

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**  
Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ  
Декан механико-математического  
факультета  
А.М. Захаров  
" 2 " 09 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Группы, порожденные отражениями**

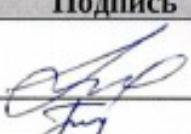
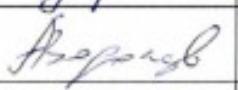
Направление подготовки магистратуры  
02.04.01 Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки магистратуры  
Математические основы компьютерных наук

Квалификация (степень) выпускника  
Магистр

Форма обучения  
очная

Саратов,  
2024

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Сергеев А.Н.		20.09.2024
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		20.09.2024
Заведующий кафедрой	Водолазов А.М.		20.09.2024
Специалист Учебного управления			

## **1. Цели освоения дисциплины**

Основная цель дисциплины «Группы, порожденные отражениями» состоит в ознакомлении студентов с основами теории групп порожденных отражениями и овладении методами этой теории. Теория групп является идеальным примером математической теории которая имеет приложения почти во всех областях математики, методы которой доступны студентам старших курсов и включают в себя теорию групп, теорию Евклидовых пространств, комплексные числа и теорию графов. Все эти методы используются в рамках единого подхода, что значительно облегчает усвоение всех перечисленных теорий, в то время как по отдельности из восприятия значительно труднее.

Поскольку приложения этой теории огромны, то этот курс должен позволить студентам ориентироваться в современной математической литературе. Студенты получают навыки проведения доказательств утверждений общего теоретического характера и их применения при изучении конкретных объектов. Знания, полученные в результате освоения данного курса, позволяют использовать усвоенные методы при изучении других современных математических теорий.

Основной задачей дисциплины «Группы, порожденные отражениями» является овладение студентами современных методов изучения сложных и весьма абстрактных математических объектов. Это возможно только в результате приобретения ими достаточно высокой математической культуры. Кроме того, необходимо уметь пользоваться полученными общими результатами для исследования конкретных примеров. Эта весьма сложная задача требует большой работы, в частности, самостоятельной.

Задачи дисциплины «Группы, порожденные отражениями»:

- сформировать у студентов положительную мотивацию на использование современных математических методов в фундаментальных и прикладных задачах математического анализа;
- дать знания об основных понятиях групп отражений и их применении для изучения конкретных случаев;
- изучить связи данной теории с другими областями математики;
- познакомить с современными методами математики на примере данной теории;
- получить необходимую подготовку для изучения специальной литературы по теме.

Знания, полученные в результате освоения данного курса, позволяют использовать методы теории квантовых интегрируемых систем при изучении других современных математических теорий.

Студенты получают навыки проведения доказательств утверждений общего теоретического характера и их применения при изучении конкретных объектов.

## **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Группы, порожденные отражениями» (Б1.В.ДВ.02.02) включена в часть, формируемую участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» и относится к дисциплинам по выбору учебного плана ООП магистратуры по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профилю «Математические основы компьютерных наук». На ее изучение отводится 180 часов (54 ч. аудиторной работы, 90 ч. СР, 36 ч. контроль). Согласно учебному плану направления и профилю подготовки данный курс в третьем семестре заканчивается экзаменом.

Для изучения дисциплины необходимы знания основ общей и линейной алгебры, топологии, основ теории гладких многообразий. Дисциплина «Группы, порожденные отражениями» используется для прохождения производственной практики, преддипломной практики, для выполнения научно-исследовательской работы, при написании магистерских работ.

