от 0,08 до 0,17 п.п. Эффект пролонгирован во времени, а наибольшее ускорение цен наблюдается спустя один и два месяца после изменения курса.

Стоит отметить, что, начиная с июля 2017 года, существенным дезинфляционным фактором выступает рекордный урожай сельскохозяйственной продукции 2017 года. По нашим оценкам, его вклад в замедление инфляции составил от 0,7 до 2 п.п. При этом влияние этой составляющей на итоговый уровень инфляции в регионе постепенно снижается, а к сентябрю 2018 года и вовсе будет исчерпано.

В целом модель соответствует экономическому смыслу входящих в нее переменных. Знаки при коэффициентах не противоречат логике экономических процессов. Так, индексы цен производителей сельхозпродукции имеют положительные знаки при коэффициентах, поскольку рост цен на продукцию сельского хозяйства напрямую влияет на общий индекс потребительских цен региона. Ожидания предприятий по поводу уровня цен в ближайшие 3 месяца также имеют прямое влияние на совокупную инфляцию.

Вместе с тем, динамика выпуска продукции сельского хозяйства и номинальный эффективный обменный курс оказывают на инфляцию обратное воздействие. Рост производства сельхозпродукции приводит к увеличению ее предложения на рынке и, соответственно, снижению ее стоимости. Укрепление рубля, т.е. рост номинального эффективного обменного курса также приводит к снижению уровня цен на импортируемые товары и, соответственно, общего уровня цен.

Декомпозиция инфляции с помощью представленной модели позволяет отслеживать влияние основных факторов на уровень региональной инфляции (см. рисунок) и более детально объяснять произошедшие изменения индекса потребительских цен за каждый месяц. Модель используется при подготовке материалов в рамках аналитической поддержки принятия Банком России решений по изменению ключевой ставки.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА НА ОСНОВЕ ПОЛИНОМИАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ЕГО ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Г. А. Плотников, С. И. Дудов

Саратовский государственный университет, Россия
E-mail: wow.gaergy@yandex.ru, dudovsi@info.sgu.ru

Для прогнозирования показателей экономического процесса предлагаются индикаторы, в основе которых лежит решение вспомогательных задач по приближению исторических данных экономического процесса полиномами по тригонометрической системе. Показано, что эти вспомогательные задачи сводятся к задачам линейного программирования. Предлагается схема тестирование предлагаемых индикаторов.

FORECASTING ECONOMIC PROCESSES BASED ON POLYNOMIAL APPROXIMATION OF ITS VALUES

G. A. Plotnikov, S. I. Dudov

For prediction of the values of the economic process, suggested indicators, based on solving the supporting problems of the approximation of the historical data of the economical process, on the basis of polynomials in the trigonometric system. It is shown that these problems are reduced to the problems of linear programming. A scheme for testing those indicators is proposed.

1. Технический анализ располагает обширным набором индикаторов, используемых при разработке торговых роботов и систем, а также для прогнозирования экономических процессов (см., напр., [1]). Эти индикаторы базируются на исторических данных поведения экономического процесса. Суть их построения заключается в том, что для получения прогнозных значений какого-то показателя требуется решить некоторую вспомогательную задачу по оценке или приближению траектории исторических данных.

В качестве такой вспомогательной задачи здесь предлагается два варианта:

а). Предположим, нам известны исторические данные о некотором показателе экономического процесса (например, цены на актив) в моменты времени $t_0 < t_1 < \cdots < t_m$ в виде $y_i = y(t_i)$, $i = \overline{0,m}$.

Ставится следующая задача чебышевского приближения дискретно заданной функции $y(t)$ тригонометрическим полиномом $P_n(A,t) = \sum_{k=0}^{n} a_k \cos kt$ по системе косинусов с фиксированным значением «длины» полинома n, а именно

$$\rho(A) \equiv \max_{i=[0:m]} \left| y_i - P_n(A,t_i) \right| \to \min_{A \in R^{n+1}}, \tag{1}$$

где $A = (a_0, a_1, ..., a_n)$ – вектор коэффициентов полинома.

Известно ([2]), если $\{t_i\}_{i=\overline{0,m}} \subset [0,\pi)$, то система $\{\cos kt\}_{k=\overline{0,n}}$ является чебышевской и при $m \geq n+1$ задача (1), имеет единственное решение. Если вектор коэффициентов A^* - решение задачи (1), то есть $\rho(A) = \min_{A \in R^{n+1}} \rho(A)$, то величину $P_n(A^*, t_{m+1})$ можно взять в качестве прогнозного значения показателя экономического процесса $y(t)$ в момент времени $t_{m+1} > t_m$.

б). Предположим, исторические данные о показателе экономического процесса в моменты времени $t_0 < t_1 < \cdots < t_m$ нам заданы в виде сегментов $[z_i, y], i = \overline{0,m}$, где $z_i = z(t_i) \leq y_i = y(t_i)$ (например, $z(t)$ и $y(t)$ – минимальная и, соответственно, максимальная цена на актив в момент времени t).

Ставится задача

$$\varphi(A) \equiv \max_{i=[0:m]} \max\{P_n(A,t_i) - z_i, y_i - P_n(A,t_i)\} \to \min_{A \in R^{n+1}}, \tag{2}$$

где, как и в задаче (1), $P_n(A,t)=\sum_{k=0}^{n} a_k \cos kt$.

