


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»


Механико-математический факультет

СОГЛАСОВАНО
заведующий кафедрой

 С.П. Сидоров
"29" августа 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ

председатель НМК факультета

 С.В. Тышкевич
"29" августа 2022 г.

Фонд оценочных средств

Текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине
ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Направление подготовки бакалавриата

44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки бакалавриата

Математическое образование

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Саратов, 2022

Карта компетенций

| Контролируемые компетенции (шифр компетенции) | Индикаторы достижения компетенций | Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык) | Виды заданий и оценочных средств |
|---|---|---|--|
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | 1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи. | Знать: - фундаментальные понятия теории функций комплексного переменного: поле комплексных чисел, аналитические функции; конформные отображения; элементарные аналитические функции и соответствующие им конформные отображения. Уметь: - анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие; - осуществлять декомпозицию задачи. Владеть: - навыками анализа и декомпозиции поставленной задачи. | Собеседование Разноуровневые задачи и задания. Разноуровневые задачи и задания |
| | 2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. | Знать: - основные математические модели и методы теории функций комплексного переменного, необходимые для решения поставленной задачи. Уметь: - находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. Владеть: - навыками нахождения и анализа информации, необходимой для решения поставленной задачи. | Собеседование Разноуровневые задачи и задания. Разноуровневые задачи и задания |
| | 3.1_Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и | Знать: - различные варианты решения задач из теории функций комплексного переменного, их достоинства и недостатки. | Собеседование Разноуровневые задачи и задания, |

| | | | |
|--|---|--|---|
| | недостатки. | <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - рассматривать различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками решения задач, различными методами. | <p>Контрольная работа</p> <p>Разноуровневые задачи и задания</p> |
| | <p>4.1_ Б.УК-1.</p> <p>Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p> | <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - собственные суждения и оценки. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки; - отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками формирования собственных суждений и оценок. | <p>Собеседование</p> <p>Разноуровневые задачи и задания.</p> <p>Разноуровневые задачи и задания</p> |
| | <p>5.1_ Б.УК-1.</p> <p>Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.</p> | <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - практические последствия возможных решений задачи из области ТФКП. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - определять и оценивать практические последствия возможных решений задачи. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками решения задач, различными методами и оценивания практических последствий | <p>Собеседование</p> <p>Разноуровневые задачи и задания,</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Разноуровневые задачи и задания</p> |
| <p>ПК-1</p> <p>Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей</p> | <p>1.1_Б.ПК-</p> <p>Воспроизводит основные теоретические положения и решает типовые задачи по дисциплинам высшей математики, являющимся теоретическими основами</p> | <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - теоретические основы школьного курса математики (теория чисел, алгебра, геометрия, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика). <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - воспроизводить основные теоретические положения высшей математики и | <p>Собеседование</p> <p>Разноуровневые задачи и задания</p> |

| | | | |
|--|---|--|---|
| | <p>школьного курса математики (теория чисел, алгебра, геометрия, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика)</p> | <p>решать типовые задачи по дисциплинам высшей математики, являющимся теоретическими основами школьного курса математики. Владеть: - навыками решения типовых задач по дисциплинам высшей математики.</p> | <p>Разноуровневые задачи и задания</p> |
| | <p>2.1_Б.ПК-1. Объясняет учебный математический материал (в рамках программ основного общего и среднего общего образования) и решает и объясняет решение задач элементарной математики</p> | <p>Знать: - учебный математический материал (в рамках программ основного общего и среднего общего образования); - решение и объяснение задач элементарной математики. Уметь: - объяснять учебный математический материал (в рамках программ основного общего и среднего общего образования), - решать (с объяснением) задачи элементарной математики. Владеть: - навыками решения и способностью аргументировано объяснить решение задач элементарной математики.</p> | <p>Собеседование</p> <p>Разноуровневые задачи и задания,</p> <p>Разноуровневые задачи и задания</p> |
| | <p>3.1_Б.ПК-1. Проводит контекстный анализ учебных математических текстов</p> | <p>Знать: - способы проведения контекстного анализа учебных математических текстов. Уметь: - проводить контекстный анализ учебных математических текстов. Владеть: - навыками проведения контекстного анализа учебных математических текстов.</p> | <p>Собеседование</p> <p>Разноуровневые задачи и задания,</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Разноуровневые задачи и задания</p> |