### 3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	<b>1.1_М.УК-1.</b> Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- современную математическую литературу в данной области и ее применениях;</li> <li>- методы и приемы формализации задач.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах, делать обоснованные выводы из научной и учебной литературы;</li> <li>- собирать и анализировать информацию по решаемой задаче, составлять ее математическое описание.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования;</li> <li>- навыками самостоятельного изучения математической литературы по данной тематике.</li> </ul>
	<b>2.1 _М.УК-1.</b> Осуществляет поиск алгоритмов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации. Определяет в рамках выбранного алгоритма вопросы (задачи), подлежащие дальнейшей детальной разработке. Предлагает способы их решения.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- алгоритмы решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах, делать обоснованные выводы из учебной литературы;</li> </ul> <p><b>Владеть:</b> навыками критического анализа информации из</p>

		математической литературы по данной тематике.
	<b>3.1_М.УК-1.</b> Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвижая результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности	<b>Знать:</b> – основы планирования целей деятельности. <b>Уметь:</b> – планировать цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности. <b>Владеть:</b> – навыками постановки и решения задач в рамках поставленной цели; – навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи.
<b>ПК-1</b> Способен демонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.	<b>1.1_М.ПК-1.</b> Понимает основные концепции, принципы, теории и факты в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	<b>Знать:</b> основные понятия групп; теории евклидовых пространств; теории графов, примеры групп отражений. <b>Уметь:</b> - доказывать основные теоремы о группах отражений; - приводить конкретные примеры групп отражений возникающих как группы симметрий многогранников. <b>Владеть:</b> понятийным аппаратом теории групп.
	<b>2.1_М.ПК-1.</b> Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности.	<b>Знать:</b> основные задачи теории групп и их приложений; <b>Уметь:</b> - осуществлять выбор методов и средств решения задач исследования; - использовать современный аппарат теории групп в собственной научно-исследовательской деятельности. <b>Владеть:</b> навыками использования методов теории групп в решении задач профессиональной деятельности.
	<b>3.1_М.ПК-1.</b> Проводит научно-исследовательские работы в области математики и компьютерных наук.	<b>Знать:</b> - применение групп в области математики и компьютерных наук; - новые научные результаты в области теории групп и их приложений. <b>Уметь:</b> - проводит научно-исследовательские работы в области математики и компьютерных наук, используя теорию групп. <b>Владеть:</b> навыками научно-исследовательской работы в области теории групп и их приложений.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единицы, 180 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)	
				лекции	Пр.занятия		Из них - практическая подготовка	Из них - практическая подготовка	Из них - практическая подготовка	
					Общая трудоемкость	Из них - практическая подготовка				
1	Тема 1. Отражения в Евклидовом пространстве	3	1,3 / 1-5	4	10	5		20		Опрос, проверка домашнего задания
2	Тема 2. Системы корней	3	5,7 ,9 6-10	2	10	5		20		Опрос, проверка домашнего задания
3	Тема 3. Графы Кокстера	3	11, 13/ 11-14	8	8	4		20		Опрос, проверка домашнего задания
4	Тема 4. Построение систем корней и групп отражений.	3	15, 17/ 15-17	4	6	3		20		Опрос, проверка домашнего задания
5	Контрольная работа	3	18		2	1		10		Контрольная работа по темам 1-4. Отчет по практической подготовке.
6	Промежуточная аттестация	3							36	Экзамен. Контрольная работа
7	ИТОГО (180 ч.)	6		18	36	18	0	90	36	

## Содержание дисциплины

### Тема 1. Отражения в Евклидовом пространстве

Определение отражения и его свойства. Определение группы, порожденной отражениями. Ортогональна группа Евклидова пространства. Примеры групп отражений. Отражения на комплексной плоскости. Группа симметрий правильного многоугольника ее задание образующими и соотношениями.

### Тема 2. Системы корней

Определение абстрактной системы корней. Группа отражений, связанная с системой корней. Примеры. Одномерные системы корней. Системы корней групп, порожденных отражениями. Система корней группы симметрий правильного многоугольника. Классификация двумерных систем корней. Неразложимые системы корней. Простые корни. Существование

систем простых корней. Существование группы отражений с заданной системой корней. Биекция между группами отражений и системами корней.

### **Тема 3. Графы Кокстера**

Наборы векторов в Евклидовом пространстве их описание взвешенными графами. Эквивалентность наборов векторов. Взаимно однозначное соответствие между системами корней и системами простых корней. Допустимые наборы векторов. Допустимость систем простых корней. Вложение систем простых корней в множество графов Кокстера. Теорема классификации графов Кокстера. Биекция между графиками Кокстера и группами отражений.

