МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»

Механико-математический факультет

СОГЛАСОВАНО	УТВЕРЖДАЮ
заведующая кафедрой математики и методики ее преподавания	председатель НМС механико-математического факультета
____________И. К. Кондаурова	____________С. В. Тышкевич
«31» ___августа___2022 г.	«31» ___августа___2022 г.

Фонд оценочных средств
Текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), практике
Практикум по решению математических задач

Направление подготовки бакалавриата
44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки бакалавриата
Математическое образование

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Саратов,
2022

Карта компетенций

<table>
<tr><th>Контролируемые компетенции (шифр компетенции)</th><th>Индикаторы достижения компетенций</th><th>Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык)</th><th>Виды заданий и оценочных средств</th></tr>
<tr><td rowspan="3">УК-1
Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</td><td>1.1_Б.УК-1.
Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие.
Осуществляет декомпозицию задачи.</td><td><u>Знать</u> теорию учебных задач.
<u>Уметь</u> применять теорию учебных задач к анализу структуры конкретной задачи; на основании анализа структуры задачи относить её к определенному классу.
<u>Владеть</u> навыками декомпозиции задачи.</td><td rowspan="3">Обучающий тест,

проверочная работа,

контрольная работа,

автоматизированное тестирование в IpsilonUni</td></tr>
<tr><td>2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</td><td><u>Знать</u> теоретические положения информационного подхода к решению задач.
<u>Уметь</u> применять теоретические положения информационного подхода к решению задач; анализировать информацию, полученную из различных источников, выявляя инвариантные идеи, позиции, требующие координации, которые должны разрешаться выбором и обоснованием того или иного варианта.
<u>Владеть</u> навыками по поиску и анализу информации необходимой для решения конкретной задачи.</td></tr>
<tr><td>3.1_Б.УК-1.
Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки</td><td><u>Знать</u> основные методы, способы и приемы решения математических и практических задач, решаемых математическими методами.
<u>Уметь</u> применять методы, способы и приемы решения математических и практических задач, решаемых математическими методами к решению задач элементарной математики как соответствующих ступеням основного и среднего (полного) общего образования, так и задач математических олимпиад школьников.
<u>Владеть</u> разнообразными алгоритмами, алгоритмическими предписаниями и эвристическими приёмами</td></tr>
</table>

		решения задач элементарной математики как соответствующих ступеням основного и среднего (полного) общего образования, так и задач математических олимпиад школьников.	
	4.1_Б.УК-1. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.	**<u>Знать</u>** теорию аргументации. **<u>Уметь:</u>** – понять поставленный вопрос и сформулировать адекватный ответ; – воспринять позицию собеседника, найти точки совпадения и моменты разногласий, конструктивно построить диалог; – сформулировать, содержательно представить и обосновать собственную позицию. **<u>Владеть</u>** приёмами конструктивного диалога.	
	5.1_Б.УК-1. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.	**<u>Знать</u>** методику обучения решению задач школьного курса математики. **<u>Уметь</u>** определить уровень достаточности осуществленных действий для обеспечения планируемого результата – выполнения требования задачи. **<u>Владеть</u>** приёмами использования полученных при изучении курса элементарной математики результатов для оптимизации процесса решения профессиональных (методических) задач.	
ПК-1 Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей	**2.1_Б.ПК-1.** Объясняет учебный математический материал (в рамках программ основного общего и среднего общего образования) и решает и объясняет решение задач элементарной математики	**<u>Знать</u>** преподаваемый предмет «Математика» в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов основного и среднего (полного) общего образования и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке. **<u>Уметь</u>** решать задачи элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования,	Лабораторная работа, методическая разработка, учебный проект

		задачи математических олимпиад школьников. **<u>Владеть</u>:** – локальным упорядочением математического материала; – методом математического моделирования; – различными подходами к решению задач школьного курса математики, задач математических олимпиад школьников; – приемами разработки задачных конструкций для различных образовательных целей.	
	3.1_Б.ПК-1. Проводит контекстный анализ учебных математических текстов	**<u>Знать</u>** процедуру логического анализа учебных математических текстов. **<u>Уметь:</u>** – проследить общую логику изложения, выделить основные смысловые разделы и понять связи, позволяющие переходить от одного суждения к другому; – применять процедуру логического анализа учебных математических текстов в разных контекстах (выявление структуры текста, поиск логических ошибок, адаптация текста для различных категорий обучаемых и т.п.). **<u>Владеть</u>** логико-информационными приемами работы с учебным математическим текстом.	

