

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

Факультет компьютерных наук и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебно-методической  
работе, д-р филол. наук, профессор

Елина  
« 29 » 2015



Рабочая программа кандидатского экзамена  
по дисциплине специальности

Направление подготовки кадров высшей квалификации  
**02.06.01 «Компьютерные и информационные науки»**

Направленность  
**«Дискретная математика и математическая кибернетика»**  
Квалификация (степень) выпускника

**Исследователь. Преподаватель-исследователь**

Форма обучения

Очная

Саратов  
2015

## 1. Цели и задачи кандидатского экзамена

**Цель:** Проверка способностей генерации новых идей при разработке и анализе математических моделей дискретной математики и математической кибернетики, проверка глубины освоения методологии теоретических исследований, а также сформированности опыта разработки новых методов исследования и их применения в самостоятельном научном исследовании.

**Задачи:** Проверка владения методологией построения и анализа математических моделей дискретной математики, прикладной универсальной алгебры, исследования операций, прикладной алгебраической динамики; проверка умения формализовать прикладные проблемы и применять для их решения методы различных разделов математики.

## 2. Место кандидатского экзамена в структуре ООП аспирантуры

Кандидатский экзамен по дисциплине «Дискретная математика и математическая кибернетика» относится к вариативной части ООП по направлению подготовки 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки», направленность – «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Кандидатский экзамен по дисциплине «Дискретная математика и математическая кибернетика» сдается в 5 семестре.

## 3. Компетенции, проверяемые в процессе сдачи кандидатского экзамена.

- способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);
- способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1);
- владение методами дискретной математики и прикладной универсальной алгебры (ПК-1).

## 4. Структура и содержание программы кандидатского экзамена.

Общая трудоемкость – 1 зач. единица;  
- 36 часов;  
- 5 семестр.

### Содержание дисциплины (программа)

#### Раздел I «Введение в универсальную алгебру»

##### Тема №1.1. «Элементы общей алгебры»

Бинарные отношения и отображения. Задание бинарных отношений (предикатное, графическое и матричное). Классификация отношений и операции над отношениями.

Алгебраические операции, алгебры и алгебраические системы. Порождающие множества, подалгебры и фактор-алгебры. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр. Декартовы произведения алгебр.

Аксиоматизация и структурные свойства классов алгебр. Свободные алгебры.

*Тема №1.2. «Отношение эквивалентности и задача представления данных»*

Отношение эквивалентности и фактор-множество. Система представителей и задача представления данных.

Сложность решения задачи представления данных. Основные классы сложности ( $P, NP$ ),  $NP$ -трудные и  $NP$ -полные задачи.

*Тема №1.3. «Упорядоченные множества и системы замыкания»*

Отношение порядка, упорядоченные множества и диаграммы Хассе. Основные примеры порядков: упорядочивания натуральных чисел, символьных строк и многочленов.

Решетки и булевы алгебры.

Системы замыканий и операторы замыканий.

*Тема №1.4. «Теория функциональных систем»*

Дискретные функции и способы их задания.

Проблема полноты систем дискретных функций. Теорема Поста о полноте системы булевых функций. Распознавание полноты систем дискретных функций.

Проблема минимизации булевых функций. Построение нормальных форм булевой функции. Построение минимальной дизъюнктивной нормальной формы булевой функции.

Представление дискретных функций в базисах функциональных пространств. Криптографические свойства дискретных функций. Основные классы дискретных функций.

## **Раздел II «Комбинаторный анализ и теория графов»**

*Тема №2.1. «Основные комбинаторные числа»*

Основные правила комбинаторики. Комбинаторные конфигурации и формулы вычисления их количества. Свойства комбинаторных чисел и их приложения. Оценки и асимптотики для комбинаторных чисел.

Производящие функции и их приложения в комбинаторике.

Рекуррентные последовательности и их приложения в комбинаторике и информатике.

*Тема №2.2. «Графы и сети»*

Разновидности графов. Определение и способы задания графов. Оценки числа графов и сетей различных типов.

Действия над графами.

Отношение связности вершин графа и компоненты связности графа.

Определение расстояния между вершинами графа. Алгоритм вычисления радиуса и диаметра графа.

Определение и структурное описание дерева. Необходимые и достаточные условия дерева. Определение леса.

Определение эйлерова цикла и эйлерова мультиграфа.

Алгоритм Флери построения эйлерова цикла в эйлеровом мультиграфе.

Определение гамильтонова цикла и гамильтонова графа.

Достаточные условия существования в графе гамильтонова цикла

Обход графа в глубину. Обход графа в ширину.

Фундаментальное множество циклов графа и пространство псевдоциклов. Разрезы графа и фундаментальное множество коциклов графа.

Определение раскраски графа и хроматического числа графа. Алгоритм последовательной раскраски графа.

Определение и примеры планарных графов. Критерий Понтрягина-Куратовского планарности графа. Гипотеза четырех красок.

*Тема №2.3. «Экстремальные задачи о графах»*

Понятие остова графа и алгоритм построения остова минимального веса.

Доминирующие, покрывающие и независимые множества вершин графа.  
Экстремальные задачи о графах и теоремы Турана, Рамсея.

### **Раздел III «Теория кодирования и криптография»**

#### *Тема №3.1. «Комбинаторная теория полугрупп и алфавитное кодирование»*

Основные понятия теории полугрупп. Симметрическая полугруппа бинарных отношений, ее специальные элементы. Симметрическая полугруппа преобразований, ее специальные элементы.