### **Тема 4. Построение систем корней и групп отражений**

Построение систем корней по графикам Кокстера. Система корней правильного многоугольника и ее группа отражений. Система корней типа  $A_n$  и ее группа отражений. Система корней типа  $B_n$  и ее группа отражений. Система корней типа  $C_n$  и ее группа отражений. Алгебра кватернионов и исключительные системы корней.

## **Темы практических занятий**

**Практическое занятие 1.** Определение Евклидова пространства. Ортогонализация Грамма – Шмидта. Существование ортогонального и ортонормированного базиса. Существование линейно независимых векторов с заданной матрицей Грамма. Неравенство Коши – Буняковского.

**Практическое занятие 2.** Существование произвольных систем векторов с заданной матрицей Грамма. Ортогональные прямые суммы подпространств. Неравенство Парсеваля. Определение ортогональной группы. Эквивалентность подмножеств в Евклидовом пространстве.

**Практическое занятие 3.** Отражения в Евклидовом пространстве. Явная формула для отражения. Ортогональность отражения. Характеризация отражения его собственными значениями. Вычисление композиции отражений. Порождаемость ортогональной группы отражениями.

**Практическое занятие 4.** Формула для отражения на комплексной плоскости. Вычисление групп симметрий правильных многоугольников. Вычисление произведения отражений с помощью комплексных чисел. Определение группы порожденной отражениями. Примеры: группа симметрий треугольника и квадрата, описание всех отражений.

**Практическое занятие 5.** Описание группы симметрий правильного многоугольника, ее образующие и соотношения. Множество отражений группы симметрий правильного многоугольника. Группы симметрий куба и тетраэдра. Их описание в терминах образующих и соотношений. Описание всех отражений в этих группах.

**Практическое занятие 6.** Определение абстрактной системы корней. Группа отражений, связанная с системой корней. Примеры. Одномерные

системы корней. Система корней группы, порожденной отражениями. Система корней группы симметрий правильного треугольника и квадрата.

**Практическое занятие 7.** Системы корней на комплексной плоскости. Описание систем корней на комплексной плоскости порядка 2,4,6. Классификация двумерных систем корней. Два доказательства: алгебраическое и геометрическое.

**Практическое занятие 8.** Простые корни. Восстановление системы корней по системе простых корней. Система простых корней для группы симметрий правильного многоугольника. Системы корней  $A_n, B_n, C_n$  и их простые системы корней.

**Практическое занятие 9.** Группы отражений и системы корней. Группа отражений двумерной системы корней. Группа отражений системы корней  $A_n$ .

### **Содержание практической подготовки**

**Практическое занятие 10.** Наборы векторов в Евклидовом пространстве их матрица графа и эквивалентность. Линейно независимые наборы векторов их описание взвешенными графами. Примеры реализуемых и нереализуемых наборов векторов.

**Практическое занятие 11.** Системы простых корней как наборы векторов. Условия на матрицу Грамма. Графы Кокстера. Вложение систем корней в множество графов Кокстера.

**Практическое занятие 12.** Шаги в доказательстве о классификации графов Кокстера. Отсутствие циклов в графе Кокстера. Отсутствие вершин валентности более четырех в графе Кокстера. Отсутствие вершин валентности 3 с весом не менее 4 и вершин валентности 2 с весами более четырех.

**Практическое занятие 13.** Доказательство теоремы классификации. Лемма о стягивании цепочек в графе Кокстера. Определение особенности в графе Кокстера. Утверждение о числе особенностей.

**Практическое занятие 14.** Не существование набора векторов соответствующего заданному взвешенному графу. Случаи трех, четырех и пяти вершин. Классификация графов Кокстера с одной вершиной степени 3.

**Практическое занятие 15.** Построение двумерной системы корней для графа Кокстера из двух вершин. Построение системы Корней для линейного графа Кокстера типа  $A_n$  и соответствующей группы отражений.

