

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

Декан механико-математического факультета

УТВЕРЖДАЮ

Захаров А.М.

2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Эволюционные свойства конформных отображений

Направление подготовки
02.04.01 – МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

Профиль подготовки
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК

Квалификация (степень) выпускника
Магистр

Форма обучения
очная

Саратов,
2024

4Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Разумовская Е.В.		27.08.24
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		27.08.24
Заведующий кафедрой	Разумовская Е.В.		27.08.24
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины «Эволюционные свойства конформных отображений»

Целями освоения дисциплины «Эволюционные свойства конформных отображений» являются углубленное изучение студентами аналитических функций, исходя из характера производимых этими функциями отображений. Теория однолистного конформного отображения односвязных и многосвязных областей на круг является частью геометрической теории функций комплексного переменного, расширяет и углубляет знания студентов по математическому анализу функций комплексного переменного.

2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры

Данная дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профилю подготовки «Математические основы компьютерных наук» и является дисциплиной по выбору Б1.В.ДВ.1.

Дисциплина «Эволюционные свойства конформных отображений» относится к курсам по разделу комплексного анализа. Дисциплина логически связана с общеобразовательными математическими курсами линейной алгебры, дифференциальной геометрии и топологии, математического и функционального анализа, а также теории функций комплексного переменного, на которых она базируется. Для изучения дисциплины необходимо знание и понимание основных понятий и результатов линейной алгебры, математического анализа и теории функций комплексного переменного, а также знакомство с элементарными понятиями топологии и функционального анализа в стандартном объеме, соответствующем третьему курсу механико-математического факультета. Успешное освоение данной дисциплины обеспечивает студента методологией для исследования весьма широкого спектра теоретических и прикладных задач в области теории однолистных функций. Дисциплина лежит в фундаменте большинства общих и специальных курсов, входящих в перечень курсов данного направления.

3. Результаты обучения по дисциплине «Эволюционные свойства конформных отображений»

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	1.1_М.УК-1. Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними.	Знать: постановку основных задач теории однолистных функций; Уметь: – анализировать задачи, выделяя ее составляющие; – осуществлять декомпозицию задачи. Владеть: – навыками анализа задачи с выделением в характерных особенностей однолистных функций.

	1.2_М.УК-1. Осуществляет поиск алгоритмов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации. Определяет в рамках выбранного алгоритма вопросы (задачи), подлежащие дальнейшей детальной разработке. Предлагает способы их решения.	Знать: - основные источники информации по теории однолистных функций. Уметь: – использовать методы оптимального управления, параметрический метод, метод площадей для решения поставленной задачи. Владеть: навыками работы решения экстремальных задач теории однолистных функций.
	2.1_М.УК-1. Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности	Знать: - основные источники информации по теории функций комплексного переменного. Уметь: – находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. Владеть: навыками работы с информацией из различных источников.
ПК-1 Способен продемонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.	1.1_М.ПК-1. Понимает основные концепции, принципы, теории и факты, в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	Знать: – основы теории однолистных функций Уметь: – применять методы теории функций комплексного переменного для исследования. Владеть: – навыками получения оценок функционалов функций комплексного переменного.
	2.1_М.ПК-1. Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-	Знать: – постановку стандартных задач функций комплексного переменного.

	исследовательской деятельности.	Уметь: – планировать схему действий для решения стандартных задач. Владеть: – приемами действий для решения стандартных задач.
	3.1_М.ПК-1. Проводит научно-исследовательские работы в области математики и компьютерных наук.	Знать: – определение, основные свойства уравнений Левнера. Уметь: – применять методы решения задач теории функций комплексного переменного. Владеть: – навыками профессионального математического мышления.

4. Структура и содержание дисциплины «Эволюционные свойства конформных отображений»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 часов.

№ п/ п	Раздел дисциплины	Се мес тр	Нед еля сем ест ра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лек ц	Практ.занятия		К С Р	СР	кон тро ль	
					Общая трудоем кость	Из них: практическ ая подготовка				
1	Теоремы сходимости для конформного отображения последовательности областей	3	1,2	4	4	2		20		Консультация.
2	Семейство областей Лёвнера	3	3-6	8	8	4		20		Консультация.
3	Уравнения Лёвнера	3	7,8	4	4	2		21		Консультация.
4	Уравнение Левнера-Куфарева	3	9,10	4	4	2		21		Консультация
5	Построение интегралов однолистных функций с помощью уравнения Лёвнера - Куфарева.	3	11,12	4	4	2		20		Консультация.
6	Класс функций	3	13,	4	4	2		21		Консультация.