Показатели оценивания планируемых результатов обучения

Семестр	Шкала оценивания			
	2	3	4	5
1 семестр	Не знает теорию учебных задач. Не знает теоретические положения информационного подхода к решению задач. Знает основные понятия элементарной теории чисел и элементарной теории множеств. Имеет общие представления о приложениях элементарной теории чисел и элементарной теории множеств (по крайней мере в повседневной жизни). Решает задачи элементарной теории чисел и элементарной теории множеств ступени основного общего образования (арифметика)	Знает теорию учебных задач. Знает теоретические положения информационного подхода к решению задач. Знает элементы элементарной теории чисел и элементарной теории множеств: формулирует определения и некоторые свойства понятий. Знает приложения элементарной теории чисел и элементарной теории множеств в естественных науках и доступные обучающимся математические элементы этих приложений. Решает задачи элементарной теории чисел и элементарной теории множеств ступени основного общего образования (арифметика, стохастика, алгебра).	Знает теорию учебных задач, применяет теорию учебных задач к анализу структуры конкретной задачи. Знает теоретические положения информационного подхода к решению задач, применяет их к решению задач. Знает элементы элементарной теории чисел и элементарной теории множеств: формулирует определения, формулирует и доказывает основные теоремы. Знает приложения элементарной теории чисел и элементарной теории множеств в естественных, социальных и других науках. Решает задачи элементарной теории чисел и элементарной теории множеств общего и среднего полного образования (арифметика, стохастика, алгебра, планиметрия, стереометрия).	Знает теорию учебных задач, применяет теорию учебных задач к анализу структуры конкретной задачи; на основании анализа структуры задачи относит её к определенному классу. Знает теоретические положения информационного подхода к решению задач, применяет их к решению задач. Знает, как локально упорядочить и изложить содержание основных тем элементарной теории чисел и элементарной теории множеств. Знает приложения элементарной теории чисел и элементарной теории множеств в естественных, социальных и других науках и доступные обучающимся математические элементы этих приложений. Решает задачи элементарной теории чисел и элементарной теории множеств общего и среднего полного образования, в том числе те новые, которые возникают в ходе работы с обучающимися, задачи олимпиад

2 семестр	Знает основные понятия математической логики: высказывание, логическое следование, предикат. Имеет общие представления о приложениях алгебры высказываний. Знает общие методы (составление таблиц истинности, использование законов логики и правил вывода для доказательства утверждений), но не может применить к решению конкретной логической задачи. Структурирует имеющийся математический материал в соответствии с личными потребностями. С трудом преобразует имеющиеся логические модели.	Знает элементы математической логики: формулирует определения логических операций и некоторые основные логические законы. Знает приложения алгебры высказываний в естественных науках и доступные обучающимся математические элементы этих приложений. Решает задачи алгебры высказываний составлением таблиц истинности. Структурирует имеющийся математический материал, дополняя его необходимыми дидактическими единицами. Преобразует заданные логические модели, может соотнести эти модели с реальными явлениями, ситуациями	Знает теорию алгебры высказываний и логики предикатов. Знает приложения алгебры высказываний в естественных науках и доступные обучающимся математические элементы этих приложений, знает приложения логики предикатов. Решает задачи алгебры высказываний, используя различные методы, способы и приёмы. Осуществляет систематизацию математического материала по некоторым основаниям. Может решать практические задачи, требующие построения логических моделей.	Знает, как локально упорядочить и изложить содержание основных тем алгебры высказываний и логики предикатов. Знает приложения алгебры высказываний и логики предикатов и доступные обучающимся математические элементы этих приложений. Решает задачи алгебры высказываний, используя различные методы, способы и приёмы. Решает задачи логики предикатов. Излагает содержание основных тем алгебры высказываний и логики предикатов в соответствии с принципами локального упорядочения. Может решать практические задачи, требующие построения логических моделей. Может решать практические и прикладные задачи, требующие построения логических моделей, изучаемых в курсе элементарной и высшей математики
3 семестр	Знает основные геометрические понятия: геометрические фигуры на плоскости (треугольник, параллелограмм, трапеция, окружность) и	Знает элементы геометрии: определение и свойства геометрических фигур на плоскости (треугольники, параллелограммы, ромбы,	Знает основные понятия и теоремы элементарной геометрии, может доказать эти теоремы при необходимости. Знает основные методы решения	Знает, как локально упорядочить и изложить содержание основных тем элементарной геометрии. Доводит до учащихся