**Практическое занятие 16.** Полупрямое произведение групп. Его определение и свойства. Построение линейной системы корней типа  $B_n$  и соответствующей группы отражений. Построение системы корней типа  $D_n$  и ее группы отражений.

**Практическое занятие 17.** Определение и свойства алгебры кватернионов. Построение исключительных систем корней и исключительных групп с помощью алгебры кватернионов.

**Практическое занятие 18.** Контрольная работа. Отчет по практической подготовке.

## **5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины**

В учебном процессе при реализации компетентностного подхода используются активные и интерактивные формы проведения занятий:

1) при проведении лекционных занятий: информационные лекции, проблемные лекции, лекции беседы, лекции дискуссии, лекции с заранее запланированными ошибками.

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором студенты не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установления связей с ранее освоенным материалом.

2) при проведении практических занятий: традиционные занятия, занятия исследования, проблемные ситуации, ситуации с ошибкой.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий ставятся следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем; отработка у обучающихся навыков взаимодействия в составе коллектива; закрепление основ теоретических знаний.

Проведение некоторых практических занятий основывается на интерактивном методе обучения, при котором обучающиеся взаимодействуют не только с преподавателем, но и друг с другом. При этом доминирует активность обучающихся в процессе обучения. Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности обучающихся на достижение целей занятия.

3) *Практическая подготовка* осуществляется путем проведения практических занятий, предусматривающих участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Обучающиеся продолжают формировать профессиональные умения и навыки по обработке и анализу научной информации и результатов исследований, полученные при прохождении *практической подготовки по дисциплинам Спецкурс 1 алгебра отношений, Спецкурс 3 пространство аналитических функций, Спецкурс 4 Основы теории Галуа*, при прохождении учебной практики (Технологическая практика), производственной практики (Введение в научно-исследовательскую работу).

Прохождение практической подготовки в рамках практических занятий формирует способность проводить исследовательскую деятельность в математике, формулировать и решать стандартные задачи в научно-исследовательской деятельности. Обучающиеся продолжат формировать профессиональные умения и навыки при прохождении *Производственной*

практики (Проектно-технологическая практика), при написании магистерских работ.

*Примеры профессиональных действий:* умение работать с литературой, сравнивать изложение одних и тех же вопросов в различных источниках; решение задач аналитического характера; самостоятельное доказательство отдельных фактов; оформление результатов научно-исследовательских работ.

*Примеры задач.* При проведении практической подготовки студенты решают задачи, направленные на формирование исследовательских умений и навыков в использовании аппарата теории групп, порожденных отражениями для решения математических задач, применении основ теории групп, порожденных отражениями при решении практических задач.

4) при организации самостоятельной работы студентов: поиск и обработка информации, в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий; исследование проблемной ситуации; постановка и решение задач из предметной области; отработка навыков применения стандартных методов к решению задач предметной области.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу студентов и руководство этой работой со стороны преподавателей. Применяются следующие формы контроля: устный опрос, проверка решения практических задач, контрольная работа.

При проведении лекционных и практических занятий, а также практической подготовки предусматривается использование информационных технологий: пакеты офисных программ (LibreOffice и др.) для создания презентаций, которые могут быть использованы при введении нового материала, а также для быстрого обзора предыдущего теоретического материала к текущему занятию; стандартные пакеты программ (wxMaxima и др.) для визуализации и решения задач; языки программирования для решения практических заданий.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов не могут составлять более 50% аудиторных занятий.

### **Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью**

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидностью используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

-для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

В процессе самостоятельной работы студентам предлагается более подробно ознакомиться с некоторыми вопросами курса. Для этого рекомендуется использовать указанные учебники и пособия, чтобы научиться работать с источниками.