	Базилевича.		14						
7	Методы решения экстремальных задач на классах однолистных функций	3	15-18	8	8	4		21	Отчет по практической подготовке. Контрольная работа
Промежуточная аттестация – 252 час				36	36	18		144	36 Экзамен, конт.раб. 1
Общая трудоемкость дисциплины				252 часа					

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Теоремы сходимости для конформного отображения последовательности областей

Достижимые граничные точки. Простые концы. Теорема площадей. Оценка второго тейлоровского коэффициента однолистной функции. Теоремы искажения и покрытия. Теорема Каратеодори.

Тема 2. Семейство областей Лёвнера

Семейство областей Лёвнера. Дифференцируемость отображений по параметру.

Тема 3. Уравнения Лёвнера

Уравнение Лёвнера и его виды. Геометрический смысл уравнения Лёвнера в частных производных.

Тема 4. Уравнение Лёвнера - Куфарева

Класс Каратеодори и его свойства. Обобщённое уравнение Лёвнера. Уравнение Лёвнера – Куфарева.

Тема 5. Построение интегралов однолистных функций с помощью уравнения Лёвнера - Куфарева

Однолистные цепи подчинения для звездообразных, выпуклых, линейно – достижимых (почти выпуклых) функций.

Тема 6. Класс функций Базилевича

Интегральное представление функций класса Базилевича (две структурные формулы). Цепь подчинения для функций Базилевича. Геометрическая интерпретация функций Базилевича.

Тема 7. Методы решения экстремальных задач на классах однолистных функций

Параметрический метод совместно с принципом максимума Понтрягина.

Темы практических занятий (практической подготовки)

Практическое занятие № 1

Теоремы сходимости для конформного отображения последовательности областей
Достижимые граничные точки. Простые концы. Теорема площадей.

Практическое занятие № 2-3

Семейство областей Лёвнера

Семейство областей Лёвнера, примеры, параметризация

Практическое занятие № 4

Уравнения Лёвнера

Уравнение Лёвнера и его виды и частные случаи.

Практическое занятие № 5

Уравнение Лёвнера - Куфарева

Класс Каратеодори и его свойства. Обобщённое уравнение Лёвнера.

Практическое занятие № 6

Построение интегралов однолистных функций с помощью уравнения Лёвнера - Куфарева

Однолистные цепи подчинения

Практическое занятие № 7

Класс функций Базилевича

Интегральное представление функций класса Базилевича (две структурные формулы).

Практическое занятие № 8-9

Методы решения экстремальных задач на классах однолистных функций

Оценка функционала на классе однолистных функций

Темы практических занятий

Практическое занятие №1.

Теоремы сходимости для конформного отображения последовательности областей

Основной признак нормальности. Обобщенный признак нормальности. Примеры нормальных семейств. Примеры сходимости областей.

Практическое занятие №2-3.

Семейство областей Лёвнера

Построение семейств областей Лёвнера для круга, полуплоскости, полосы.

Практическое занятие №4.

Уравнения Лёвнера

Уравнение Лёвнера с различными управляющими функциями

Практическое занятие №5

Уравнение Лёвнера – Куфарева

Уравнение Куфарева для частного вида правых частей.

Практическое занятие №6.

Построение интегралов однолистных функций с помощью уравнения Лёвнера – Куфарева

Геометрические характеристики звездообразных, выпуклых, линейно – достижимых (почти выпуклых) функций.

Практическое занятие №7

Класс функций Базилевича

Свойства функций Базилевича.

Практическое занятие №8-9

Методы решения экстремальных задач на классах однолистных функций

Отработка оценивания коэффициентного функционала различными методами теории однолистных функций.

Контрольная работа.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

В учебном процессе при реализации компетентного подхода используются активные и интерактивные формы проведения занятий:

- 1) при проведении лекционных занятий используются: информационные лекции, проблемные лекции, лекции беседы, лекции дискуссии, лекции с заранее запланированными ошибками.

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором студенты не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установления связей с ранее освоенным материалом.

- 2) *Практическая подготовка* осуществляется путем проведения практических занятий, предусматривающих участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Обучающиеся продолжают формировать профессиональные умения и навыки по обработке и анализу научной информации и результатов исследований, полученные при прохождении *Технологической практики, Проектно-технологической практики*.

Прохождение практической подготовки в рамках практических занятий формирует способность проводить исследовательскую деятельность в математике, формулировать и решать стандартные задачи в исследовательской деятельности. Обучающиеся продолжают формировать профессиональные умения и навыки при прохождении *Производственной практики* (Научно-исследовательская работа), при написании магистерских работ.

Примеры профессиональных действий: умение работать с литературой, сравнивать изложение одних и тех же вопросов в различных источниках; решение задач аналитического характера; самостоятельное доказательство отдельных фактов; оформление результатов научно-исследовательских работ.

