$$A_5(x, -\frac{1}{2} + x + 0) - A_3(x, -\frac{1}{2} + x - 0) = c,$$
$$A_5(x, \frac{3}{2} - x - 0) - A_4(x, \frac{3}{2} - x + 0) = d,$$

где a, b, c, d — постоянные.

То есть ядро $A\,(x,t)$ имеет скачки на сторонах квадрата, вписанного в единичный квадрат. Для этого оператора доказывается аналог теоремы Жордана – Дирихле:

Теорема. *Если $f(x) \in \bar{\Delta}_A$, где $\bar{\Delta}_A$ — замыкание по норме $C[0,1]$ области значений оператора A и $f(x) \in V[0,1]$, то*

$$\|f(x) - S_r\,(f,x)\|_\infty \underset{r\to\infty}{\longrightarrow} \infty.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Королева О. А.* Интегральный оператор с ядром, имеющим скачки на ломаных линиях // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2012. Т. 12, вып. 2. С. 6–13.

УДК 517.52

ОСОБЫЕ ТОЧКИ СУММЫ РЯДА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ МОНОМОВ

О. А. Кривошеева (Уфа, Россия)

kriolesya2006@yandex.ru

Пусть $\Lambda = \{\lambda_k, m_k\}_{k=1}^{\infty}$ — кратная последовательность, где λ_k — комплексные числа, которые пронумерованы по неубыванию модулей, $|\lambda_k| \to \infty$, и m_k — натуральные числа. В работе рассматриваются ряды экспоненциальных мономов, построенные по последовательности Λ, т.е. ряды вида

$$\sum_{k=1,n=0}^{\infty,m_k-1} d_{k,n} z^n \exp(\lambda_k z). \tag{1}$$

Изучается задача распределения особых точек суммы этого ряда на границе области его сходимости.

Пусть $d = \{d_{k,n}\}_{k=1,n=0}^{\infty,m_k-1}$ — последовательность комплексных чисел. Через $g_d(z)$ и $D(\Lambda, d)$ обозначим соответственно сумму этого ряда и открытое ядро множества всех точек $z \in \mathbb{C}$, в которых он сходится. В общем случае множество $D(\Lambda, d)$ может быть невыпуклым (см. [1]) и не является даже связным (см. [2]). Если же выполнены условия

$$m(\Lambda) = \overline{\lim_{k\to\infty}} \frac{m_k}{|\lambda_k|} = 0, \qquad \sigma(\Lambda) = \overline{\lim_{j\to\infty}} \frac{\ln j}{\xi_j} = 0,$$

где $\{\xi_j\}$ — неубывающая по модулю последовательность, составленная из точек λ_k, причем каждая λ_k встречается в ней ровно m_k раз, то по теореме Коши-Адамара для рядов экспоненциальных мономов (см. [2]) $D(\Lambda, d)$ будет выпуклой областью (возможно пустой), которая описывается при помощи коэффициентов $\{d_{k,n}\}$. Более того, при этих же условиях по теореме Абеля [2] для подобных рядов в области $D(\Lambda, d)$ ряд (1) сходится абсолютно и равномерно на любом компакте. В частности это означает, что его сумма $g_d(z)$ есть аналитическая функция в $D(\Lambda, d)$.

Символом $\mathfrak{U}(\Lambda)$ будем обозначать множество всех последовательностей коэффициентов $d = \{d_{k,n}\}_{k=1,n=0}^{\infty,m_k-1}$ ряда (1), для которых множество $D(\Lambda, d)$ не пусто, а функция $g_d(z)$ — аналитическая в $D(\Lambda, d)$. Пусть $d \in \mathfrak{U}(\Lambda)$. Будем говорить, что точка $z \in \partial D(\Lambda, d)$ особая для функции $g_d(z)$, если она аналитически не продолжается ни в какую окрестность этой точки.

Последовательность $\Lambda = \{\lambda_k, m_k\}_{k=1}^{\infty}$ будем называть правильной, если она является частью правильно распределенной последовательности при порядке один. Это равносильно тому, что (см., [3],[4]) Λ является частью нулевого множества (с учетом кратностей m_k) целой функции экспоненциального типа и вполне регулярного роста. Пусть Λ — правильная последовательность. Через $F(\Lambda)$ обозначим множество всех целых функций экспоненциального типа и вполне регулярного роста, для каждой из которых Λ является частью ее нулевого множества.

Для открытого множества D и выпуклого компакта K символом $\Omega(D, K)$ обозначим совокупность всех точек $z \in \mathbb{C}$ таких, что $K + z$ (сдвиг компакта K) лежит в D. Если D — выпуклая область, то нетрудно видеть, что множество $\Omega(D, K)$ также является выпуклой областью (возможно пустой).