Подполугруппа, порождающие элементы.

Морфизмы полугрупп. Теорема Кэли о представлении полугрупп преобразованиями.

Конгруэнции, фактор-полугруппы и основные теоремы о гомоморфизмах.

Идеалы полугрупп и отношения Грина. Строение конечных полугрупп.

Свободные полугруппы и определяющие отношения. Копредставления полугрупп и ассоциативные исчисления. Неразрешимость проблемы равенства слов для полугрупп.

Подполугруппы свободных полугрупп. Формальные языки и коды.

Определение алфавитного кодирования сообщений и проблема декодирования.

Разновидности алфавитного кодирования.

Критерий Маркова взаимной однозначности алфавитного кодирования.

Необходимое условие Макмиллана взаимной однозначности алфавитного кодирования.

Понятие избыточности кодирования и определение оптимального кодирования.

Взаимосвязь оптимального кодирования с префиксным кодированием. Построение оптимального префиксного кодирования с помощью кодового дерева.

Самокорректирующиеся коды. Определения расстояния Хэмминга и метод построения кода Хэмминга, исправляющего одну ошибку. Свойства кодов Хэмминга.

#### *Тема №3.2. «Теория групп и ее приложения в комбинаторике и криптографии»*

Основные понятия теории групп. Симметрическая группа перестановок, ее специальные элементы.

Подгруппы, порождающие элементы. Порядок элемента группы, его свойства. Циклические группы, их описание.

Морфизмы групп. Теорема Кэли о представлении групп перестановками.

Разложение группы по подгруппе и теорема Лагранжа.

Нормальные делители и фактор-группы. Построение гомоморфизмов групп, фактор-групп и декартовых произведений групп. Полугруппа слов и копредставление групп.

Проблема равенства слов для групп и алгебраическая криптография.

Теория перечисления Пойа: цикловой индекс группы перестановок множества, транзитивные множества группы перестановок и лемма Бернсайда, классы эквивалентных отображений, перечень фигур и конфигураций, теорема Пойа о перечне классов эквивалентных конфигураций.

#### *Тема №3.3. «Кольца и многочлены»*

Основные понятия теории колец: кольцо, область целостности и поле. Поле частных области целостности.

Кольцо целых чисел. Отношение делимости, его простейшие свойства. Теорема о делении с остатком. Простые числа. Наибольший общий делитель. Алгоритмы Евклида.

Идеалы и фактор-кольца. Главные идеалы.

Гомоморфизмы колец и теорема о гомоморфизмах.

Кольца главных идеалов, факториальные и евклидовы кольца.

Кольцо многочленов, его евклидовость и факториальность.

Делимость в кольце многочленов. НОД многочленов над полем рациональных чисел.

Корни многочлена и линейные множители. Вычисления значений многочленов: метод Руффини-Горнера.

Неприводимые многочлены над основными полями.

Разложение на множители многочленов с рациональными коэффициентами.

Разложение на множители многочленов с целочисленными коэффициентами.

Разложение многочленов на свободные от квадратов множители.

Метод Кронекера разложения на множители многочленов с целочисленными коэффициентами.

*Тема №3.4. «Теория конечных полей и циклические коды»*

Характеристика поля. Простые поля.

Теорема о примитивном корне.

Расширения полей. Алгебраические и трансцендентные элементы над конечным полем.

Строение конечных полей.

Разложение на множители многочленов над конечными полями. Алгоритм Берлекэмпса.

Неприводимые многочлены и разложение многочленов над конечными полями.

Построение поля Галуа.

Линейные коды. Циклические коды. Специальные циклические коды.

#### **Раздел IV «Математическая теория исследования операций и теория игр. Оптимальное управление»**

*Тема № 4.1. «Случайные процессы».*

Стационарные случайные процессы. Цепи Маркова с дискретным временем. Цепи Маркова с непрерывным временем.

*Тема № 2.2. «Теория массового обслуживания».*

Системы массового обслуживания с приоритетами. Управление системами массового обслуживания. Экспоненциальные сети массового обслуживания. Сети ВСМР. Сети массового обслуживания с управлением. Оптимизация сетей массового обслуживания.

*Тема № 2.3. «Теория игр».*

Матричные игры. Бесконечные антагонистические игры. Неантагонистические игры. Многошаговые игры. Дифференциальные игры. Кооперативные дифференциальные игры.

*Тема № 2.4. «Теория принятия решений».*

Задача принятия решений. Многокритериальные модели принятия решений в условиях определенности. Принятие решений в условиях неопределенности. Многостадийные задачи принятия решений. Методы многокритериального выбора на основе дополнительной информации.

*Тема № 2.5. «Теория оптимального управления».*

Виды задач управления. Принцип максимума Понтрягина. Стохастические оптимальные системы.

*Тема № 2.6. «Имитационное моделирование».*

Структура имитационных моделей. Имитационное моделирование дискретных и непрерывных систем. Методы сбора и обработки статистических данных. Методы уменьшения дисперсии. Языки имитационного моделирования систем.

#### **Раздел V «Основные идеи и методы алгебраической динамики»**

*Тема № 5.1. «Алгебраическая динамика на проконечных универсальных алгебрах».*

Алгебраическая динамическая система. Измеримые преобразования. Преобразования, согласованные с алгебраической структурой. Отношение эквивалентности, согласованное с операциями универсальной алгебры (конгруэнция). Совместимые преобразования. Проконечная универсальная алгебра. Проективный предел. Нерасширяемые преобразования на проконечных универсальных алгебрах. Нормализованная мера Хаара. Шары. Эргодические преобразования. Теорема КЛПС (Кингсбери-Левин-Прейгель-Силва). Транзитивные и биективные преобразования.