| | | | |
|--|--|--|---|
| | <p>4.1_Б.ПК-1.Проводит контекстный анализ учебных, учебно-методических материалов, анализ педагогических ситуаций, решает педагогические задачи</p> | <p>Знать: - способы проведения контекстного анализа учебных, учебно-методических материалов, анализа педагогических ситуаций; - решение педагогических задач. Уметь: - проводить контекстный анализ учебных, учебно-методических материалов, анализ педагогических ситуаций; - решать педагогические задачи. Владеть: - навыками проведения контекстного анализа учебных, учебно-методических материалов, анализа педагогических ситуаций, решения педагогических задач.</p> | <p>Собеседование</p> <p>Разноуровневые задачи и задания,</p> <p>Разноуровневые задачи и задания</p> |
| | <p>5.1_Б.ПК-1. Проводит и анализирует учебные занятия по программам основного общего и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей</p> | <p>Знать: - специфику проведения учебных занятий по программам основного общего образования, по программам дополнительного образования детей. Уметь: - проводить и анализировать учебные занятия по программам основного общего и среднего общего образования. Владеть: - навыками проведения и анализа учебных занятий.</p> | <p>Собеседование</p> <p>Разноуровневые задачи и задания,</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Разноуровневые задачи и задания</p> |

Показатели оценивания результатов обучения

| Семестр | Шкала оценивания | | | |
|-----------|---|---|---|--|
| | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 5 семестр | Не умеет использовать свойства элементарных функций при построении конформных отображений простейших областей. | Недостаточно уверенно строит конформные отображения простых областей. | Строит конформные отображения простых областей с помощью элементарных аналитических функций. | Строит конформные отображения сложных областей с помощью элементарных аналитических функций. |
| 6 семестр | Не знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы теории функций комплексного переменного, не знает классификацию особых точек аналитических функций; не владеет навыками разложения элементарных аналитических функций в ряд Лорана. | Имеет не полное представление об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах теории функций комплексного переменного, нетвердо знает теорию вычетов; плохо владеет навыками разложения элементарных аналитических функций в ряд Лорана. | Сформированы, но содержат отдельные пробелы, представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах теории функций комплексного переменного, хорошо знает теорию вычетов и её применение к вычислению интегралов, владеет навыками разложения элементарных аналитических функций. | Отлично знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы теории функций и отлично знает теорию вычетов и её приложения, вывод основных формул теории функций комплексного переменного. Отлично владеет навыками разложения элементарных аналитических функций. |

Оценочные средства

2.1 Задания для текущего контроля

I. Задания для оценки УК-1.

- Кейс-задача – не предусматривается.
- Доклад – не предусматривается.
- Реферат - не предусматривается.
- **Контрольная работа** (примеры типовых заданий контрольных работ)

Перед написанием контрольных работ студент должен освоить соответствующий теоретический материал, выучить необходимые формулы, разобрать ранее решенные задачи и примеры.

5 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

1.1. Записать комплексное число $z = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ в тригонометрической и показательной формах.

1.2. Найти \bar{z}_2 , $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, если $z_1 = 5 + i$, $z_2 = 2 + 3i$

1.3. Записав числа $z_1 = \frac{i}{i-1}$ и $z_2 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ в тригонометрической форме, найти

$$z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}.$$

1.4. Записать число $z = \frac{(1+i)^8}{(1-i\sqrt{3})^6}$ в алгебраической форме.

1.5. Вычислить $\sqrt[6]{-64}$.

1.6. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих данному условию: а) $|z + 3 - i| = 2$, б) $\text{Im}(z + i) > 1$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2(состоит из 7 заданий подобного типа)

Пример 1. Найти образ множества $E = \{z : \text{Im} z = 1\}$ при отображении $w = \frac{z-1}{z+1}$.

Пример 2. Найти образ области D при отображении $w = \frac{z}{z-1}$, где $D = \{z, 0 < \text{Re}(z) < 1, 0 < \text{Im}(z) < 1\}$.