	геометрические тела в пространстве (призма, параллелепипед, пирамида, конус, шар). Имеет общие представления о приложениях геометрии. С трудом решает задачи элементарной геометрии ступени основного общего образования (планиметрия). Структурирует имеющийся математический материал в соответствии с личными потребностями. С трудом преобразует имеющиеся (заданные) геометрические модели.	прямоугольники, квадраты, трапеции, окружности, круг и его части; вписанные и описанные многоугольники) и тел в пространстве (призма, параллелепипед, пирамида, цилиндр, конус, шар и его части). Знает приложения геометрии: вычисление площадей и периметров треугольников, параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата, трапеции, площади и длины окружности, простейшие построения циркулем и линейкой, вычисление объемов, площадей поверхностей призмы, параллелепипеда, пирамиды, цилиндра, конуса, шара. Решает типовые задачи элементарной геометрии ступени основного общего образования (планиметрия). Структурирует имеющийся математический материал, дополняя его необходимыми дидактическими единицами. Преобразует заданные геометрические модели, может соотнести эти модели с реальными процессами, явлениями, ситуациями.	геометрических задач. Знает приложения геометрии: вычисление площадей и периметров фигур на плоскости, построения циркулем и линейкой; вычисление объемов и площадей поверхностей призмы, параллелепипеда, пирамиды, цилиндра, конуса, шара; шарового сегмента, шарового сектора. Решает задачи элементарной математики общего и среднего полного образования; Осуществляет систематизацию математического материала по некоторым основаниям. Может решать практические задачи, требующие построения моделей, изучаемых в школьном курсе математики.	приложения геометрии: вычисление площадей и периметров фигур на плоскости, построения циркулем и линейкой на плоскости; вычисление объемов и площадей поверхностей тел в пространстве. Знает различные методы решения геометрических задач, включая координатный и векторный методы. Решает задачи элементарной математики общего и среднего полного образования, задачи олимпиад. Излагает математический материал в соответствии с принципами локального упорядочения. Может решать практические и прикладные задачи, требующие построения моделей, изучаемых в курсе элементарной математики.

4 семестр	Знает основные понятия элементарной алгебры, изучающей свойства операций с алгебраическими числами. Имеет общие представления о приложениях элементарной алгебры, изучающей свойства операций с алгебраическими числами (по крайней мере, в повседневной жизни) С трудом решает задачи элементарной алгебры, изучающей свойства операций с алгебраическими числами, ступени основного общего образования Структурирует имеющийся математический материал в соответствии с личными потребностями С трудом преобразует имеющиеся (заданные) алгебраические модели степени выше второй	Знает основные понятия и некоторые теоремы элементарной алгебры, изучающей свойства операций с алгебраическими числами. Знает приложения элементарной алгебры, изучающей свойства операций с алгебраическими числами в естественных науках и повседневной жизни Решает задачи элементарной алгебры, изучающей свойства операций с алгебраическими числами, ступени основного общего образования (алгебра 7 класс). Структурирует имеющийся математический материал, дополняя его необходимыми дидактическими единицами Преобразует заданные алгебраические модели второй степени и выше, может соотнести алгебраические модели второй степени с реальными процессами и явлениями	Знает основные понятия и теоремы элементарной алгебры, изучающей свойства операций с алгебраическими числами, может доказать эти теоремы при необходимости. Знает приложения элементарной алгебры, изучающей свойства операций с алгебраическими числами и доступные обучающимся математические элементы этих приложений Решает задачи элементарной алгебры, изучающей свойства операций с алгебраическими числами, ступени основного общего образования (алгебра 7-9 классы). Осуществляет систематизацию математического материала по некоторым основаниям Может решать практические задачи, требующие построения алгебраических моделей второй степени, изучаемых в школьном курсе математики	Знает, как локально упорядочить и изложить содержание основных тем элементарной алгебры, изучающей свойства операций с алгебраическими числами. Доводит до учащихся приложения элементарной алгебры, изучающей свойства операций с алгебраическими числами Решает задачи элементарной алгебры, изучающей свойства операций с алгебраическими числами, ступени основного общего образования (алгебра 7-9 классы), задачи олимпиад Излагает математический материал в соответствии с принципами локального упорядочения Может решать практические и прикладные задачи, требующие построения алгебраических моделей, изучаемых в курсе элементарной математики

