и еще научно-методического содержания по школьной и вузовской математике.

Вот некоторые из результатов 2016 года получения:

1. Полное спектральное тестирование по методу Ковэю – Макферсона генераторов случайных чисел Лехмера с максимальным периодом;

2. Новая концепция БПФ на основе куммеровской версии теоремы Эйлера – Ферма;

3. Метод Галеркина в условиях вычислительной уязвимости;

4. «Геометрия чисел» в контексте алгебраической теории чисел;

5. Сравнительная эффективность явных квадратурных формул и алгоритмов перебора.

Тысячи студентов и сотни преподователей вузов Казахстана получили математическое и общечеловеческое воспитание в лучших традициях Московской математической школы и персонально в лице П. Л. Ульянова.

УДК 517.518.85, 517.518.68

ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ РАВНОМЕРНОЙ СХОДИМОСТИ ПРОЦЕССОВ ЛАГРАНЖА – ШТУРМА – ЛИУВИЛЛЯ

А. Ю. Трынин (Саратов, Россия)
tayu@rambler.ru

Г. И. Натансон в [1] получил признак Дини-Липшица равномерной сходимости внутри интервала $(0,\pi)$ процессов Лагранжа – Штурма – Лиувилля вида

$$L_n^{SL}(f,x)=\sum_{k=1}^{n} f(x_{k,n})\frac{U_n(x)}{U_n'(x_{k,n})(x-x_{k,n})}=\sum_{k=1}^{n} f(x_{k,n})l_{k,n}^{SL}(x), \qquad (1)$$

где U_n есть n-я собственная функция регулярной задачи Штурма – Лиувилля $U''+[\lambda-q]U=0$, $U'(0)-hU(0)=0$, $U'(\pi)+HU(\pi)=0$ с непрерывным потенциалом q ограниченной вариации на $[0,\pi]$ и граничными условиями $h\neq\pm\infty$, $\quad H\neq\pm\infty$. Здесь через $0<x_{1,n}<x_{2,n}<\cdots<x_{n,n}<\pi$ обозначены нули функции U_n. Изучению аппроксимативных свойств операторов Лагранжа – Штурма – Лиувилля (1) посвящены также работы [2–6]. Свойства операторов интерполирования функций (1), тесно связанны с поведением синк-приближений

$$L_n(f,x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{\sin(nx-k\pi)}{nx-k\pi}f\left(\frac{k\pi}{n}\right)=\sum_{k=0}^{n}\frac{(-1)^k\sin nx}{nx-k\pi}f\left(\frac{k\pi}{n}\right).$$

До появления работ [7–22] приближение такими операторами на отрезке, или ограниченном интервале осуществлялось только для некоторых классов аналитических функций сведением к случаю оси с помощью конформного отображения. Здесь приводятся полученные с помощью концепций работ [23–30] достаточные условия равномерной внутри интервала $(0,\pi)$ сходимости интерполяционных процессов (1) в терминах односторонних модулей непрерывности и изменения.

Обозначим $\mathbf{\Omega}$ множество всех действительнозначных, неубывающих, выпуклых вверх на $[0, b-a]$, исчезающих в нуле функций ω. Пусть $C(\omega^l, [a,b])$ и $C(\omega^r, [a,b])$ есть множества элементов пространства $C[a,b]$ таких, что для произвольных x и $x+h$ $(a \le x < x+h \le b)$ имеют место неравенства $f(x+h) - f(x) \ge -K_f\omega(h)$ или $f(x+h) - f(x) \le K_f\omega(h)$, соответственно, где $\omega \in \mathbf{\Omega}$. Назовём положительным (отрицательным) модулем изменения функции f на отрезке $[a,b]$, соответственно, функции натурального аргумента $v^+(n,f) = \sup\limits_{T_n} \sum\limits_{k=0}^{n-1} \big(f(t_{k+1}) - f(t_k)\big)_+$ и $v^-(n,f) = \inf\limits_{T_n} \sum\limits_{k=0}^{n-1} \big(f(t_{k+1}) - f(t_k)\big)_-$, где $z_+ = \frac{z+|z|}{2}$ и $z_- = \frac{z-|z|}{2}$ и $T_n = \{a \le t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n \le b\}$, $n \in \mathbb{N}$. Будем говорить, что f принадлежит классу $V^+(v)$ или $V^-(v)$, если существует константа M_f, такая, что для любого натурального n справедливо неравенство $v^+(n,f) \le M_f v(n)$ или $v^-(n,f) \ge -M_f v(n)$ соответственно.