Пример 3. Найти дробно-линейное отображение, которое точки $z_1 = 1$ и $z_2 = -1$ оставляет неподвижными, а точку $z_3 = i$ переводит в точку $w_3 = 0$. Найти образ полуплоскости $\text{Im}(z) > 0$ при данном отображении.

Пример 4. Найти образ области $D = \{z : 0 < \text{Im } z < 2\pi, \text{Re } z \geq 0\}$ при отображении $w = e^z$

Пример 5. Найти образ плоскости с разрезом вдоль отрицательной части действительной оси при отображении той ветвью логарифмической функции $w = \text{Ln } z$, которая точку $z_0 = 1$ переводит в точку $w_0 = 4\pi i$.

Пример 6. Найти образ области $\Delta = \{z : 2 < |z| < 4, z \notin [-4, -2]\}$ при отображении ветвью логарифмической функции $w = \text{Ln } z$, которая определяется ее значением $w_0 = -2\pi i$ в данной точке $z_0 = 1$.

Пример 7. Найти образы при отображении $w = z^2$ следующих областей: а) $D = \left\{z : -\pi < \arg z < -\frac{\pi}{2}\right\}$; б) $D = \{z : \text{Im } z < -1\}$.

Пример 8. Найти образы заданных множеств при указанных отображениях: а) $D = \left\{z : 1 < |z| < 2, 0 < \arg z < \frac{\pi}{4}\right\}$, $w = z^4$; б) $D = \{z : \text{Re } z = 2\}$, $w = z^2$.

Пример 9. Найти образы следующих областей при отображении ветвью функции $w = \sqrt{z}$, выделяемой ее значением в указанной точке: а) $D = \{z : \text{Im } z > 0\}$, $\sqrt{i} = -\frac{1+i}{\sqrt{2}}$; б) $D = \{z : (\text{Im } z)^2 > 2\text{Re } z + 1\}$, $\sqrt{-1} = -i$.

Пример 10. Найти образы следующих множеств при отображении функцией Жуковского $w = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$: а) $D = \left\{z : |z| < 1, z \notin \left[-1, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, 1\right]\right\}$; б) $D = \left\{z : \frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{3\pi}{4}, z \notin [0, i]\right\}$.

Пример 11. Найти образ области $D = \left\{z : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 1} > 1, a > 1\right\}$ при отображении ветвью функции $w = z + \sqrt{z^2 - 1}$ такой, что $w(\infty) = 0$.

Пример 12. Отобразить конформно и однолистно множество: а) $E = \{z : z \notin [-i, 2i]\}$; б) $E = \{z : |z| < 1, |z + i| > 1\}$; в) $E = \{z : \text{Im } z < 2, -1 < \text{Re } z < 3\}$; д) $E = \{z : |z + i| > 1, |z + 3i| > 1\}$ на верхнюю полуплоскость.

Пример 13. Отобразить верхнюю полуплоскость на единичный круг $|w| < 1$ так, чтобы $w(2i) = 0$ и $\arg w'(2i) = 0$.

Критерии оценивания контрольных работ:

Оценка «5» ставится за все решенные задачи, оценка «4» - если 1 задача не решена или часть задач решена с погрешностями, оценка «3» -- если 2 задачи не решены или часть задач решена с серьезными погрешностями, оценка «2» ставится, если не решено более двух задач.

- **Тесты** - не предусматриваются

Задания для практических занятий

План практических занятий по написан в форме вопросов промежуточной аттестации, при этом каждый вопрос снабжен ссылкой на наиболее подходящий учебник.

1. Понятие аналитической функции действительной переменной. Переход к комплексной переменной. Предмет теории аналитических функций и роль этой теории в математике и ее приложениях. [2б, Введение.]
2. Комплексные числа, действия над ними. Их геометрическое изображение на плоскости и на сфере. Бесконечно удаленная точка. [1б, гл.1, §1,2.]
3. Множества точек на плоскости: открытые, замкнутые, связные. Путь, кривая, область, граница области. Теория пределов: сходящиеся последовательности и ряды комплексных чисел. [1б, гл.1, §1,2,3,4.]
4. Функции комплексной переменной. Предел. Непрерывность, равномерная непрерывность. [1б, гл.2, §1; 2б, гл.2, §1-4.]
5. Понятие производной и дифференциала. Необходимое и достаточное условие существования производной. [1б, гл.2, §1,4; 2б, гл.2, §5-7.]
6. Аналитическая функция. Вещественная и мнимая части аналитической функции как сопряженные гармонические функции. [2б, гл.2, §13,14; 1б, гл.2, §4,5.]
7. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Конформные отображения. [2б, гл.2, §8-11; 1б, гл.2, §4,5.]
8. Элементарные функции. Линейная и дробно-линейная функции. Свойства дробно-линейного преобразования. [1б, гл.3, §1, п.1-10; 2б, гл.3, §4-9.]
9. Показательная функция и логарифм. Степень с произвольным комплексным показателем, функция Жуковского и им обратные функции. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции. Приложение аналитических функций к решению прикладных задач. [1б, гл.3, §3; 2б, гл.3, §13;10-21]