5 семестр	Знает основные понятия элементарной алгебры, изучающей свойства операций с трансцендентными числами Имеет общие представления о приложениях элементарной алгебры, изучающей свойства операций с трансцендентными С трудом решает задачи элементарной алгебры, изучающей свойства операций с трансцендентными числами, ступени среднего (полного) общего образования Структурирует имеющийся математический материал в соответствии с личными потребностями С трудом преобразует имеющиеся (заданные) алгебраические модели, содержащие логарифмические и показательные функции	Знает основные понятия и некоторые теоремы элементарной алгебры, изучающей свойства операций с трансцендент-ными числами. Знает приложения элементарной алгебры, изучающей свойства операций с трансцендентными числами в естественных науках Решает типовые задачи элементарной алгебры, изучающей свойства операций с трансцендентными числами, ступени среднего (полного) общего образования. Структурирует имеющийся математический материал, дополняя его необходимыми дидактическими единицами Преобразует заданные алгебраические модели, содержащие логарифмические и показательные функции, используя помощь разного рода (совет преподавателя, решебники, образцы ответов и т.п.)	Знает основные понятия и теоремы элементарной алгебры, изучающей свойства операций с трансцендентными числами, может доказать эти теоремы при необходимости Знает приложения элементарной алгебры, изучающей свойства операций с трансцендентными числами и доступные обучающимся математические элементы этих приложений Решает типовые и нетиповые (алгоритмические, повышенной сложности) задачи элементарной алгебры, изучающей свойства операций с трансцендентными числами, ступени среднего полного общего образования Осуществляет систематизацию математического материала по некоторым основаниям Уверенно преобразует заданные алгебраические модели, содержащие логарифмические и показательные функции	Знает, как локально упорядочить и изложить содержание основных тем элементарной алгебры, изучающей свойства операций с трансцендентными числами Доводит до учащихся приложения элементарной алгебры, изучающей свойства операций с трансцендентными числами Решает задачи элементарной алгебры, изучающей свойства операций с трансцендентными числами, задачи олимпиад Излагает математический материал в соответствии с принципами локального упорядочения Может решать практические и прикладные задачи, требующие построения алгебраических моделей, содержащих логарифмические и показательные функции
6 семестр	Знает основные понятия тригонометрии: определение синуса, косинуса, тангенса, котангенса, основные тригонометрические	Знает элементы тригонометрии: определение тригонометрических функций, их свойства и графики, основные тригонометрические	Знает основные понятия тригонометрии: определение тригонометрических функций, их свойства и графики, основные	Знает, как локально упорядочить и изложить содержание основных тем школьной тригонометрии. Доводит до

	тождества. Имеет общие представления о приложениях школьной тригонометрии. С трудом решает задачи элементарной математики ступени основного общего образования. Структурирует имеющийся математический материал в соответствии с личными потребностями. С трудом преобразует имеющиеся (заданные) тригонометрические модели.	тождества, умеет решать некоторые виды тригонометрических уравнений. Знает приложения тригонометрии (решение треугольников). Решает задачи элементарной математики ступени основного общего образования. Структурирует имеющийся математический материал, дополняя его необходимыми дидактическими единицами. Преобразует заданные тригонометрические модели, может соотнести эти модели с реальными процессами, явлениями, ситуациями.	тригонометрические тождества, умеет решать основные виды тригонометрических уравнений, неравенств и их систем; Знает приложения тригонометрии: решение треугольников и измерения на местности. Решает задачи элементарной математики общего и среднего полного образования (тригонометрия). Осуществляет систематизацию математического материала по некоторым основаниям. Может решать практические задачи, требующие построения тригонометрических моделей, изучаемых в школьном курсе математики.	учащихся приложения тригонометрии: решение треугольников, измерения на местности. Решает тригонометрические задачи элементарной математики общего и среднего полного образования, задачи олимпиад. Излагает математический материал в соответствии с принципами локального упорядочения, Может решать практические и прикладные задачи, требующие построения тригонометрических моделей, изучаемых в курсе элементарной математики.
8 семестр	С трудом решает задачи элементарной математики ступени основного общего образования. Разрабатывает задачные конструкции различного назначения: серии, цепочки, циклы и пр. тренировочных задач предметной области «Математика».	Решает задачи элементарной математики ступени основного общего образования. Разрабатывает задачные конструкции различного назначения: серии, цепочки, циклы и пр. тренировочных, развивающих задач предметной области «Математика».	Решает задачи элементарной математики общего и среднего полного образования. Разрабатывает задачные конструкции различного назначения: серии, цепочки, циклы и пр. тренировочных, развивающих, исследовательских задач предметной области «Математика».	Знает, как локально упорядочить и изложить содержание основных тем элементарной математики. Решает задачи элементарной математики общего и среднего полного образования, задачи олимпиад. Разрабатывает задачные конструкции различного назначения: серии, цепочки, циклы и пр. тренировочных, развивающих, исследовательских и познавательных задач предметной области «Математика».

Оценочные средства

1.1 Задания для текущего контроля

1) Задания для оценки «УК-1 – способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач».

1 семестр

Проверочные работы

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Сформированность операциональных знаний определяется по результатам выполнения пяти проверочных работ, каждая из которых оценивается по 5-балльной шкале. Проводятся на во время занятий после изучения соответствующего раздела дисциплины.