Теорема 4. *Пусть $0 \le a < b \le \pi$, $0 < \varepsilon < (b-a)/2$. Если неубывающая вогнутая функция натурального аргумента $v(n)$ и функция $\omega \in \mathbf{\Omega}$ такие, что*

$$\lim_{n\to\infty} \min_{1\le m\le k_2-k_1-1} \left\{ \omega\Big(\frac{\pi}{n}\Big) \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{k} + \sum_{k=m+1}^{k_2-k_1-1} \frac{v(k)}{k^2} \right\} = 0,$$

где k_1 и k_2+1 — номера наименьшего и наибольшего из $x_{k,n}$, попадающих в отрезок $[a,b]$ после добавления к их множеству точек $x_{0,n} = 0$ и $x_{n+1,n} = \pi$, то для любой функции $f \in C(\omega^l[a,b]) \cap V^-(v)$ $(f \in C(\omega^r[a,b]) \cap V^+(v))$ выполняется соотношение

$$\lim_{n\to\infty} \|f - L_n^{SL}(f,\cdot)\|_{C[a+\varepsilon,b-\varepsilon]} = 0.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Натансон Г. И.* Об одном интерполяционном процессе // Учён. записки Ленинград. пед. ин-та. 1958. Т. 166. С. 213–219.

2. *Трынин А. Ю.* О расходимости интерполяционных процессов Лагранжа по собственным функциям задачи Штурма – Лиувилля // Изв. вузов. Матем. 2010. № 11. С. 74–85.

3. *Трынин А. Ю.* Об отсутствии устойчивости интерполирования по собственным функциям задачи Штурма – Лиувилля // Изв. вузов. Матем. 2000. № 9(460). С.60–73.

4.*Трынин А. Ю.* Теорема отсчётов на отрезке и её обобщения. LAP LAMBERT Academic Publ. RU, 2016. 479 с.

5. *Трынин А. Ю.* Дифференциальные свойства нулей собственных функций задачи Штурма – Лиувилля // Уфимск. матем. журн. 2011. Т.3, № 4. С.133–143

6. *Трынин А. Ю.* Об одной обратной узловой задаче для оператора Штурма – Лиувилля // Уфимск. матем. журн. 2013. Т. 5, № 4. С. 116–129

7. *Кашин Б. С., Саакян А. А.* Ортогональные ряды. М. : Изд-во АФЦ, 1999

8.*Новиков И. Я., Стечкин С. Б.* Основы теории всплесков // УМН. 1998. Т. 53, вып. 6(324). С. 53-128.

9. *Trynin A. Yu., Sklyarov V. P.* Error of sinc approximation of analytic functions on an interval // Sampling Theory in Signal and Image Processing. 2008. Vol. 7, № 3. С. 263–270.

10. *Трынин А. Ю.* Об оценке аппроксимации аналитических функций интерполяционным оператором по синкам // Математика. Механика. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2005. Вып. 7. С. 124–127.

11. *Трынин А. Ю.* Оценки функций Лебега и формула Неваи для sinc-приближений непрерывных функций на отрезке // Сиб. матем. журн. 2007. Т 48, № 5. С. 1155–1166.

12.*Трынин А. Ю.* Критерии поточечной и равномерной сходимости синк-приближений непрерывных функций на отрезке // Матем. сб. 2007. Т. 198, № 10. С. 141–158.

13. *Трынин А. Ю.* Критерий равномерной сходимости sinc-приближений на отрезке // Изв. вузов. Матем. 2008. № 6. С. 66–78.

14. *Трынин А. Ю.* Необходимые и достаточные условия равномерной на отрезке синк-аппроксимации функций ограниченной вариации // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2016. Т. 16, вып. 3. С. 288–298.

15. *Sklyarov V. P.* On the best uniform sinc-approximation on a finite interval // East Journal on Approximations. 2008. Vol. 14, iss. 2. P. 183–192.

16.*Трынин А. Ю.* О расходимости синк-приближений всюду на $(0, \pi)$ // Алгебра и анализ. 2010. Т. 22, № 4. С. 232–256.