Пусть $\Lambda = \{\lambda_k, m_k\}_{k=1}^{\infty}$. Следуя работе [5] введем величину, которая является аналогом индекса конденсации Бернштейна. Рассмотрим функцию

$$q_\Lambda(z, w, \delta) = \prod_{\lambda_k \in B(w, \delta|w|)} \left(\frac{z - \lambda_k}{3\delta|\lambda_k|} \right)^{n_k}.$$

В случае, когда круг $B(w, \delta|w|)$ не содержит ни одной точки λ_k, полагаем $q_\Lambda(z, w, \delta) \equiv 1$. Модуль функции $q_\Lambda(z, w, \delta)$ можно интерпретировать как меру сгущения точек $\lambda_k \in B(w, \delta|w|)$ около z. Величина $\ln |q_\Lambda(z, w, \delta)|/|w|$ аналогична по смыслу логарифму среднего геометрического (среднему арифметическому логарифмов) нормированных расстояний от $\lambda_k \in B(w, \delta|w|)$ до z. Если $\delta \in (0, 1)$, то модуль каждого сомножителя из определения q_Λ в круге $B(w, \delta|w|)$ оценивается сверху величиной $2(3(1 - \delta))^{-1}$. Поэтому для $\delta \in (0, 1/3)$ он не превосходит

единицы. Положим

$$q_\Lambda^m(z,\delta) = q_\Lambda(z,\lambda_m,\delta)\left(\frac{z-\lambda_m}{3\delta|\lambda_m|}\right)^{-n_m}, \qquad S_\Lambda = \lim_{\delta\to 0}\varliminf_{m\to\infty}\frac{\ln|q_\Lambda^m(\lambda_m,\delta)|}{|\lambda_m|}.$$

Из определения величины S_Λ следует неравенство $S_\Lambda \le 0$. Равенство $S_\Lambda = 0$ означает, что точки λ_k в каком-то смысле отделены друг от друга. Примеры вычисления характеристики S_Λ для различных последовательностей можно найти в книге [6].

Теорема. *Пусть Λ — правильная последовательность, $f \in F(\Lambda)$ и K — сопряженная диаграмма функции f. Следующие утверждения эквивалентны.*

1. Для каждой последовательности $d \in \mathfrak{U}(\Lambda)$ такой, что множество $\Omega(D(\Lambda,d),K)$ не пусто и отлично от плоскости, и любой точки $w \in \partial\Omega(D(\Lambda,d),K)$ функция $g_d(z)$ имеет хотя бы одну особую точку на множестве $(w+K)\cap\partial D(\Lambda,d)$.

2. Имеет место равенство $S_\Lambda = 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Братищев А. В.* Базисы Кете, целые функции и их приложения. Дисс. ... д-ра физ.-мат. наук. Ростов-на-Дону, 1995.

2. *Кривошеева О. А.* Ряды экспоненциальных мономов в комплексных областях // Вестник УГАТУ. 2007. Т. 9, вып. 3 (21). С. 96–103.

3. *Левин Б. Я.* Распределение корней целых функций. М. : Гостехиздат, 1956.

4. *Леонтьев А. Ф.* Ряды экспонент. М. : Наука, 1976.

5. *Кривошеев А. С.* Фундаментальный принцип для инвариантных подпространств в выпуклых областях // Изв. РАН. Сер. матем. 2004. Т. 68, вып. 2. С. 71–136.

6. *Кривошеева О. А., Кривошеев А. С., Абдулнагимов А. И.* Целые функции экспоненциального типа. Ряды Дирихле. Уфа : РИЦ БашГУ, 2015. 196 с.

УДК 517.986.62

ГРАФЫ В АЛГОРИТМЕ ПОСТРОЕНИЯ СТУПЕНЧАТОЙ МАСШТАБИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ НА ЛОКАЛЬНЫХ ПОЛЯХ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ[1]

Ю. С. Крусс (Саратов, Россия)
KrussUS@gmail.com

Локальное поле $F^{(s)}$ положительной характеристики p изоморфно пространству бесконечных в обе стороны последовательностей, где лишь конечное число членов с отрицательными номерами имеют ненулевое значение: $(\dots,\mathbf{0}_{i-1},\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_{i+1},\dots)$, $\mathbf{x}_i \in GF(p^s)$, $GF(p^s)$ — конечное поле [1]. Нулевой элемент поля $GF(p^s)$ имеет вид $\mathbf{0} = (0_0,0_1,\dots,0_{s-1})$.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-01-00152).