Текущий контроль осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов по результатам выполнения работ. Основными формами текущего контроля являются:

- обсуждение вынесенных в план самостоятельной работы вопросов и задач;
- решение на практических занятиях задач и их обсуждение;
- выполнение контрольных заданий и обсуждение результатов;
- участие в дискуссии по проблемным темам дисциплины и оценка качества анализа проведённой аналитической и исследовательской работы.

II. Задания для оценки ПК-1.

1) Кейс-задача – не предусматривается.

2) Доклад – не предусматривается.

3) Реферат - не предусматривается.

4) **Контрольная работа** (примеры типовых заданий контрольных работ)

Перед написанием контрольных работ студент должен освоить соответствующий теоретический материал, выучить необходимые формулы, разобрать ранее решенные задачи и примеры.

6 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3(состоит из 4 заданий подобного типа)

Пример 1. Найти радиусы сходимости рядов: а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{n!} z^n$, б) $\sum_{n=0}^{\infty} 3^n z^{n^3}$.

Пример 2. Разложить указанные функции в ряд Тейлора в окрестности точки z_0 :

а) $\frac{1}{z^2 + 1}$, $z_0 = 0$; б) $\frac{1}{(1-z)^3}$, $z_0 = 0$; в) $\frac{z}{1-z+z^2}$, $z_0 = 0$; д) $\frac{z-1}{2z^2+5z+2}$,

$z_0 = -1$; е) $\cos z$, $z_0 = \frac{\pi}{4}$; ф) e^z , $z_0 = 3$; г) главная ветвь функции $\ln(z + \sqrt{1+z^2})$, $z_0 = 0$.

Пример 3. Разложить в ряд Лорана функцию $f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}$ в кольце:

а) $V_1 = \{z : 0 < |z| < 1\}$; б) $V_2 = \{z : 1 < |z| < 2\}$; в) $V_3 = \{z : 2 < |z| < \infty\}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4(состоит из 4 заданий подобного типа)

Пример 1. Определить характер особых точек функций: а) $f(z) = \frac{\sin z}{z}$;

б) $f(z) = \frac{1}{(z-2)^n}$; в) $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$.

Пример 2. Найти полюсы функции $f(z)$ и определить их кратности:

а) $f(z) = \frac{ze^z}{z^4 - z^3 - 3z^2 + 5z - 2}$; б) $f(z) = \frac{1}{z^3(1 - \cos z)}$.

Пример 3. Вычислить вычет функции $f(z)$ в точке z_0 : а) $f(z) = \frac{ze^{iz}}{z^2 + 1}$, $z_0 = i$;

б) $f(z) = \operatorname{ctg}^2 z$, $z_0 = 0$; в) $f(z) = \frac{\sin \frac{1}{z}}{z-1}$, $z_0 = \infty$; д) $f(z) = \ln z \cdot \sin \frac{1}{z-1}$, $z_0 = 1$,

причем выбирается главная ветвь логарифма.

Пример 4. Вычислить интегралы:

а) $\int_{|z+1|+|z-1|=\varepsilon} \frac{z^2 + 1}{z^2(z-2)} dz$; б) $\int_{|z-1-i|=2} \frac{\cos \frac{1}{z}}{iz+1} dz$.

Пример 5. Вычислить интегралы: а) $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 - 2\rho \cos x + \rho^2}$, $|\rho| \neq 1$, ρ –

комплексное число; б) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(a-x)\sqrt{1-x^2}}$, $a > 1$.