Возможный вариант проверочной работы № 1

Задание 1. Решите следующие задачи, изучив соответствующий материал старых учебников (ссылки на них даны в скобках).

Вариант 1. Непрерывные дроби. Обратить простую дробь 98 29 въ непрерывную; выписать все её подходящія дроби в порядке возрастанія; найти разность между третьим и четвертымъ приближеніемъ, четвёртымъ и пятымъ приближеніемъ. Обратить непрерывную дробь (3, 1, 1, 1, 2, 3) въ простую.

(https://www.mathedu.ru/text/bugaev_arifmetika_drobnyh_chisel_1886/p87/).

Задание 2. Обобщите решенную Вами задачу; решите её в общем виде; составьте несколько различных вариаций этой задачи (выбирая в качестве параметров варьирования поочерёдно: числовые данные, величины, отношения, фабулу).

Задание 3. Не меняя данных условия Вашей задачи, предложите вариацию требования и возможные расширения требования этой задачи.

Возможный вариант проверочной работы № 2

Решите задачу:

Вариант 1. В семейном альбоме есть десять фотографий. На каждой из них изображены три человека: в центре стоит мужчина, слева от мужчины – его сын, а справа – его брат. Какое наименьшее количество различных людей может быть изображено на этих фотографиях, если известно, что все десять мужчин, стоящих в центре, различны?

Возможный вариант проверочной работы № 3

Задание 1. Сократите, если это возможно, дробь: $\dfrac{893101}{1062864}$

Задание 2. Решите задачу: найти все такие натуральные числа, которые увеличиваются в 9 раз, если между цифрой единиц и цифрой десятков вставить нуль.

Задание 3. Докажите или опровергните утверждения: $\left(a^3 - a\right)\vdots 3$

Возможный вариант проверочной работы № 4

Вариант 1

1. Доказать утверждение.
Если $3^n \equiv -1 \pmod{10}$, $n \in Z$, то $3^{n+4} \equiv -1 \pmod{10}$.

2. Используя сравнения, решить уравнение $45x - 37y = 25$.

3. Найти остаток от деления 439^{291} на 60.

4. Решить сравнение $20x \equiv 55 \pmod{35}$.

5. Решить систему $\begin{cases} 12x \equiv 40 \pmod{4} \\ 3x \equiv 5 \pmod{8} \end{cases}$.

Возможный вариант проверочной работы № 5

Задача 1. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 3,5 млн рублей на 7 лет. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько миллионов рублей составила общая сумма выплат после погашения кредита?

Контрольная работа

Критерии оценивания. Контрольная работа состоит из 10 заданий. Решение полное и обоснованное оценивается в 1 балл, неполное или недостаточно обоснованное – в 0,5 балла, неверное решение – 0 баллов.

Возможный вариант контрольной работы.

Вариант 1

1. Какие числа делятся на 9: $10^{2014} + 8$, $10^{2015} + 1$, $10^{2016} - 1$, $1234...500$ (в записи этого числа подряд выписаны числа от 1 до 500), $\overline{abcd} - \overline{dcba}$?

2. Среди школьников шестого класса проводилось анкетирование по любимым мультфильмам. Самыми популярными оказались три мультфильма: «Белоснежка и семь гномов», «Три богатыря на дальних берегах», «Волк и теленок». Всего в классе 38 человек. «Белоснежку и семь гномов» выбрали 21 ученик, среди которых трое назвали еще «Волк и теленок», шестеро – «Три богатыря на дальних берегах», а один написал все три мультфильма. Мультфильм «Волк и теленок» назвали 13 ребят, среди которых пятеро выбрали сразу два мультфильма. Сколько человек выбрали мультфильм «Три богатыря на дальних берегах»?

3. Имеется три ключа от трех чемоданов с различными замками. Каждый ключ подходит только к одному чемодану. Сколько достаточно проб, чтобы подобрать ключи к каждому из них?

4. Найти значение выражения $(4303 \cdot 12 - 142) : 3$ в пятеричной системе счисления:

5. Все правильные несократимые дроби, числители и знаменатели которых двузначные числа, упорядочили по возрастанию. Число $\frac{5}{8}$ оказалось между двумя последовательными дробями, произведение которых равно одному из чисел $\frac{3551}{9453}$, $\frac{3534}{9191}$, $\frac{3599}{9021}$, $\frac{3596}{9207}$, $\frac{3591}{9409}$. Найти эти дроби.

6. Взяли два натуральных числа. Их сумму уменьшили на 15% и получили такое же число, как если бы на 50% уменьшили одно из чисел и сложили с другим. Сколько % составляет меньшее число от большего?

