисками : материалы V Междунар. молодеж. науч.-практ. конф.- Саратов: ООО Изд-во «Научная книга». 2016. С. 101-104.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТРИКИ НА ПЕРЕСТАНОВКАХ В АЛГОРИТМАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

М. А. Тренина, Е. В. Давыдова

Тольяттинский государственный университет, Россия
Московский авиационный институт, Россия
E-mail: trenina.m.a@yandex.ru, elizaveta_2710@mail.ru

Эффективная работа эвристических алгоритмов дискретной оптимизации часто зависит от качества выбора решений при работе специальных вспомогательных алгоритмов. Примером последнего является выбор разделяющего элемента при решении некоторой задачи дискретной оптимизации методом ветвей и границ. При этом в процессе решения принимается достаточно большое количество ошибочных или далёких от оптимальных решений. Это происходит в связи с тем, что на практике программы-предикторы предлагают различные варианты выбора разделяющего элемента. Мы рассматриваем возможность оценки согласованности по процедуре строгого ранжирования на основе вычисления некоторой числовой меры, которая будет характеризовать степень близости значений программ-предикторов. Для этого оценка каждого предиктора представляется в виде точки некоторого пространства, в котором задана метрика. На получаемом множестве перестановок может быть использована одна из нескольких рассмотренных нами метрик.

APPLICATION OF THE METRICS ON THE RESOLUTIONS IN THE ALGORITHMS OF SOLVING THE PROBLEMS OF DISCRETE OPTIMIZATION

M. A. Trenina, E. V. Davydova

Effective operation of heuristic algorithms of discrete optimization often depends on the quality of the choice of solutions for the operation of special auxiliary algorithms. An example of the latter is the choice of the separating element in solving a problem of discrete optimization by the branch and boundary method. At the same time, a large number of erroneous or far from optimal solutions are taken in the decision process. This is because in practice, predictor programs offer different options for selecting a separating element. We are considering the possibility of assessing consistency in a rigorous ranking procedure by calculating some numerical measure that will characterize the degree of proximity of the values of the predictor programs. To do this, the evaluation of each predictor is represented as a point of some space in which a metric is given. On the obtained set of permutations, one of several metrics considered by us can be used.

Эффективная работа эвристических алгоритмов дискретной оптимизации часто зависит от качества выбора решений при работе специальных *вспомогательных* алгоритмов. Одним из таких вспомогательных алгоритмов (точнее, конечно, группой алгоритмов) является выбор разделяющего элемента при решении некоторой задачи дискретной оптимизации методом ветвей и границ [1, 2]. При выборе оптимального (или псевдооптимального, [3, 4]) решения имеет смысл использовать имеющийся математический аппарат, связанный с алгоритмами многокритериальной оптимизации [5, 6]. При этом, как показывает наша практика решения задач дискретной оптимизации (см. [7, 8, 9] и др. работы), в процессе решения принимается достаточно большое количество ошибочных или далёких от оптимальных решений.

На практике программы-предикторы предлагают различные варианты выбора разделяющего элемента. В связи с этим возникает необходимость количественной оценки степени согласия этих программ-экспертов. Получение этой количественной меры согласованности позволяет обосновать причины расхождения результатов работы программ, что в дальнейшем даст возможность получать более успешно работающие подпрограммы-предикторы.

На основе обработки результатов экспертного оценивания может быть выявлена зависимость между ранжировками различных предикторов и, тем самым, установлено единство и различие в их результатах («в их мнениях» – в случае экспертов, см. [10]). Если для оценки значимости используется метод ранжирования, то в этом случае часто используются следующие статистические методы:

1) метод проверки гипотезы с помощью критерия Пирсона;
2) т. н. коэффициент конкордации;
3) коэффициент корреляции.

Одним из недостатков этих методов является то, что, как сказано в [11], экспертные оценки рассматриваются как реализации некоторых случайных величин и обрабатываются с использованием методов математической статистики.

Это отличается от реальной ситуации, так как экспертные оценки нельзя считать чисто случайными, они имеют некоторую детерминированную составляющую. Поэтому мы рассматриваем возможность оценки согласованности по процедуре строгого ранжирования на основе вычисления некоторой числовой меры, которая будет характеризовать степень близости значений программ-предикторов.

Для этого оценка каждого предиктора представляется в виде точки некоторого пространства, в котором задана метрика. Если эти точки, которые характеризуют оценки всех предикторов, находятся на достаточно близком расстоянии друг от друга, т.е. образуют некую компактную группу, то это будет означать, что мнению экспертов хорошо согласованны. Если же точки-мнения находятся друг от друга на большом расстоянии, т.е. их трудно объединить в одну область, то можно считать, что мнения экспертов плохо согласованы.