Пример 6. Вычислить интегралы: а) $I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^n}$; б) $I = \int_0^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 + a^2} dx$.

Пример 7. Определить, когда для интеграла $\int_{\Gamma} \frac{dz}{z^2 - 9}$ можно применить

интегральную теорему Коши, если Γ : 1) $|z| = \frac{1}{2}$; 2) $\left|z - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{4}$; 3) $|z-1| = 5$; 4) $|z| = 4$.

Пример 8. Вычислить $\int_L \frac{ze^z}{(z^2 + 1)(z-1)} dz$, где а) $L = \{z : |z-1| = 1\}$, б)

$L = \left\{z : |z| = \frac{1}{3}\right\}$, в) $L = \{z : |z-1-i| = \sqrt{2}\}$.

Пример 9. Доказать, что $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{a + \cos \varphi} = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2 - 1}}$ ($a > 1$).

Пример 10. Вычислить $\int_{|z|=3} \frac{z \sin z}{(z-2)^3} dz$.

Пример 11. Вычислить $\int_0^{2\pi} \sin^6 x dx$.

Критерии оценивания контрольных работ:

Оценка «5» ставится за все решенные задачи, оценка «4» - если 1 задача не решена или часть задач решена с погрешностями, оценка «3» -- если 2 задачи не решены или часть задач решена с серьезными погрешностями, оценка «2» ставится, если не решено более двух задач.

5) Тесты - не предусматриваются

б) Задания для практических занятий

План практических занятий по написан в форме вопросов промежуточной аттестации, при этом каждый вопрос снабжен ссылкой на наиболее подходящий учебник.

1. Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Связь с криволинейными интегралами. [1б, гл.4, §1, п. 1-2; 2б, гл.5, §1 -3]
2. Интегральная теорема Коши для простого и сложного контуров. Интеграл и первообразная. Выражение определённого интеграла через первообразную функцию (Формула Ньютона-Лейбница). [1б, гл.4, §2; 2б, гл.5, §4-10.]
3. Интеграл и интегральная формула Коши. Ее следствия. Принцип максимума модуля. Интеграл типа Коши. [1б, гл.4, §3, п.3,4,7, гл.5, §2, п.5.]
4. Обращение интегральной теоремы. Теорема Морера. [1б, гл.4, §3, п.5.]
5. Ряды с комплексными членами. Абсолютно сходящиеся ряды. Степенные ряды. Круг сходимости и радиус сходимости. [1б, гл.1, §5; 1б, гл.2, §3.]
6. Разложение аналитической функции в степенной ряд. Неравенство Коши для коэффициентов. [1б, гл.5, §2, п.1-3,8,9; 2б, гл.6, §2.]
7. Ряд Лорана. [2б, гл.7, §1-2.]
8. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Характер поведения функции в окрестности изолированной особой точки. Случай бесконечно удаленной точки. Связь между нулем и полюсом. [1б, гл.6, §1,2; 2б, гл.7, §3,4,6.]
9. Вычеты. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычета. [1б, гл.6, §2; 2б, гл.8, §1,3.]
10. Применение теории вычетов к вычислению интегралов. Примеры. [1б, гл.7, §2; 3б, гл.5, §2, п.73,74.]
11. Преобразование Лапласа. Обращение преобразования Лапласа. Теорема о свертке. [6б, гл.7, §1,2,4].

Текущий контроль осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов по результатам выполнения работ. Основными формами текущего контроля являются:

- обсуждение вынесенных в план самостоятельной работы вопросов и задач;
- решение на практических занятиях задач и их обсуждение;
- выполнение контрольных заданий и обсуждение результатов;
- участие в дискуссии по проблемным темам дисциплины и оценка качества анализа проведённой аналитической и исследовательской работы.

Перечень литературы, используемой для проведения практических занятий:

• **Привалов И.И.** Введение в теорию функций комплексного переменного: учебник / И. И. Привалов. - 15-е изд., стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2009. – 432с. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=322 (электронный ресурс).

• **Евграфов, Марат Александрович.** Аналитические функции [Текст] : учеб. пособие / М. А. Евграфов. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2008. - 447, [1] с. - (Лучшие классические учебники) (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 441-442 (44 назв.). - ISBN 978-5-8114-0809-2 (в пер.).