### **План самостоятельной работы**

#### **Тема 1. Отражения в Евклидовом пространстве.**

Разобрать определение отражения и его свойства. Провести доказательство утверждения о собственных значениях отражения. Разобрать определение группы порожденной отражениями. Рассмотреть конкретный пример группы симметрий правильного треугольника. Доказать, что произведение двух отражений является поворотом. Выяснить связь между углом поворота и углом между векторами. Вывести формулу для отражения используя комплексные числа. Разобрать связь между корнями из единицы правильными многоугольниками. Описать группу симметрий правильного многоугольника в терминах образующих и соотношений, а также описать все отражения принадлежащие этой группе.

#### **Тема 2. Системы корней.**

Разобрать определение абстрактной системы корней. Привести примеры одномерных двумерных и трехмерных систем корней. Сформулировать определение группы отражений связанной с системой

корней. Привести примеры вычисления таких групп в простейших случаях. Дать определение евклидовой эквивалентности систем корней и пространственной эквивалентности групп порожденных отражениями. Разобрать доказательство теоремы о существовании систем простых корней. Привести примеры таких систем в случае правильного шестиугольника. Разобрать определение неразложимой системы корней и теорему о разложении системы корней на неразложимые. Привести примеры. Сформулировать теорему о существовании группы отражений с заданной системой корней.

### **Тема 3. Графы Кокстера.**

Разобрать определение равенства двух множеств в евклидовом пространстве. Дать определение матрицы Грамма заданного набора векторов. Привести конкретные примеры. Дать определение неориентированного графа, подграфа, связных компонент графа. Сформулировать утверждение о разложении графа на связные компоненты. Сформулировать теорему о взаимно однозначном соответствии между системами корней и системами простых корней. Привести примеры Графом соответствующим системами корней правильного многоугольника. Дать определение допустимых наборов векторов и соответствующих взвешенных графов. Привести примеры графов являющимися графами Кокстера и не являющимися графами Кокстера.

### **Тема 4. Построение систем корней и групп отражений.**

Дать описание системы корней правильного многоугольника и всех систем простых корней. Описать соответствующую группу и множество ее отражений. Дать определение полупрямого произведения групп. Привести примеры. Разобрать описание системы корней типа  $A_n$ . Привести примеры систем простых корней. Доказать, что соответствующая группа отражений это симметрическая группа. Разобрать описание системы корней типа  $B_n$ . Привести примеры систем простых корней. Доказать, что соответствующая группа отражений это полупрямое произведение  $n$ -ой степени группы из двух элементов и симметрической группы. Доказать аналогичные утверждения для системы корней типа  $D_n$ .

## **Примерные варианты контрольной работы**

### **Вариант 1.**

1. Для заданной матрицы Грамма выяснить, можно ли ее реализовать в евклидовом пространстве.
2. Вычислить группу симметрий заданного набора векторов в евклидовом пространстве.

### **Вариант 2.**

1. Для заданного графа определить является ли он взвешенным графом конфигурации векторов в евклидовом пространстве.
2. Проверить, что заданное множество комплексных чисел является системой корней.

## **Оценочные средства по практической подготовке в рамках практических занятий**

По итогам практической подготовки составляется письменный отчет. Студенты представляют на кафедру отчеты о практической подготовке в печатной и электронной форме, оформленные в соответствии с правилами и требованиями, установленными Университетом. После проверки и предварительной оценки этих отчетов руководителями практической подготовки (с их подписью) студенты устно отчитываются по практике. Основными целями отчета являются:

- краткое изложение теоретических и практических основ изученных ранее результатов, использованных в ходе прохождения практической подготовки;
- формализация и детальное изложение разработок, осуществленных студентом в ходе прохождения практической подготовки;
- выводы, полученные в результате выполнения работ по практической подготовке.

Типовой отчет по практике включает следующие разделы:

- 1) титульный лист с наименованием темы работы, выполненной на практике;
- 2) введение с обоснованием актуальности изучаемой задачи, формулировкой целей работы, ее кратким содержанием и возможных применений;
- 3) постановка задачи, построение ее математической модели и теоретическое обоснование решения задачи;
- 4) разработка алгоритма решения рассматриваемой задачи;
- 5) реализация алгоритма на одном из языков программирования и проверка правильности программы на конкретном примере;
- 6) список литературы, использованной при работе и цитированной в отчете;
- 7) приложения с основными текстами программы и результатами выполнения программы (если они есть).