*Тема № 5.2. «Эргодические полиномы над проконечными группами».*

Полиномы над группами с операторами. Производная. Критерии биективности и транзитивности полинома. Разрешимые группы с операторами, обладающие транзитивными полиномами. Эргодические полиномы над проконечными группами. Приложения полиномиальной динамики над проконечными группами в компьютерных науках и криптографии. Генераторы псевдослучайных последовательностей.

*Тема № 5.3. « $p$ -Адическая эргодическая теория».*

Конечные коммутативные кольца, обладающие транзитивными полиномами. Совместимые эргодические преобразования кольца целых  $p$ -адических чисел.

*Тема № 5.4. «Автоматные отображения как  $p$ -адические функции».*

Автоматы. Достижимые автоматы. Транзитивные семейства автоматных отображений. Транзитивность на словах длины  $n$ . Пословная транзитивность. Полная транзитивность. Абсолютная транзитивность. Проекция автоматного отображения на евклидову плоскость. Закон 0-1 для автоматов. Транзитивность автоматных отображений.

## **Раздел VI « $p$ -Адические числа и $p$ -адический анализ»**

*Тема № 6.1. « $p$ -Адическая норма и поле  $p$ -адических чисел».*

$p$ -Адическая норма. Норма  $n!$ . Неархимедова абсолютная величина. Ультраметрика и ультраметрические пространства. Теорема Островского. Последовательность Коши и пополнение поля рациональных чисел. Поле  $p$ -адических чисел.

*Тема № 6.2. «Неархимедовы кольца и поля».*

Шары и сферы. Топологические свойства полей и колец. Каноническое представление целых  $p$ -адических чисел. Редукция по модулю  $p^k$ . Обратимые элементы кольца целых  $p$ -адических чисел. Группа единиц (мультипликативная подгруппа) кольца. Нормализованная мера Хаара.

*Тема № 6.3. «Кольцо целых  $p$ -адических чисел: сходимость, непрерывность, дифференцируемость».*

$p$ -адический предел последовательности. Непрерывность в  $p$ -адической метрике. Равномерная непрерывность. Дифференцируемость функции одной переменной в точке. Дифференцируемость по модулю  $p^k$ . Дифференцируемость функций многих переменных.

*Тема № 6.4. «Совместимые и асимптотически совместимые функции».*

Совместимые и асимптотически совместимые функции. Координатные функции. Критерий совместимости.

*Тема № 6.5. «Аналитические функции. Ряд Малера».*

Дифференцируемость совместимых функций. Теорема Малера. Теорема Лукаса. Ряд Малера. Аналитические функции. Теорема Малера о совместимых функциях.

*Тема № 6.6. «Локально аналитические функции».*

Локально аналитические функции. Теорема Эмиса.  $S$ -функции.  $V$ -функции.

*Тема № 6.7. «Специальные классы  $p$ -адических функций. Теоремы Тейлора».*

Теорема Стоуна-Вейерштрасса о  $V$ -функциях. Теорема Тейлора о  $V$ -функциях.

А-функции. Теорема Тейлора об А-функциях. Рациональные функции. Экспоненциальные функции.

## **Раздел VII «Динамические системы на кольце целых $p$ -адических чисел»**

### *Тема № 7.1. «Сохранение меры и эргодичность»*

Вероятностная мера. Динамические системы. Орбиты и наблюдаемые последовательности. Сохраняющие меру отображения. Эргодические преобразования. Равномерно распределенные последовательности.

### *Тема № 7.2. «Биективные, транзитивные и сбалансированные отображения»*

Биективность, транзитивность, сбалансированность по модулю  $p^k$ . Основная теорема о биективности, транзитивности, сбалансированности.

### *Тема № 7.3. «Конгруэнтные и инверсные генераторы».*

Конгруэнтные генераторы в ракурсе  $p$ -адической эргодической теории. Линейные конгруэнтные генераторы. Теорема об эргодичности линейного преобразования. Критерий транзитивности по модулю  $p^k$  линейного преобразования. Алгебраическая нормальная форма булевой функции (АНФ). Теорема о сохранении меры и эргодичности в терминах АНФ. Инверсные генераторы.

*Тема № 7.4. «Достаточные условия сохранения меры и эргодичности в терминах рядов Малера».*

Достаточное условие сохранения меры для функции, заданной рядом Малера. Достаточное условие эргодичности для функции, заданной рядом Малера (случай  $p > 2$ ). Лемма о сохранении меры и эргодичности.

*Тема № 7.5. «Необходимые условия сохранения меры и эргодичности в терминах рядов Малера».*

Необходимые условия сохранения меры и эргодичности (случай  $p=2$ ). Критерий эргодичности (случай  $p=2$ ).

*Тема № 7.6. «Совместимость, сохранение меры и эргодичность в терминах рядов ван-дер-Пута».*

Ряды ван-дер-Пута. Интеграл ванн-дер-Пута. Интеграл Дьедоне. Теорема о равенстве интегралов ванн-дер-Пута и Дьедоне. Критерий совместимости. Критерий сохранения меры (случай  $p=2$ ). Критерий эргодичности (случай  $p=2$ ).