Нетрудно видеть, что сегмент $[P_n(A,t_i)-\varphi(A), P_n(A,t_i)+\varphi(A)]$ содержит сегмент $[z_i, y_i]$. Поэтому, в итоге, если A^* - решение задачи (2), то график сегментной функции $\prod_n(A,t)=[P_n(A,t)-\varphi(A), P_n(A,t)+\varphi(A)]$ является полосой, наименьшей (по ординате) ширины, которая содержит график сегментной функции $F(t)=[z(t), y(t)]$ на системе точек $\{t_i\}, i=\overline{0,m}$. График этой функции, например, может отражать «коридор» цен на актив за период $[t_0, t_m]$. Поэтому, если $\varphi(A^*)=\min\limits_{A\in A^*}\varphi(A)$, то сегмент $[P_n(A,t_i)-\varphi(A), P_n(A,t_i)+\varphi(A)]$ можно рассматривать как прогноз по коридору цен на момент времени $t_{m+1}>t_m$.

2. Как и в [3]-[4], нетрудно показать, что задачи (1) и (2) редуцируются к эквивалентным им задачам линейного программирования. Продемонстрируем это на задаче (2).

Введем обозначения:

$$x_j = a_{j-1}, j=\overline{1,n+1}; x=(x_1, x2, \ldots, x_{n+1})\in R^{n+1};$$

$$B_i=(1,\cos t_i, \cos 2t_i, \ldots, \cos nt_i)\in R^{n+1}, b_i=-z_i;$$

$$B_{i+m+1}=-(1,\cos t_i, \cos 2t_i, \ldots, \cos nt_i)\in R^{n+1}, b_{i+m+1}=y_i, i=\overline{0,m};$$

Тогда задача (2) принимает вид

$$\max_{i=[0:m+1]}\{\langle B_i, x\rangle + b_i\}\to \min_{x\in R^{n+1}}. \tag{3}$$

После этого известным приемом ([5]) легко показать, что задача (3), а значит и задача (2), эквивалентны задаче линейного программирования:

$$\begin{cases} x_{n+2}\to \min, \\ x_{n+2}-\langle B_i, x\rangle - b_i \ge 0, i=\overline{0,2m+1}. \end{cases} \tag{4}$$

При этом, если расширенный вектор $\overline{x}^*=\left(x_1^*,\ldots,x_{n+1}^*,x_{n+2}^*\right)$ является решением задачи (4), то вектор коэффициентов $A^*=\left(x_1^*,\ldots,x_{n+1}^*\right)$ является решением задачи (2), а $x_{n+2}^*=\varphi\left(A^*\right)$ – оптимальным значением ее целевой функции.

3. План проведения вычислительных экспериментов с целью тестирования предлагаемых индикаторов на эффективность и сравнение с прогнозной силой других известных индикаторов, как и в [3]-[4], может, на примере задачи (1), заключаться в следующем:

Пусть нам известны исторические значения показателя экономического процесса в моменты времени $t_0<t_1<\cdots<t_N$ в виде $y_k=y(t_k), k=\overline{0,N}$.

1) Выбираем $n<<N$ («длину» тригонометрического полинома $P_n(A,t)$).

2) Выбираем количество используемых моментов времени $m\ge n+1$ для решения вспомогательной задачи.

3) Полагаем $i:=0$.

4) Решаем задачу

$$\rho_i(A) \equiv \max_{k=[l:m+l]} \left| y_k - P_n(A,t_k) \right| \to \min_{A \in R^{n+1}}. \tag{5}$$

Пусть $\rho_i\left(A^*(i)\right) = \min\limits_{A \in R^{n+1}} \rho_i(A)$, то есть вектор коэффициентов $A^*(i)$ – решение задачи (5).

5) В качестве прогнозного значения индикатора $I_{m,n}(t)$ в момент времени t_{i+m+1} берем

$$I_{m,n}(t_{i+m+1}) = P_n\left(A^*(i), t_{i+m+1}\right).$$

6) Если $i+m+1<N$, то полагаем $i:=i+1$ и переходим по циклу к выполнению п. 4). Если же $i+m+1=N$, то вычисления заканчиваются.

Таким образом, мы получили прогнозные значения индикатора $I_{m,n}(t)$ в моменты времени $t_{m+1}, t_{m+2}, ..., t_N$ и можем судить о его прогнозной силе в сравнении с настоящими историческими значениями $y_{m+1}, y_{m+2}, ..., y_N$, а также сравнивать его с прогнозной силой других индикаторов на тех же исторических данных.

4. В докладе будут приведены результаты вычислительных экспериментов на примере данных акций ПАО «Газпром».

Отметим, что аналогичные исследования проводились в работах [3]-[4], когда в качестве $P_n(A,t)$ брали алгебраический полином или тригонометрический полином по системе синусов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мерфи Дж.* Технический анализ фьючерских рынков: теория и практика. М. : Сокол, 1996. 596 с.
2. *Дзядык В. К.* Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. М. : Наука, 1977. 512 с.
3. *Ануфриев А. А., Дудов С. И.* Индикатор экономического процесса на основе приближения сегментной функции обобщенным полиномом // Математическое моделирование в экономике и управление рисками : матер. III Междунар. молодежной научн.-практ. конф. Саратов : Изд-во Саратовского университета, 2014. С. 13-16.
4. *Камышова Г. И., Дудов С. И.* Вычислительные эксперименты по прогнозированию цен на зерновом рынке // Математическое и компьютерное моделирование в экономике, страховании и управлению рисками : матер. V Междунар. молодежной научн.-практ. конф. Саратов : ООО Изд-во «Научная книга», 2016. С. 56-60.
5. *Зуховицкий С. И., Авдеева Л. И.* Линейное и выпуклое программирование. М. : Наука, 1964. 346 с.