7. Найти значение выражения $\dfrac{20\frac{8}{15}\cdot 7{,}5-54{,}6:\frac{2}{5}}{3\frac{13}{21}\cdot 8{,}4-34{,}4:14\frac{1}{3}}+43{,}75:11\frac{2}{3}+24{,}6:1\frac{1}{5}$.

8. Сколько страниц в книге, если для их нумерации требуется 2 775 цифр?

9. Найти значение выражения $\left(2\sqrt{6}-5\right)^2-10\sqrt{49-20\sqrt{6}}+1$.

10. Найти значение выражения

$$\frac{1}{1+\log_2 11+\log_2 13}+\frac{1}{1+\log_{11} 2+\log_{11} 13}+\frac{1}{1+\log_{13} 2+\log_{13} 11}.$$

Автоматизированное тестирование в IpsilonUni

Знание предметной области проверяется в ходе автоматизированного тестирования в IpsilonUni.

Критерии оценивания. Компьютерный тест содержит 10 вопросов и оценивается в 10 баллов (ответ на 1 вопрос оценивается в 1 балл). Время тестирования – 30 минут.

Тест считается пройденным при оценке в 7 баллов. Если после третьей попытки студент не набирает 7 баллов, то итоговая оценка не может быть «отлично».

Возможный вариант итогового теста:

1. Задача на выяснение возможности реальной величины принимать то или иное числовое значение, например, *выяснить, может ли температура быть равна* $\frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt[3]{2}+3}+\frac{\sqrt[3]{2}-3}{2-3\sqrt{2}}$

□ типовая алгоритмическая

□ типовая полуалгоритмическая

□ типовая развивающая 1 вида

□ качественная

□ количественная

□ практическая

□ математическая

□ четкая

□ нечеткая

□ корректная

□ некорректная

2. Назовём натуральное 2n-значное число перенесённым, если первые его n цифр и последние его n цифр образуют равные числа.

Так, например, число 2020 - перенесённое четырёхзначное число.

Сколько всего существует перенесённых чеырёхзначных чисел не превышающих числа 2022?

3. Есть ёлки большие и маленькие.

Среди любых шести ёлок есть хотя бы одна маленькая и одна большая.

Выберите верные утверждения

□ Больших ёлок больше, чем маленьких

□ Можно точно определить общее число ёлок

□ Больших и маленьких ёлок поровну

□ Всего ёлок не больше дюжины

□ Всего ёлок не менее 7

4. Запишите решение диофантова уравнения 31x−12y=2021 - пару (x, y), где y - наименьшее натуральное число.

5. Введём новую операцию с числами: $a \circ b = a^2 + 3b$.

Чему равно (4°3)°5?

6. Рассмотрим последовательность рациональных чисел вида $\frac{\alpha_n}{\beta_n}$, расположенных в порядке возрастания, где $0 \le \alpha_n \le \beta_n \le m$ для α, β, m, n ∈ N и $\frac{\alpha_n}{\beta_n}$ – несократимая дробь.

Называется она последовательностью ___________ m-го порядка (вставьте пропущенное слово).

7. Для сокращения дроби 149993/159993 целесообразно использовать:

○ признаки делимости на 3, 9, 11, 13 и пр. и затем разложение на простые множители 2, 3, 5, 7, 11 и т.д.

○ признаки делимости на 3, 9, 11, 13 и пр.

○ таблицы простых чисел или образовательные сервисы интернет

○ алгоритм Евклида

○ последовательное разложение на простые множители 2, 3, 5, 7, 11 и т.д.

8. Решите систему $\begin{cases} 10x \equiv 5\,(mod\,15) \\ 20x \equiv 25\,(mod\,15) \end{cases}$

Запишите ответ – скопируйте форму, подставьте значения – в виде x ≡ a (mod b) или

{} - если система неразрешима, или

Z - если любое целое число является решением системы.

9. Вторая подходящая дробь для 7/12 это – _______________

10. Первая подходящая дробь для 68/89 это – _____________

2 семестр

Проверочные работы

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Сформированность операциональных знаний определяется по результатам выполнения четырех проверочных работ, каждая из которых оценивается по 5-балльной шкале. Проводятся во время занятий после изучения соответствующего раздела дисциплины.

Возможный вариант проверочной работы № 1

Задание 1. Решение математических силлогизмов. Прямые a и b лежат в одной плоскости. Прямые a и b пересекаются.

Задание 2. Решение нематематических силлогизмов (рисунок).

Задание 3. Составьте силлогизмы по имеющемуся заключению (подберите две посылки): Число a делится на 5.

Возможный вариант проверочной работы № 2

Задание 1. Составить вопросы к беседе с учащимися по материалам учебного текста (цель - проверить степень усвоения материала).