### **Вопросы для текущего контроля успеваемости**

1. Определение отражения и его свойства.
2. Характеризация отражений собственными значениями.
3. Порождение ортогональной группы отражениями.
4. Произведение двух отражений.
5. Определение группы симметрий.
6. Группа симметрий квадрата.
7. Отражения на языке комплексных чисел.
8. Системы корней..
9. Система корней группы порожденной отражениями.
10. Пространственная эквивалентность групп порожденных отражениями.
11. Неразложимые системы корней.

12. Разложение системы корней на неразложимые.
13. Система корней правильного многоугольника.
14. Классификация двумерных систем корней.
15. Системы простых корней.
16. Существование систем простых корней.
17. Сопряженность систем простых корней.
18. Порождение группы отражений простыми отражениями.
19. Фундаментальная область.
20. Теорема о стабилизаторе.
21. Существование группы отражений с заданной системой корней.
22. Системы простых корней для двухмерных систем корней.
23. Допустимые наборы векторов в евклидовом пространстве и системы простых корней.
24. Неориентированные взвешенные графы.
25. Графы Кокстера.
26. Классификация графов Кокстера.
27. Описание классических систем корней.
28. Описание классических групп порожденных отражениями.
29. Исключительные системы корней.
30. Исключительные группы порожденные отражениями.

**Вопросы для промежуточной аттестации по итогам освоения  
дисциплины**

1. Определение отражения и его свойства.
2. Характеризация отражений собственными значениями.
3. Порождение ортогональной группы отражениями.
4. Произведение двух отражений.
5. Определение группы симметрий.
6. Группа симметрий квадрата.
7. Отражения на языке комплексных чисел.
8. Системы корней..
9. Система корней группы порожденной отражениями.
10. Пространственная эквивалентность групп порожденных отражениями.
11. Неразложимые системы корней.
12. Разложение системы корней на неразложимые.
13. Система корней правильного многоугольника.
14. Классификация двумерных систем корней.
15. Системы простых корней.
16. Существование систем простых корней.

**7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС**

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
3	10	0	20	20	0	10	40	100

## Программа оценивания учебной деятельности студента

### 3 семестр

#### Лекции

*Посещаемость, активность, умение выделить главную мысль и др.  
(от 0 до 10 баллов)*

#### Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 3 баллов;
- от 51% до 75% – 6 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

#### Лабораторные занятия

*Не предусмотрены*

#### Практические занятия

*Самостоятельность при выполнении работы, активность работы в аудитории, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д. (от 0 до 20 баллов)*

#### Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 7 баллов;
- от 51% до 75% – 13 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

#### Самостоятельная работа

*Качество и количество выполненных домашних работ, правильность выполнения и т.д. (от 0 до 20 баллов)*

#### Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 7 баллов;
- от 51% до 75% – 13 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

#### Автоматизированное тестирование

*Не предусмотрено.*

*Другие виды учебной деятельности – от 0 до 10 баллов*

*Контрольная работа (от 0 до 5 баллов)*

*Письменный отчет по практической подготовке.* Устный отчет студента включает раскрытие целей и задач практической подготовки, описание выполненной работы с указанием примененных методов и средств, ее количественных и качественных характеристик, выводы.

Анализ результатов практической подготовки проводится по следующим параметрам:

1. объем и качество выполненной работы;
2. качество аналитического отчета, выводов и предложений;
3. соблюдение сроков выполнения работы;
4. самостоятельность, инициативность, творческий подход к работе;
5. своевременность представления и качество отчетной документации.

(от 0 до 5 баллов)

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 8 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

*Промежуточная аттестация – от 0 до 40 баллов*

Формой промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в 3 семестре является экзамен, который проводится в виде ответа на билет, состоящий из двух вопросов. Задаются еще два–три дополнительных вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации. На прохождение аттестации студенту отводится 30 минут.