• **Свешников, Алексей Георгиевич.** Теория функций комплексной переменной [Текст] : учеб. для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд., стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 335, [1] с. : рис. - (Классический университетский учебник / пред. ред. совета В. А. Садовничий) (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова [и др.] ; вып. 5). - Библиогр.: с. 331 (12 назв.). - Предм. указ.: с. 332-335. - ISBN 5-9221-0133-1 (вып. 5) (в пер.). - ISBN 5-9221-0134-X.

• **Теория функций комплексного переменного** [Текст] : учеб. пособие для студентов мех.-мат., физ. фак. и фак. компьютер. наук и информац. технологий / А. В. Шаталина [и др.] ; Саратов. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского. - Саратов : Издательство Саратовского университета, 2012. - 80 с. : ил. - Библиогр.: с. 79 (8 назв.). - ISBN 978-5-292-04107-8.

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Лицензионное программное обеспечение:

1. операционная система Windows 7, или более поздняя версия
2. Microsoft Office Word,
3. Microsoft Office Excel,
4. Microsoft Office PowerPoint.

Интернет-ресурсы:

www.sgu.ru

<http://lib.mexmat.ru>

<http://library.sgu.ru>

Промежуточная аттестация

Список вопросов к устному экзамену и зачету

Вопросы к зачету (5 сем.) для оценки УК-1.

- Поле комплексных чисел.
- Определение комплексного числа.
- Поле комплексных чисел.
- Геометрическое изображение числа.
- Арифметическая форма записи.
- Понятие модуля, аргумента, сопряжения, тригонометрическая и показательная формы записи.

- Простейшие операции над комплексными числами в арифметической и тригонометрической формах.
- Геометрическая интерпретация.
- Формулы Муавра.
- Множества и функции.
- Определение функции комплексного аргумента.
- Понятия последовательности, окрестности, предельной точки, предела
- Ограниченные, замкнутые, открытые множества.
- Предел функции.
- Непрерывность.
- Свойства непрерывных функций на ограниченных замкнутых множествах.
- Определение связного множества. Примеры.
- Непрерывные кривые, путь, жорданова кривая. Примеры.
- Лемма о непрерывных кривых.
- Достаточный признак связности.
- Область и ее компонента, ограниченная точка.
- Теорема о связности границы.
- Многосвязные области.
- Лемма Гейне-Борелля.
- Аналитические функции.
- Определение производной по множеству. Примеры, связь с обычным определением дифференциального исчисления.
- Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
- Свойства, Теорема о сложной функции, об обратной функции.
- Условия Коши-Римана.
- Аналитические функции.
- Определение формальных производных.
- Критерий аналитичности в терминах формальных производных.
- Условия Коши-Римана в полярных координатах.
- Понятие гармонических функций.
- Связь между аналитическими и гармоническими функциями.
- Теорема о восстановлении гармонической функции по сопряженной к ней.
- Теорема о геометрическом смысле модуля и аргумента производной аналитической функции, не образующейся в ноль.
- Конформные отображения.
- Отображения 1 и 2 рода.
- Критерий конформности.
- Основные функции и отображения, даваемые ими.
- Определение дробно-линейной функции.
- Область определения, геометрические свойства, конформность.
- Теорема об совпадающих отображениях.
- Обратное отображение к дробно-линейному.
- Композиции отображений. Круговое свойство.
- Отображение области дробно-линейной функцией.

- Теорема о неподвижных точках.
- Лемма о задании единственного отображения.
- Инвариант дробно-линейного отображения.
- Понятие симметричных точек.
- Теорема о сохранении симметрии.
- Зеркальное отображение, связь с дробно-линейным.
- Отображение основных областей друг в друга.
- Степенная функция.
- Конформность и точки в которых она нарушается.
- Геометрические свойства степенного отображения.
- Функция .
- Определение показательной функции и ее элементарные свойства. Конформность.
- Геометрические свойства.
- Корни n -ой степени и логарифмы, как обратные функции.
- Ветви многозначных функций.
- Точки ветвления.
- Понятие римановой поверхности.

Вопросы к экзамену (6 сем.) для оценки ПК-1.