Задание 2. Указать ожидаемый учителем ответ на каждый вопрос.

Сложение : https://www.mathedu.ru/text/kiselev_arifmetika_1947/p14/

Контрольная работа

Критерии оценивания. Контрольная работа состоит из 10 заданий. Решение полное и обоснованное оценивается в 1 балл, неполное или недостаточно обоснованное – в 0,5 балла, неверное решение – 0 баллов.

Возможный вариант контрольной работы.

Вариант 1

1. Докажите, что формула $(P \to (Q \wedge R)) \leftrightarrow \neg(P \to Q)$ выполнима, причём, значение 1 она принимает только на одном наборе значений переменных. Найдите этот набор, не составляя всей таблицы значений формулы.

2. Докажите, что формула: $(P \wedge Q \wedge R) \to (\neg P \vee Q \vee \neg R)$; – является тавтологией, не составляя её таблицы истинности и не проводя равносильных преобразований.

3. Выясните, справедливо ли следующее утверждение:

$$\models F \vee G \text{ т.т.т., когда } \models F \text{ или } \models G.$$

4. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу: $\neg((P \to Q) \wedge (Q \to \neg P))$ к наиболее простой форме.

5. Используя равносильные преобразования, приведите формулу $(X \to Y) \to Z$ к СДНФ.

6. Докажите, что имеет место логическое следование:

$$(P \to Q) \to R \models P \to (Q \to R),$$

руководствуясь определением этого понятия (т.е. составив таблицы истинности обеих формул).

Выясните, будет ли верно обратное следование.

7. Расположите формулы так, чтобы из каждой логически следовали все, стоящие после неё:

$P \vee Q$;

$\neg P \leftrightarrow Q$;

$\neg P \wedge Q$;

$\neg(\neg P \wedge \neg Q)$;

$\neg(P \to (Q \to P))$.

8. Решите задачу несколькими способами, в том числе с использованием методов математической логики.

Выясните, справедливо ли следующее рассуждение:

«Я пойду в кино на новую кинокомедию (A) или на занятие по логике (B). Если я пойду в кино на новую кинокомедию, то я от всей души посмеюсь (C). Если я пойду на занятие по логике, то испытаю большое удовольствие от следования по путям логических рассуждений (D). Следовательно, либо я от всей души посмеюсь, либо испытаю большое удовольствие от следования по путям логических рассуждений».

9. Запишите в виде конъюнкции или дизъюнкции условия истинности предложения: $a \cdot b \neq 0$. Получившуюся теорему переведите на субъект-придикатный язык логики.

10. Составьте правильное утверждение:

Два высказывания $A \vee B$ и $A \rightarrow B$ одновременно истинны тогда и только тогда, когда истинно высказывание ...

Автоматизированное тестирование в IpsilonUni

Знание предметной области проверяется в ходе автоматизированного тестирования в IpsilonUni.

Критерии оценивания. Компьютерный тест содержит 10 вопросов и оценивается в 10 баллов (ответ на 1 вопрос оценивается в 1 балл). Время тестирования – 30 минут.

Тест считается пройденным при оценке в 7 баллов. Если после третьей попытки студент не набирает 7 баллов, то итоговая оценка не может быть «отлично».

Возможный вариант итогового теста:

1. Получите истинное высказывание:

Для того, чтобы выпуклый четырёхугольник был прямоугольником, ... чтобы его диагонали были равны.

○ Необходимо и достаточно

○ Достаточно, но не необходимо

○ Не необходимо и не достаточно

○ Необходимо, но недостаточно

2. Укажите тот единственный набор значений переменных (P, Q, R, S), при котором данный совершенный дизъюнктивный одночлен $P \vee Q \vee \neg R \vee \neg S$ принимает значение 0.

Ответ запишите набором из 0 и 1, записанных без пробела, например, 0001.

3. Из двух утверждений: $\neg A \rightarrow B$ и B не следует утверждение

○ A

○ $\neg A$

○ $\neg B \rightarrow A$

○ $B \rightarrow \neg A$

4. Определите строение теоремы:

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и в точке пересечения делятся пополам.

○ $A \rightarrow B$

○ $(A \vee B) \rightarrow C$

○ $A \rightarrow (B \vee C)$

○ $A \rightarrow (B \wedge C)$

○ $(A \wedge B) \rightarrow C$

5. Укажите, в какой форме представлена формула от трёх переменных P, Q, R:

$(P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R)$

○ СКНФ

○ СДНФ

○ КНФ, но не СКНФ

○ ДНФ, но не СДНФ

○ другая

6. Составьте правильное утверждение:

Два высказывания $A \vee B$ и $A \to B$ одновременно истинны тогда и только тогда, когда...