Примеры задач. При проведении практической подготовки студенты решают задачи, направленные на формирование исследовательских умений и навыков в использовании аппарата геометрической теории функций комплексного переменного для решения математических задач, применении основ теории однолистных функций при решении практических задач.

- 3) при проведении практических занятий используются: традиционные занятия, занятия исследования, проблемные ситуации, ситуации с ошибкой.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий ставятся следующие цели: применение знаний отдельных тем и креативных методов для решения проблем; отработка у обучающихся навыков взаимодействия в составе коллектива; закрепление основ теоретических знаний.

Проведение некоторых практических занятий основывается на интерактивном методе обучения, при котором обучающиеся взаимодействуют не только с преподавателем, но и друг с другом. При этом доминирует активность обучающихся в процессе обучения. Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности обучающихся на достижение целей занятия.

- 4) при организации самостоятельной работы студентов используются: поиск и обработка информации, в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий; исследование проблемной ситуации; постановка и решение задач из предметной области; отработка навыков применения стандартных методов к решению задач предметной области.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу студентов и руководство этой работой со стороны преподавателей. Применяются следующие формы контроля: устный опрос, проверка решения практических задач, контрольная работа.

При проведении лекционных и практических занятий предусматривается использование информационных технологий: пакеты офисных программ для создания презентаций, которые могут быть использованы при введении нового материала, а также для быстрого обзора предыдущего теоретического материала к текущему занятию; пакеты программ для визуализации и решения задач; языки программирования для решения практических заданий.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов не могут составлять более 50% аудиторных занятий.

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидностью используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Самостоятельная работа студентов предполагает индивидуальную работу с учебно-методическими и научными источниками: учебниками, монографиями, конспектами лекций, научными статьями. Консультации лектора помогают усвоению материала. Контроль за успеваемостью осуществляется в форме бесед учебного и творческого характера, опроса, контрольных вопросов и индивидуальных заданий.

Часть самостоятельных занятий посвящена выполнению домашних заданий и подготовке к семинарам, докладам, обсуждениям, дискуссиям. Проверка домашних заданий проводится на практических занятиях.

План самостоятельной работы студентов

Тема 1. Теоремы сходимости для конформного отображения последовательности областей – 20 часов

Модулярные функции. Теорема Монтеля. Обобщенный признак нормальности. Теоремы Пикара, Жюлиа, Фекете, Валирона.

Тема 2. Семейство областей Лёвнера – 20 часов

Эволюционные семейства областей, теоремы сходимости.

Тема 3. Уравнения Левнера – 21 час

Обобщенное уравнение Лёвнера.

Тема 4. Уравнение Лёвнера–Куфарева - 21 час

Теорема Гутлянского об уравнении Лёвнера – Куфарева.

Тема 5. Построение интегралов однолистных функций с помощью уравнения Лёвнера – Куфарева – 20 часов

Геометрические характеристики звездообразных, выпуклых, линейно – достижимых (почти выпуклых) функций.

Тема 6. Класс функций Базилевича – 21 час

Оценка коэффициентов функций Базилевича.

Тема 7. Методы решения экстремальных задач на классах однолистных функций – 21 час

Отработка оценивания коэффициентного функционала различными методами теории однолистных функций.

Контрольная работа. Примерный перечень заданий.

Контрольная работа

1. Получить оценку предлагаемого функционала методом оптимального управления.
2. Описать экстремальные функции вопроса 1.

Контрольные вопросы готовятся к каждому разделу. Примерный перечень вопросов по дисциплине.

1. Достижимые граничные точки. Теорема Кебе соответствия достижимых граничных точек.
2. Простые концы. Критерий простого конца.
3. Теорема площадей.
4. Теорема покрытия Кебе.
5. Оценка второго тейлоровского коэффициента однолистной функции.
6. Оценки модуля и аргумента производной однолистной функции.
7. Общая теорема искажения.
8. Теорема Каратеодори.
9. Семейство областей Лёвнера.
10. Дифференцируемость отображений по параметру.
11. Уравнение Лёвнера и его виды.
12. Геометрический смысл уравнения Лёвнера в частных производных.
13. Класс Каратеодори и его свойства.
14. Обобщённое уравнение Лёвнера.
15. Уравнение Лёвнера – Куфарева..
16. Однолистные цепи подчинения для звездообразных функций.

17. Однолистные цепи подчинения для выпуклых функций.
18. Однолистные цепи подчинения для линейно – достижимых (почти выпуклых) функций.
19. Интегральное представление функций класса Базилевича.
20. Цепь подчинения для функций Базилевича.
21. Геометрическая интерпретация функций Базилевича.