- Интеграл от функции комплексного переменного.
- Спрямолинейная, гладкая, кусочно-гладкая кривая.
- Определение интеграла от функции комплексного переменного.
- Условия существования.
- Свойства интегралов.
- Теорема Коши для простого контура.
- Обобщение. Контрпример на использование теоремы в случае сложного контура.
- Теорема Коши для сложного контура.
- Понятие неопределенного интеграла в случае односвязной области.
- Теорема о производной.
- Определение первообразной.
- Теорема о первообразной области.
- Многозначность.
- Пример для логарифма.
- Интеграл Коши.
- Интегральная формула Коши.
- Теорема о среднем.
- Теорема о максимуме модуля аналитической функции.
- Интеграл типа Коши как обобщение интеграла Коши.
- Теорема о производных, Следствия, теорема Морера, неравенство Коши, теорема Лиувилля.
- Интегральная формула Пуассона.
- О предельных значениях интеграла типа Коши.
- Формулы Сохоцкого.
- Ряды аналитических функций.

- Определение равномерно сходящегося ряда.
- Достаточный признак равномерной сходимости.
- Теоремы о непрерывности суммы ряда, о почленном интегрировании. 1-я теорема Вейерштрасса, примеры.
- Степенные ряды.
- Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля.
- Теорема о равномерной сходимости внутри круга сходимости.
- Определение ряда Тейлора, формула для коэффициентов.
- Теорема о разложении.
- Ряды по отрицательным степеням.
- Ряд Лорана.
- Теорема о разложении.
- Лемма Шварца.
- Внутренняя теорема единственности.
- Вспомогательная лемма.
- Теорема единственности определения нулей, порядок нуля.
- Нули для замкнутых множеств и областей.
- Разложение в ряд Тейлора в окрестности нуля.
- Основная теорема алгебры.
- Изолированные особые точки.
- Вычеты.
- Понятие правильных и особых точек.
- Теорема о границе, состоящей только из правильных точек.
- Определение изолированной особой точки.
- Критерий для правильных точек.
- Полус, критерий для него, разложение в ряд Лорана в окрестности полюса.
- Существенно особая точка.
- Теорема Сохоцкого-Казорати-Вейерштрасса.
- Теорема о разложении в ряд в окрестности существенно особой точки.
- Главная и правильная часть ряда Лорана.
- Случай бесконечно удаленной точки.
- Коши о вычетах.
- Логарифмический вычет.
- Теорема о значении логарифмического вычета. Следствия.
- Принцип аргумента.
- Теорема Руше.
- Случай бесконечно удаленной точки.
- Теорема о сумме вычетов.
- Приложения теории вычетов.
- Вычисление определенных интегралов с помощью теории вычетов.
- Полная аналитическая функция.
- Теорема Римана.
- Принцип симметрии.
- Непосредственное аналитическое продолжение и просто аналитическое

продолжение.

- Цепи элементов.
- Полная аналитическая функция.
- Подчиненные элементы, естественная граница, пример.
- Круговые элементы.
- Теорема об особой точке на границе.
- Принцип симметрии Римана-Шварца. Следствие.
- Теорема о сохранении области.
- Лемма о k -листной функции.
- Теорема о связи дробно-линейной и произвольной аналитической функции.
- Теорема Римана о конформных отображениях, теорема единственности для конформных отображений.

Методические рекомендации по подготовке и процедуре осуществления контроля.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» проводится в виде устных зачета в 5 семестре и экзамена в 6 семестре. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период лекционных и семинарских занятий, а также в специально отведенное время для подготовки перед аттестацией.

Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, основной и дополнительной литературой по дисциплине.

Критерии оценивания.

Во время зачета или экзамена студент должен дать полный ответ на вопросы билета, дать необходимые определения, доказать требуемые теоремы. Преподаватель вправе задавать дополнительные вопросы по всему курсу.

Во время ответа студент должен показать знание основных понятий теории функций комплексного переменного, понимание логических взаимосвязей между ними, умение решать конкретные задачи и доказывать сформулированные утверждения.

Полнота ответа определяется показателями оценивания планируемых результатов обучения (раздел 2).

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры теории функций и стохастического анализа (протокол № 1 от 29 августа 2022 года).

Автор: доцент, к. ф.-м. наук



А.В. Шаталина