17. *Умаханов А. Я., Шарапудинов И. И.* Интерполяция функций суммами Уиттекера и их модификациями: условия равномерной сходимости // Владикавк. матем. журн. 2016. Т. 18, № 4. С. 61–70.

18. *Трынин А. Ю.* О некоторых свойствах синк-аппроксимаций непрерывных на отрезке функций // Уфимск. матем. журн. 2015. Т. 7, № 4. С. 116–132.

19. *Трынин А. Ю.* О необходимых и достаточных условиях сходимости синк-аппроксимаций // Алгебра и анализ. 2015. Т. 27, № 5. С. 170–194.

20. *Трынин А. Ю.* Приближение непрерывных на отрезке функций с помощью линейных комбинаций синков // Изв. вузов. Матем. 2016. № 3. С. 72–81.

21. *Трынин А. Ю.* Обобщение теоремы отсчётов Уиттекера-Котельникова-Шеннона для непрерывных функций на отрезке // Матем. сб. 2009. Т. 200, № 11. С. 61–108.

22. *Трынин А. Ю.* Об операторах интерполирования по решениям задачи Коши и многочленах Лагранжа -– Якоби // Изв. РАН. Сер. матем. 2011. Т. 75, № 6. С. 129–162.

23. *Голубов Б. И.* Сферический скачок функции и средние Бохнера – Рисса сопряженных кратных рядов и интегралов Фурье // Матем. заметки. 2012. Т. 91, № 4. С. 506–514.

24. *Голубов Б. И.* Об абсолютной сходимости кратных рядов Фурье // Матем. заметки. 1985. Т. 37, № 1. С. 13–24.

25. *Дьяченко М. И.* Об одном классе методов суммирования кратных рядов Фурье // Матем. сб. 2013. Т. 204, № 3. С. 3–18.

26. *Скопина М. А., Максименко И. Е.* Многомерные периодические всплески // Алгебра и анализ. 2003. Т. 15, № 2. С. 1–39.

27.*Дьяченко М. И.* Равномерная сходимость гиперболических частичных сумм кратных рядов Фурье // Матем. заметки. 2004. Т. 76, № 5. С. 723–731.

28.*Борисов Д. И., Знойил М.* О собственных значениях PTPT-симметричного оператора в тонком слое // Матем. сб. 2017. Т. 208, № 2. С. 3–30; Borisov D. I., Znojil M. On eigenvalues of a PTPT-symmetric operator in a thin layer // Sb. Math. 2017. Vol. 208, № 2. P. 173–199

29. *Фарков Ю. А.* О наилучшем линейном приближении голоморфных функций // Фундамент. и прикл. матем. 2014. Т. 19, № 5. С. 185–212; J. Math. Sci. 2016. Vol. 218, № 5. P. 678–698.

30. *Иванникова Т. А., Тимашова Е. В., Шабров С. А.* О необходимом условии минимума квадратичного функционала с интегралом Стилтьеса и нулевым коэффициентом при старшей производной на части интервала // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатикаю 2013. Т. 13, вып. 2, ч. 1. С. 3–8

УДК 629.7:518.5

О ЧЕБЫШЕВСКИХ ПОДПРОСТРАНСТВАХ В $C(Q)$

Г. М. Устинов (Екатеринбург, Россия)
shevchenko@imm.uran.ru

Пусть Q — метризуемый компакт, $C(Q)$ — банахово пространство определенных на Q вещественных непрерывных функций f, $\|f\| = \max\limits_{q\in Q}|f(Q)|$. Давно известен следующий вопрос: существует ли сепарабельное пространство $C(Q)$, содержащее чебышевское подпространство L, $\dim L = \operatorname{codim} L = +\infty$. В частном случае ответ содержится в следствии к теореме.

Теорема. *Пусть T — счетный метризуемый компакт, T_0 — множество предельных точек T, если $L \subset C(T)$ — чебышевское подпространство,* $\dim L = \operatorname{codim} L = +\infty$, $f \in L$, $f \neq 0$, *то из* $f\Big|_{T_0} = 0$ *следует, что* $f \equiv 0$.

Следствие. *Если множество T_0 предельных точек T конечно, то $C(T)$ не содержит чебышевских подпространств L,* $\dim L = \operatorname{codim} L = +\infty$.