*Тема № 7.7. «Дифференцируемые отображения. Необходимые и достаточные условия сохранения меры и эргодичности».*

Условия сохранения меры. Условия эргодичности. Ортогональные латинские квадраты.

### *Тема № 7.8. «Эргодичность А- В- С- функций».*

Критерий сохранения меры и эргодичности А-функции. Сохранение меры и эргодичность полиномов над полем  $p$ -адических чисел (критерий). Критерий эргодичности В-функции. Теорема о транзитивности полиномов над кольцом целых  $p$ -адических чисел. Критерий сохранения меры и эргодичности С-функции (случай  $p=2$ ).

*Тема № 7.9. «Дифференцируемые эргодические отображения на сферах и шарах».*

Эргодичность на сферах. Основная теорема об эргодичности. Редукции (Лемма). Критерий эргодичности В-функции на сфере. Экспоненциальные генераторы. Эргодичность А-функций.

*Тема № 7.10. «Неавтономные динамические системы и генераторы псевдослучайных последовательностей».*

Автономные и неавтономные динамические системы. Сплетение (косое произведение). Генераторы.

*Тема № 7.11. «Проекции автоматных отображений на евклидовой плоскости. Закон 0-1 для автоматов».*

Отображение Монна. Проекция совместимых отображений на евклидову плоскость (графики). Закон 0-1 для совместимых преобразований кольца целых  $p$ -адических чисел (теорема). Функции полной меры. Конечные автоматы (функции меры ноль).

*Тема № 7.12. «Линейная сложность последовательностей над кольцом».*

Линейная сложность последовательностей. Линейная сложность эргодических полиномов над полем  $p$ -адических чисел.

*Тема № 7.13. «Перемешивающие отображения».*

$p^k$ -Липшицевы преобразования. Перемешивающие преобразования. Эргодичность перемешивающих преобразований.  $p$ -Адический сдвиг Бернулли. Топологическая транзитивность и минимальность динамических систем.

## **5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов.**

При подготовке к кандидатскому экзамену аспиранту потребуется персональный компьютер и обеспечение учебно-методической литературой.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение**

### **а) основная литература:**

1. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. – М.: Кнорус, 2010. – 192 с.

2. Брауэр В. Введение в теорию конечных автоматов. – М.: Радио и Связь, 1987

3. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 408 с.

4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб. ; М. ; Краснодар : Лань ; М. : Физматкнига, 2007.

5. Коновалов Б. И. Теория автоматического управления [Электронный ресурс] / Б. И. Коновалов, Ю. М. Лебедев. – Москва : Лань, 2010. – 218 с.

### *б) дополнительная литература:*

1. Алгебраическая теория автоматов, языков и полугрупп. – М.: Статистика, 1975.

2. Гилл А. Введение в теорию конечных автоматов. – М.: Наука, 1966.

3. Митрофанов Ю. И. Анализ сетей массового обслуживания: Учеб. пособие. – Саратов: Научная книга, 2005. – 175 с.

4. Кельтон В., Лоу А. Имитационное моделирование. СПб.: Питер; Киев. 2004. – 847 с. 3.

5. Хренников А.Ю. Неархимедов анализ и его приложения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.

6. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М. : Высш. шк., 2006.

7. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высш. шк., 1993. – 336 с.

8. Андерсон, Джеймс А. Дискретная математика и комбинаторика. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003.

9. Асанов, М. О., Баранский В. А., Расин В. В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. – М. : Лань, 2010.

10. Богомолов А. М., Салий В. Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. – М. : Наука, 1997.

11. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. – М.: Изд-во РУДН, 1995. – 529 с.

12. Б.Л. ван дер Варден. Алгебра. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2004.



13. Вишневский В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. – М.: Техносфера, 2003. – 512 с.
14. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной математике: учеб. пособие – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005.
15. Глухов М. М. [и др.]. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов : учеб. Пособие. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2008.
16. Кострикин А. И. Введение в алгебру : учеб. для вузов. Ч. 1 : Основы алгебры. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004.
17. Кострикин А. И. Введение в алгебру : учеб. для вузов. Ч. 2 : Линейная алгебра. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004.
18. Кострикин А. И. Введение в алгебру : учеб. для вузов. Ч. 3 : Основные структуры. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001.
19. Каток С.Б. р-адический анализ в сравнении с вещественным. – М.: МЦНМО, 2004.
20. Коблиц Н. р-адические числа, р-адический анализ и дзета-функции. - М.: Мир, 1982.
21. Кудрявцев В. Б., Алёшин С. В., Подколзин А. С. Введение в теорию автоматов. – М.: Наука, 1985.
22. Лежнев А. В. Динамическое программирование в экономических задачах. – М.: БИНОМ, Лаб. знаний, 2006. – 176 с.
23. Петросян Л. А., Зенкевич Н. А., Шевкопляс Е. В. Теория игр. – СПб.: БХВ-Петербург, 1998. – 432 с.
24. Сборник задач по алгебре: учеб. пособие : для вузов : в 2 т. / В. А. Артамонов [и др.] ; под ред. А. И. Кострикина. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. Т. 1, ч. 1 : Основы алгебры ; ч. 2 : Линейная алгебра и геометрия. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007.
25. Сборник задач по алгебре : учеб. пособие : для вузов : в 2 т. / В. А. Артамонов [и др.] ; под ред. А. И. Кострикина. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. Т. 2, ч. 3 : Основные алгебраические структуры. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007.
26. Судоплатов С. В., Овчинникова Е. В. Элементы дискретной математики : учеб. для студентов вузов. – М. : ИНФРА-М ; Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2003.
27. Судоплатов С. В., Овчинникова Е. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учеб. для студентов вузов. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2008.
28. Тяпаев Л.Б. Решение некоторых задач для конечных автоматов на основе анализа их поведения – Изв. Саратов. ун-та. Сер. Математика. Механика. Информатика, 2006, том 6, вып. 2, 121-133.
29. Черноруцкий И. Г. Методы принятия решений. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Компьютерный класс факультета компьютерных наук и информационных технологий (КНиИТ).