Возможно, что точки значений предикторов расположены в пространстве так, что образуют две или несколько компактных групп. Это будет означать существование в группе предикторов двух или нескольких существенно отличающихся друг от друга точек зрения на оценку объектов исследования. Может быть область точек, не образующих совокупности мнений – некоторая *размытая* область. В этом случае не удалось обнаружить общих точек зрения на решаемую проблему. Основная (управляющая) программа может в таком случае немного изменить входные данные и повторить вызов всех подпрограмм-предикторов либо принять какое-либо решение самостоятельно, на основе других данных.

Пусть даны два набора ранговых оценок $\{a_1, a_2, \dots a_n\}$ и $\{a'_1, a'_2, \dots a'_n\}$ некоторой упорядоченной совокупности из n критериев или объектов. Тогда можно сформировать перестановку $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a'_1 & a'_2 & \dots & a'_n \end{pmatrix}$. Переставим столбцы перестановки так, чтобы верхний ряд чисел записался в виде *(1,2,…,n)*. Тогда исходная перестановка может быть записана в виде $(i_1, i_2, \dots i_n)$.

На полученном множестве перестановок может быть использована одна из следующих метрик.

1. Естественная метрика:

$$\rho(P_i, P_j) = \sum_{k=1}^{n} |a_i^k - a_j^k|$$

2. Цепная метрика. Для определения расстояния между двумя перестановка вычисляется минимальное число разрезов, которое надо сделать в одной из этих перестановок, чтобы получить другую. При использовании цепной метрики максимальное расстояние между двумя перестановками из n символов будет равно *n–1*.

3. Лексикографическая метрика. Предварительно на множестве перестановок проводиться лексикографическое упорядочивание, затем каждой перестановке ставиться в соответствие номер ее места и метрика между двумя перестановками будет равна разности этих чисел. В этом случае максимальное расстояние может быть равно *n!–1*.

4. Алфавитная метрика. Для определения расстояния между двумя перестановками вычисляется количество различных элементов в этих перестанов-

ках, и алфавитная метрика может принимать максимальное значение $n-1$.

5. Инверсная метрика. Вычисляется количество всех инверсий первой перестановки относительно второй. Максимально возможное число инверсий равно $n(n-1)/2$.

6. Транспозиционная метрика. Для определения расстояния между перестановками подсчитывается наименьшее возможное число транспозиций, которое необходимо произвести для перехода от первой перестановки ко второй. Метрика в этом случае не может превышать $n-1$.

После введения одной из выбранных метрик мы можем определить точку, которая наилучшим образом согласуется со всеми оценками экспертов. В качестве такой точки мы предлагаем использовать медиану или среднюю перестановку.

Медиана это точка в пространстве перестановок, для которой сумма метрик до всех остальных минимальна.

Средняя перестановка это точка в пространстве перестановок, для которой сумма квадратов расстояний до всех остальных перестановок минимальна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гудман С., Хидетниеми С.* Введение в разработку и анализ алгоритмов / пер. с англ. М. : Мир, 1981. 368 с.

2. *Громкович Ю.* Теоретическая информатика. Введение в теорию автоматов, теорию вычислимости, теорию сложности, теорию алгоритмов, рандомизацию, теорию связи и криптографию / пер. с нем. СПб. : БХВ, 2010. 326 с.

3. *Melnikov B.* Multiheuristic approach to discrete optimization problems // Cybernetics and Systems Analysis. 2006. № 1. P. 335–341.

4. *Мельников Б., Тренина М.* Применение метода ветвей и границ в задаче восстановления матрицы расстояний между цепочками ДНК // International Journal of Open Information Technologies. 2018. Т. 6. № 8. С. 1–13.

5. *Баумгертнер С., Мельников Б.* Мультиэвристический подход к проблеме звездно-высотной минимизации недетерминированных конечных автоматов // Вестн. Воронежского гос. ун-та. Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2010. № 1. С. 5–7.

6. *Ярыгин О., Беляев М.* Уточнение вида функции предпочтения альтернатив в методе анализа иерархий // Карельский научный журнал. 2013. № 4 (5). С. 49–52.

7. *Мельников Б., Давыдова Е.* Математическое моделирование повышения уровня безопасности в случае отказов авиационной и космической техники // International Journal of Open Information Technologies. 2018. Т. 6. № 5. С. 1–6.

8. *Макаркин С., Мельников Б., Тренина М.* Подход к решению псевдогеометрической версии задачи коммивояжера // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2015. № 2 (34). С. 135–147.

9. *Макаркин С., Мельников Б., Тренина М.* Применение проблемно-ориентированных метрик в геометрических алгоритмах решения псевдогеометрической версии задачи коммивояжера // Стохастическая оптимизация в информатике. 2014. Т. 10. № 1. С. 63–71.

10. *Горский В., Гриценко А., Орлов А.* Метод согласования кластеризованных ранжировок // Автоматика и телемеханика. 2000. № 3. С. 159–167.

11. *Попов Г., Попова Е.* Альтернативный вариант коэффициента конкордации // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2013. № 2. С. 158–167.