*При проведении промежуточной аттестации*

*ответ на «отлично» оценивается от 31 до 40 баллов;*

*ответ на «хорошо» оценивается от 21 до 30 баллов;*

*ответ на «удовлетворительно» оценивается от 11 до 20 баллов;*

*ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 10 баллов.*

Таким образом, максимальная возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 3 семестр по дисциплине «Группы, порожденные отражениями» составляет **100** баллов.

**Таблица 2.1** Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Группы, порожденные отражениями» в оценку (экзамен):

85 – 100 баллов	«отлично»
71 – 84 баллов	«хорошо»
56 – 70 баллов	«удовлетворительно»
менее 55 баллов	«неудовлетворительно»

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) литература:

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учебник / А.Г. Курош. - 20-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2024. - 432 с. - ISBN 978-5-8114-4304-8 : Б. ц. Книга из коллекции Лань - Математика. Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ".

2. Курош А.Г. Теория групп [Электронный ресурс] / А.Г. Курош. - 4е изд. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 648 с. - ISBN 5-8114-0616-9 : Б. ц. Книга из коллекции Лань - Математика. Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ".

3. Каргаполов М.И. Основы теории групп [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков. - 5-е изд.,стор. - Санкт-Петербург : Лань, 2024. - 288 с. - ISBN 978-5-8114-0894-8 : Б. ц. Книга из коллекции Лань - Математика. Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ".



### б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" предоставляет свободный доступ к полнотекстовой электронной учебно-методической библиотеке для профессионального образования. <http://window.edu.ru/>
2. Научная электронная библиотека <http://elibrary.ru/defaultx.asp>.
3. Свободное программное обеспечение: LibreOffice, wxMaxima.
4. Лицензионное программное обеспечение: ОС Microsoft Windows 7, ОС Microsoft Windows 8, Microsoft Office 2007.



## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Лекционные и практические занятия проводятся в аудиториях на 15-20 посадочных мест. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски для требуемых визуализаций излагаемой информации.

В ходе лекционных и практических занятий используются учебно-демонстрационные мультимедийные презентации, которые обеспечиваются следующим техническим оснащением:

1. Компьютеры (в комплекте с колонками).
2. Мультимедийный проектор
3. Экран.

Практическая подготовка в рамках практических занятий проводится на кафедре геометрии и в других структурных подразделениях университета: научно-образовательный математический центр «Математика технологий будущего», Образовательно-научный институт наноструктур и биосистем, Управление цифровых и информационных технологий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки и профилю подготовки «Математические основы компьютерных наук».

Автор

профессор, д.ф.-м.н., доцент кафедры КАиТЧ А.Н. Сергеев

Программа одобрена на заседании кафедры компьютерной алгебры и теории чисел от 2 сентября 2024 года, протокол № 2.

**Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

Рекомендуемая литература:

1. Маргулис, Г.А. Дискретные подгруппы полупростых групп Ли [Текст] / Г.А. Маргулис ; пер. с англ. Б. Р. Френкина под ред. Э. Б. Винберга. - М. : Изд-во МЦНМО, 2007. - 463 с.
2. Хамфрис Дж. Введение в теорию алгебр Ли и их представлений. М.: Изд.во МЦНМО, 2003.
3. Молев, А.И. Янгианы и классические алгебры Ли [Текст] / А. И. Молев. - Москва : Изд-во МЦНМО, 2009. - 534 с.
4. Кострикин А.И., Введение в алгебру [Текст] : учеб. для вузов : / А. И. Кострикин. - Москва : ФИЗМАТЛИТ. -. Ч. 3: Основные структуры. - 2-е изд., испр. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 271 с.
5. Желобенко, Д. П.. Компактные группы Ли и их представления [Текст] / Д. П. Желобенко. - 2-е изд., доп. - Москва: МЦНМО, 2007.-552 с.(1 экз)
6. Винберг, Э.Б. Семинар по группам Ли и алгебраическим группам [Текст] : учеб. пособие / Э. Б. Винберг, А. Л. Онищик. - 2-е изд., испр. - М. : Урсс, 1995. - 344 с.