## **8. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Для аспирантов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации педагогического процесса и контроля знаний:  
-для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;  
для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется  
увеличивающее устройство;  
задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий  
оформляются увеличенным шрифтом  
(размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при  
необходимости аспирантам предоставляется звукоусиливающая аппаратура  
индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные  
задания по желанию аспирантов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации педагогического процесса является интегрированное  
обучение инвалидов, т.е. все аспиранты обучаются в смешанных группах, имеют  
возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

Программа актуализирована в соответствии с требованиями ФГОС ВО (уровень  
подготовки кадров высшей квалификации) по направлению «02.06.01 Компьютерные и  
информационные науки», направленность «Дискретная математика и математическая  
кибернетика».

Авторы программы \_\_\_\_\_ (Молчанов В.А., д.ф.-м.н., профессор,  
профессор кафедры теоретических основ компьютерной безопасности и  
криптографии)

\_\_\_\_\_ (Тананко И.Е., к.ф.-м.н., доцент кафедры  
системного анализа и автоматического управления)

\_\_\_\_\_ (Тяпаев Л.Б., к.ф.-м.н., доцент кафедры  
дискретной математики и информационных технологий)

Программа одобрена на совместном заседании кафедр ТОКБиК, протокол N 13 от  
19.06.2015, ДМиИТ протокол N19 от 24.06.2015, САиАУ протокол N17 от 26 июня 2015.

Подписи:

Зав. каф. ТОКБиК \_\_\_\_\_ Салий В.Н.

Зав. каф. ДМиМК \_\_\_\_\_ Тяпаев Л.Б.

Зав. каф. САиАУ \_\_\_\_\_ Митрофанов Ю.И..

Декан факультета КНиИТ \_\_\_\_\_ Федорова А.Г.

**Фонд оценочных средств****1. Задания для промежуточной аттестации****Контрольные вопросы к экзамену**

1. Отношение эквивалентности и фактор-множество. Система представителей и задача представления данных. Сложность решения задачи представления данных.
2. Вычислимые функции. Эквивалентность класса рекурсивных функций и класса функций, вычислимых на машинах Тьюринга.
3. Основные классы сложности ( $P, NP$ ),  $NP$ -трудные и  $NP$ -полные задачи.
4. Упорядоченные множества, системы замыканий и операторы замыканий.
5. Теорема Поста о полноте системы булевых функций.
6. Представление дискретных функций в базисах функциональных пространств.
7. Основные правила комбинаторики и комбинаторные числа. Оценки и асимптотики для комбинаторных чисел.
8. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера для плоских графов. Критерий Понтрягина-Куратовского планарности графа.
9. Потоки в сетях (теорема Форда-Фалкерсона, задача и алгоритмы поиска кратчайшего пути в графе, задача составления расписаний).
10. Понятие остова графа и алгоритм построения остова минимального веса.
11. Доминирующие, покрывающие и независимые множества вершин графа. Экстремальные задачи о графах и теоремы Турана, Рамсея.
12. Полугрупп, симметрическая полугруппа преобразований и теорема Кэли о представлении полугрупп преобразованиями.
13. Конгруэнции, фактор-полугруппы и основные теоремы о гомоморфизмах.
14. Свободные полугруппы и определяющие отношения. Копредставления полугрупп и ассоциативные исчисления.
15. Неразрешимость проблемы равенства слов для полугрупп.
16. Алфавитное кодирование. Критерии однозначности декодирования.
17. Необходимое условие Макмиллана взаимной однозначности алфавитного кодирования.
18. Оптимальное кодирование. Построение кодов с минимальной избыточностью.
19. Самокорректирующиеся коды. Коды Хэмминга, исправляющие одну ошибку. Свойства кодов Хэмминга.
20. Группы, симметрическая группа перестановок и теорема Кэли о представлении групп перестановками.
21. Разложение группы по подгруппе и теорема Лагранжа.
22. Теория перечисления Пойа: лемма Бернсайда, теорема Пойа о перечне классов эквивалентных конфигураций.
23. Кольца главных идеалов, факториальные и евклидовы кольца.
24. Кольцо многочленов. Делимость в кольце многочленов. НОД многочленов над полем рациональных чисел.
25. Неприводимые многочлены над основными полями и разложение многочленов на множители.
26. Строение конечных полей.
  27. Неприводимые многочлены и разложение многочленов над конечными полями. Построение поля Галуа.
  28. Коды Боуза—Чоудхури—Хоквингема.