Оценочные средства по практической подготовке в рамках практических занятий

По итогам *практической подготовки* составляется письменный отчет. Студенты представляют на кафедру отчеты о практической подготовке в печатной и электронной форме, оформленные в соответствии с правилами и требованиями, установленными Университетом. После проверки и предварительной оценки этих отчетов руководителями практической подготовки (с их подписью) студенты устно отчитываются по практике. Основными целями отчета являются:

- краткое изложение теоретических и практических основ изученных ранее результатов, использованных в ходе прохождения практической подготовки;
- формализация и детальное изложение разработок, осуществленных студентом в ходе прохождения практической подготовки;
- выводы, полученные в результате выполнения работ по практической подготовке.

Типовой отчет по практике включает следующие разделы:

- 1) титульный лист с наименованием темы работы, выполненной на практике;
- 2) введение с обоснованием актуальности изучаемой задачи, формулировкой целей работы, ее кратким содержанием и возможных применений;
- 3) постановка задачи, построение ее математической модели и теоретическое обоснование решения задачи;
- 4) разработка алгоритма решения рассматриваемой задачи;
- 5) список литературы, использованной при работе и цитированной в отчете;

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности

Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
3	10	0	20	10	0	20	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента за 3 семестр

Лекции

Посещение лекционных занятий.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 2 баллов;
- от 51% до 75% – 4 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия

Продemonстрировано умение решать стандартные задачи.

Письменный отчет по практической подготовке. Устный отчет студента включает раскрытие целей и задач практической подготовки, описание выполненной работы с указанием примененных методов и средств, ее количественных и качественных характеристик, выводы.

Анализ результатов практической подготовки проводится по следующим параметрам:

1. объем и качество выполненной работы;
 2. качество аналитического отчета, выводов и предложений;
 3. соблюдение сроков выполнения работы;
 4. самостоятельность, инициативность, творческий подход к работе;
 5. своевременность представления и качество отчетной документации.
- (от 0 до 20 баллов)

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 6 баллов;
- от 51% до 75% – 14 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

Самостоятельная работа

Выполнение индивидуальных заданий.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 2 балла;
- от 51% до 75% – 4 балла;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Контрольная работа (от 0 до 20 баллов)

Правильность решения задач в контрольной работе

90-100% - 20 баллов

80-89% - 16 баллов

70-79% - 12 баллов

60-69% - 10 баллов

Менее 60% - от 0 до 8 баллов

Промежуточная аттестация – экзамен – от 0 до 40 баллов

36-40 баллов – ответ на «отлично»

27-35 баллов – ответ на «хорошо»

22-26 баллов – ответ на «удовлетворительно»

0-21 баллов – неудовлетворительный ответ.

Таблица 2. Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Эволюционные свойства конформных отображений» в оценку (экзамен)

90 баллов и более	«отлично»
80-89 баллов	«хорошо»
65-79 баллов	«удовлетворительно»
0-64 баллов	«неудовлетворительно»

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
«Эволюционные свойства конформных отображений»

а) литература

1. Свешников А.Г. Теория функций комплексной переменной - М. : Физматлит, 2010. - 335 с. - ISBN 978-5-9221-0134-9. Экз: А985198-ОХФ, А985199-ОХФ-ЧЗ-4, А985200-ОХФ-ЧЗ-4

б) программное обеспечение и интернет-ресурсы

1. Зверович Э.И. Вещественный и комплексный анализ .Часть 6. Теория аналитических функций комплексного переменного. Учебное пособие (Электронный ресурс). Минск : Вышэйшая школа, 2008.-319 с. - ISBN 978-985-06-1547-3

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Эволюционные свойства конформных отображений»

Учебная аудитория с обязательным наличием специализированной доски, мела (маркера), ноутбука с программным обеспечением, проекционной техники, экрана и с возможностью размещения всех обучающихся.

Практическая подготовка в рамках практических занятий проводится на кафедре математического анализа и в других структурных подразделениях университета: научно-образовательный математический центр «Математика технологий будущего», Образовательно-научный институт наноструктур и биосистем, Управление цифровых и информационных технологий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **02.04.01 – Математика и компьютерные науки** и профилю подготовки **Математические основы компьютерных наук**

Автор

Кандидат физико-математических наук, доцент Е.В.Разумовская

Программа актуализирована и одобрена на заседании кафедры математического анализа протокол **№ 4 от 27 сентября 2024 г.**

Приложение

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература:

1. Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. М.:Наука. 1966.
2. Маркушевич А.И. Введение в теорию аналитических функций.. М.:Просвещение. 1977
3. Евграфов М.А. Аналитические функции. М.:Наука. 1968.