29. Определение случайного процесса. Сечение и реализация случайного процесса.
30. Характеристики случайных процессов.
31. Стационарные случайные процессы. Стационарность в узком и широком смысле.
32. Определение цепи Маркова с дискретным временем. Матрица переходных вероятностей.
33. Классификация состояний цепей Маркова.
34. Стационарное и предельное распределение вероятностей для однородной цепи Маркова с дискретным временем.
35. Определение цепи Маркова с непрерывным временем.
36. Определение процесса размножения и гибели.
37. Уравнения состояний процесса размножения и гибели для переходного режима. Предельные вероятности состояний процесса размножения и гибели.
38. Система с параллельными приборами с различными интенсивностями обслуживания.
39. Система с ограничениями на длительность пребывания требований в системе.
40. Система с ожиданием, поступающими группами требований случайного размера и ограничением на длительность пребывания требований в системе.
41. Система с пуассоновским входящим потоком, экспоненциальным распределением длительности обслуживания и обслуживанием одного требования всеми приборами.
42. Основные классы сетей массового обслуживания. Основные параметры и характеристики сетей массового обслуживания.
43. Условие существования стационарного режима однородных открытых экспоненциальных сетей массового обслуживания.
44. Теорема Джексона.
45. Уравнения равновесия однородных открытых и замкнутых экспоненциальных сетей массового обслуживания.
46. Метод свертки для анализа однородных замкнутых экспоненциальных сетей массового обслуживания с одноприборными системами массового обслуживания.
47. Определение неоднородной смешанной сети массового обслуживания с экспоненциальными этапами обслуживания требований.
48. Представление распределения длительности обслуживания методом этапов; состояния неоднородной смешанной сети массового обслуживания с экспоненциальными этапами обслуживания требований.
49. Уравнения локального равновесия неоднородной смешанной сети массового обслуживания с экспоненциальными этапами обслуживания требований.
50. Теорема о стационарном распределении вероятностей состояний неоднородной смешанной сети массового обслуживания с экспоненциальными этапами обслуживания требований (теорема ВСМР).
51. Критерии принятия решений. Максиминные и минимаксные стратегии.
52. Ситуации равновесия в матричных играх. Теорема о существовании решения в смешанных стратегиях.
53. Вычисление оптимальных стратегий в антагонистических играх. Свойства оптимальных стратегий.
54. Бескоалиционные игры. Принципы оптимальности в бескоалиционных играх.
55. Определение кооперативной игры.
56. Методы многокритериальной оптимизации.
57. Принятие решений в условиях риска.
58. Критерии принятия решений в условиях полной неопределенности.
59. Многостадийные задачи принятия решений в условиях неопределенности.
60. Марковские модели принятия решений.
61. Задачи оптимального управления, различающиеся по виду ограничений.
62. Задачи оптимального управления, различающиеся по критерию оптимальности.

63. Принцип максимума Понтрягина в применении к задаче максимального быстродействия.
64. Необходимое и достаточное условие оптимальности.
65. Стохастическое оптимальное управление и уравнение Беллмана.
66. Генерирование дискретных и непрерывных случайных величин.
67. Структуры моделей систем и сетей массового обслуживания. Программный процесс. Состояния программного процесса. Ведущая программа.
68. Автоматы Мили и Мура.
69. Геометрические образы автоматов. Характеризация автономных автоматов.
70. Эквивалентность и минимизация автоматов.
71. Гомоморфизм и изоморфизм автоматов.
72. Композиция автоматов. Структурный синтез автоматов. Структурная полнота.
73. Распознавание автоматов методом периодических последовательностей.
74. Конечные автоматы как акцепторы и как перечислители.
75. Асинхронные автоматы. Пространства слов. Полугруппы асинхронных автоматов.
76. Непрерывные отображения, определяемые асинхронными автоматами.
77. Редуцированные автоматы. Рациональные множества.
78. Группа рациональных гомеоморфизмов. Алгоритмы для вычислений с конечными автоматами: редукция, нахождение обратного.
79. Синхронные автоматы. Синхронно автоматные преобразования и их свойства.
80. Сплетения и группы автоматов.
81. Синхронно автоматные группы. Счетные машины. Сферически транзитивные преобразования.
82. Автоматы, определяющие абелевы и линейные группы.
83. Периодические группы, порожденные конечными автоматами.
84. Группы, порожденные линейными автоматами.
85. Асинхронно автоматные группы. Группы автоморфизмов сдвигов.
86. Группы Томпсона. Группы и полугруппы автоматов, действующие на корневых деревьях. Граница дерева.
87. Динамические системы, ассоциированные с действиями на деревьях.
88. Эргодические динамические системы.
89. Действие циклических групп. Циклы синхронно автоматных преобразований.
90. Сплетения автоматов. Генераторы псевдослучайных последовательностей.
91. Перемешивающие преобразования. Топологическая транзитивность и минимальность.

### Критерии оценки:

<b>Отлично</b>	Умеет осуществлять планирование научного исследования и анализа получаемых результатов. Уверенно выбирает методы решения поставленной задачи. На все поставленные вопросы были даны правильные ответы. Показан высокий уровень владения методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности
<b>Хорошо</b>	Владеет навыками и методами обработки большого объема информации и решения сложных теоретических и практических задач дискретной математики и прикладной универсальной алгебры. Слабо владеет навыками построения математических моделей реальных объектов. На все поставленные вопросы были даны правильные ответы.

	Показан средний уровень владения методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности.
<b>Удовлетворительно</b>	Слабо владеет навыками и методами обработки большого объема информации и решения сложных теоретических и практических задач дискретной математики и прикладной универсальной алгебры. Не владеет навыками построения математических моделей реальных объектов. Не на все поставленные вопросы были даны правильные ответы. Показан средний уровень владения методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности.
<b>Неудовлетворительно</b>	Не владеет навыками и методами обработки большого объема информации и решения сложных теоретических и практических задач дискретной математики и прикладной универсальной алгебры. Не владеет навыками построения математических моделей реальных объектов. Отсутствуют правильные ответы на поставленные вопросы. Отсутствует требуемый уровень владения методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности

## КАРТА КОМПЕТЕНЦИИ

**КОМПЕТЕНЦИЯ:** способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1)

### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КОМПЕТЕНЦИИ

- универсальная компетенция выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки», направленность «Дискретная математика и математическая кибернетика», уровень ВО подготовка кадров высшей квалификации, вид профессиональной деятельности научно-исследовательская деятельность в области фундаментальной и прикладной математики, информатики, информационных технологий, математического моделирования, создания систем программного обеспечения, операционных систем, баз данных, современных сетевых технологий; преподавательская деятельность в области фундаментальной и прикладной математики, информатики, информационно-коммуникационных технологий.

### СООТВЕТСТВИЕ ЭТАПОВ (УРОВНЕЙ) ОСВОЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИИ

#### ПЛАНИРУЕМЫМ РЕЗУЛЬТАТАМ ОБУЧЕНИЯ И КРИТЕРИЯМ ИХ ОЦЕНИВАНИЯ

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
Входной уровень (УК-1)-I	<p><b><u>Владеть:</u></b> навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования; навыками выбора методов и средств решения задач исследования. __ В (УК-1)-I</p> <p><b><u>Уметь:</u></b> выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах; критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника; избегать автоматического применения стандартных формул и приемов при решении задач. _У(УК-1) - I</p> <p><b><u>Знать:</u></b> основные научные подходы к исследуемому материалу. _З (УК- 1)- I</p>
Итоговый уровень (УК-1)-II	<p><b><u>Владеть:</u></b> навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях;</p> <p>навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению</p>

<p>исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях.</p> <p><u>В</u> (УК-1)- II</p> <p><b>Уметь:</b> анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов;</p> <p>при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений. <u>У</u>(УК-1) - II</p> <p><b>Знать:</b> основные методы научно-исследовательской деятельности в избранной профессиональной области. <u>З</u> (УК- 1)- II</p>
---

Этап (уровень) освоения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения			
	2	3	4	5
Входной уровень (УК-1)-I	Слабо ориентируется в заданной области знаний, затрудняется применять механизмы анализа и систематизации информации по теме исследования. Владеет только стандартными приемами при решении задач. Не может мыслить критически.	Ориентируется в заданной области знаний, применяет механизмы анализа и систематизации информации по теме исследования. Владеет только стандартными приемами при решении задач. Не может мыслить критически.	Уверенно ориентируется в заданной области знаний, может применять механизмы анализа и систематизации информации по теме исследования. Не может выбрать наилучшие методы для решения поставленных задач.	Уверенно ориентируется в заданной области знаний, может применять механизмы анализа и систематизации информации по теме исследования. Уверенно выбирает наилучшие методы для решения поставленных задач.
Итоговый уровень (УК-1)-II	Не применяет методы научно-исследовательской деятельности в заданной области знаний, слабо владеет навыками анализа методологических проблем, не может находить и оценивать альтернативные способы решения поставленных	Применяет некоторые методы научно-исследовательской деятельности в заданной области знаний, слабо владеет навыками анализа методологических проблем, не может находить и оценивать	Применяет методы научно-исследовательской деятельности в заданной области знаний, владеет навыками анализа методологических проблем, способен находить альтернативные способы решения поставленных задач, не способен критически оценивать	Уверенно применяет методы научно-исследовательской деятельности в заданной области знаний, владеет навыками анализа методологических проблем, способен критически оценивать имеющиеся в данной области научные достижения, способен



	задач.	альтернативные способы решения поставленных задач.	имеющиеся в данной области научные достижения,.	находить альтернативные способы решения поставленных задач и оценивать их выигрышность.
--	--------	--	---	---

### КАРТА КОМПЕТЕНЦИИ

**КОМПЕТЕНЦИЯ:** способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)

#### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КОМПЕТЕНЦИИ

*- общепрофессиональная компетенция выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки», направленность «Дискретная математика и математическая кибернетика», уровень ВО подготовка кадров высшей квалификации, вид профессиональной деятельности научно-исследовательская деятельность в области фундаментальной и прикладной математики, информатики, информационных технологий, математического моделирования, создания систем программного обеспечения, операционных систем, баз данных, современных сетевых технологий; преподавательская деятельность в области фундаментальной и прикладной математики, информатики, информационно-коммуникационных технологий.*

#### СООТВЕТСТВИЕ ЭТАПОВ (УРОВНЕЙ) ОСВОЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИИ ПЛАНИРУЕМЫМ РЕЗУЛЬТАТАМ ОБУЧЕНИЯ И КРИТЕРИЯМ ИХ ОЦЕНИВАНИЯ

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
Входной уровень (ОПК-1)-I	<p><b><u>Владеть:</u></b> навыками поиска информации с использованием информационных технологий по теме своих исследований и ее критический анализ. __ В (ОПК-1)-I</p> <p><b><u>Уметь:</u></b> формализовать поставленную прикладную задачу как алгебраически-дискретную и применить адекватный математический аппарат для её решения;. _У(ОПК-1) - I</p> <p><b><u>Знать:</u></b> способы применения информационно-коммуникационных технологий в сфере своей научной деятельности. _3 (ОПК-1)- I</p>
Итоговый уровень	<p><b><u>Владеть</u></b> навыками планирования научного исследования, анализа получаемых результатов и формулировки выводов с последующим представлением результатов своей интеллектуальной деятельности. __ В (ОПК-1)- II</p>

<b>(ОПК-1)-II</b>	<p><b>Уметь:</b> выбирать методы решения поставленной задачи, обработать полученные результаты и осуществить их представление _У(ОПК-1) - II</p> <p><b>Знать:</b> основные требования к представлению научной информации. _З (ОПК-1)- II</p>
-------------------	--

Этап (уровень) освоения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения			
	2	3	4	5
Входной уровень (ОПК-1)-I	Не владеет навыками поиска информации с использованием информационных технологий по теме своих исследований и не владеет методами ее критического анализа. Не может formalизовать поставленную прикладную задачу.	Слабо владеет навыками поиска информации с использованием информационных технологий по теме своих исследований, слабо владеет методами ее критического анализа. Не может formalизовать поставленную прикладную задачу.	Уверенно владеет навыками поиска информации с использованием информационных технологий по теме своих исследований и владеет методами ее критического анализа. Слабо владеет методами formalизации поставленной прикладной задачи.	Уверенно владеет навыками поиска информации с использованием информационных технологий по теме своих исследований и владеет методами ее критического анализа. Владеет методами formalизации поставленной прикладной задачи.
Итоговый уровень (ОПК-1)-II	Не умеет осуществлять планирования научного исследования и анализа получаемых результатов. Не может выбрать методы решения поставленной задачи.	Частично способен осуществлять планирования научного исследования и анализа получаемых результатов. Не может выбрать методы решения поставленной задачи.	Умеет осуществлять планирования научного исследования и анализа получаемых результатов. Не уверенно выбирает методы решения поставленной задачи.	Умеет осуществлять планирования научного исследования и анализа получаемых результатов. Уверенно выбирает методы решения поставленной задачи.

### КАРТА КОМПЕТЕНЦИИ

КОМПЕТЕНЦИЯ: владение методами дискретной математики и прикладной универсальной алгебры (ПК-1)

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КОМПЕТЕНЦИИ

- профессиональная компетенция выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки», направленность «Дискретная математика и математическая кибернетика», уровень ВО подготовка кадров высшей квалификации, вид профессиональной деятельности научно-исследовательская деятельность в области фундаментальной и прикладной математики, информатики, информационных технологий, математического моделирования, создания систем программного обеспечения, операционных систем, баз данных, современных сетевых технологий; преподавательская деятельность в области фундаментальной и прикладной математики, информатики, информационно-коммуникационных технологий.

### СООТВЕТСТВИЕ ЭТАПОВ (УРОВНЕЙ) ОСВОЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИИ ПЛАНИРУЕМЫМ РЕЗУЛЬТАТАМ ОБУЧЕНИЯ И КРИТЕРИЯМ ИХ ОЦЕНИВАНИЯ

Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
Входной уровень (ПК-1)-I	<p><b>Владеть:</b> культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов. __ В (ПК-1)-I</p> <p><b>Уметь:</b> извлекать полезную научно-техническую информацию из печатных и электронных документов. _У(ПК-1) - I</p> <p><b>Знать:</b> методы и проблемы дискретной математики и прикладной универсальной алгебры. _З (ПК-1)- I</p>
Итоговый уровень (ПК-1)-II	<p><b>Владеть:</b> навыками освоения большого объема информации и решения сложных теоретических и практических задач дискретной математики и прикладной универсальной алгебры. __ В (ПК-1)- II</p> <p><b>Уметь:</b> построить математическую модель реальных объектов и вырабатывать на ее основе практические рекомендации. _У (ПК-1) - II</p> <p><b>Знать:</b> фундаментальные понятия, современные подходы, дискретной математики и прикладной универсальной алгебры. _З (ПК-1)- II</p>

Этап (уровень) освоения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения			
	2	3	4	5
Входной уровень	Не владеет	Слабо владеет	Слабо владеет	Владеет методами

<b>(ПК-1)-I</b>	методами постановки, анализа и решения математических и прикладных задач. Не умеет извлекать полезную научно-техническую информацию из печатных и электронных документов	методами постановки, анализа и решения математических и прикладных задач. Не умеет извлекать полезную научно-техническую информацию из печатных и электронных документов	методами постановки, анализа и решения математических и прикладных задач. Умеет извлекать полезную научно-техническую информацию из печатных и электронных документов.	постановки, анализа и решения математических и прикладных задач. Умеет извлекать полезную научно-техническую информацию из печатных и электронных документов.
Итоговый уровень <b>(ПК-1)-II</b>	Не владеет навыками и методами обработки большого объема информации и решения сложных теоретических и практических задач дискретной математики и прикладной универсальной алгебры. Не владеет навыками построения математических моделей реальных объектов.	Слабо владеет навыками и методами обработки большого объема информации и решения сложных теоретических и практических задач дискретной математики и прикладной универсальной алгебры. Не владеет навыками построения математических моделей реальных объектов.	Владеет навыками и методами обработки большого объема информации и решения сложных теоретических и практических задач дискретной математики и прикладной универсальной алгебры. Слабо владеет навыками построения математических моделей реальных объектов.	Владеет навыками и методами обработки большого объема информации и решения сложных теоретических и практических задач дискретной математики и прикладной универсальной алгебры. Владеет навыками построения математических моделей реальных объектов.