○ Ложно высказывание B

○ Истинно высказывание A ∧ B

○ Истинно высказывание A

○ Ложно высказывание A

○ Истинно высказывание B

7. Предположим, что высказывание A → ¬ B истинно, тогда не могут быть истинными

○ A ∧ B

○ A ∨ B

○ B → A

○ A ↔ B

○ ¬A ∨ B

8. Определите значение истинности высказывания (A → 0) в зависимости от значения истинности высказывания A.

○ ¬A

○ A

○ 1

○ 0

9. Для какого символьного выражения (слова) неверно утверждение: ¬*(Первая буква гласная)* → ¬*(Третья буква гласная)*

○ ОРЁЛ

○ БАОБАБ

○ АНТИЛОПА

○ МЕДУЗА

○ ЕНОТ

10. Какой из формул равносильна формула (P → Q) ∨ (Q → P)?

○ P ↔ Q

○ ¬ P ∨ Q

○ (P ∨ Q) → P

○ P ∨ Q

○ P → (P ∨ Q)

3 семестр

Обучающий тест

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Успешность в изучении теоретического материала определяется количеством и качеством выполнения пяти обучающих тестов, составленных непосредственно по дидактическим единицам теоретического материала. Тесты размещены в Ipsilon в учебном курсе «Элементарная геометрия».

В базе теста «Основные положения евклидовой геометрии» – 93 вопроса, в базе теста «Геометрические фигуры и тела» – 79 вопросов, в базе теста «Количественные геометрические задачи» – 99 вопросов, в базе теста «Геометрические преобразования» – 35 вопросов, в базе теста «Элементы конструктивной геометрии» – 29 вопросов.

Обучающий тест «Основные положения евклидовой геометрии» содержит 25 вопросов, время выполнения – 45 минут. Обучающий тест «Геометрические фигуры и тела» содержит 18 вопросов, время выполнения не ограничено. Обучающий тест «Количественные геометрические задачи» содержит 13 вопросов, время выполнения – 30 минут. Обучающий тест «Геометрические преобразования» содержит 16 вопросов, время выполнения – 30 минут. Обучающий тест «Элементы конструктивной геометрии» содержит 7 вопросов, время выполнения – 30 минут. Количество попыток всех пяти тестов не ограничено. За прохождение обучающего теста на 90% и более студент получает 2 балла.

Возможный вариант теста «Основные положения евклидовой геометрии».

1. Выберите неопределяемые понятия аксиоматики Г. Вейля.

А. точка

Б. прямая

В. плоскость

Г. отношение «лежать между» для точек прямой

Д. наложение

Е. вектор

Ж. отрезок

2. Выберите неопределяемые понятия аксиоматической теории элементарного курса геометрии, построенной Л.С. Атанасяном.

А. точка

Б. прямая

В. плоскость

Г. отношение «лежать между» для

Д. точек прямой

Е. наложение

Ж. вектор

З. отрезок

3. *Система аксиом школьного курса геометрии по Атанасяну Л.С.* Восстановите формулировку аксиомы.

Через любые две точки

А. проходит прямая и притом только одна.

Б. проходит плоскость и притом только одна.

В. проходит луч и притом только один.

Г. проходит отрезок и притом только один.

4. *Система аксиом школьного курса геометрии по Атанасяну Л.С.* Восстановите формулировку аксиомы.

Каждая прямая *a*, лежащая в плоскости, разделяет эту плоскость на две части так, что любые две точки одной и той же части лежат по одну сторону от прямой *a*, а любые две точки разных частей лежат по разные стороны от прямой *a*. При этом точки прямой *a* не принадлежат ни одной из этих частей.

Эти части плоскости называют _________.

5. *Система аксиом школьного курса геометрии по Атанасяну Л.С.* Восстановите формулировку аксиомы.

Если две плоскости имеют общую точку, то

А. они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Б. они пересекаются по общей прямой, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

В. она принадлежит каждой плоскости и через неё проходят прямые, лежащие в этих плоскостях.

Г. то ни имеют, по крайней мере, ещё одну общую точку.

6. *Система аксиом школьного курса геометрии по Погорелову А.В.* Восстановите формулировку аксиомы.

Какова бы ни была прямая, существуют точки, принадлежащие этой прямой, и точки, не принадлежащие ей. Через любые две точки

А. можно провести прямую, и только одну.

Б. проходит прямая, и только одна.

В. можно провести множество совпадающих прямых.

Г. можно провести две прямые, но при этом они совпадут.

Д. нельзя провести двух различных прямых.

7. Выберите неопределяемые понятия аксиоматики геометрии А.Д. Александрова

А. точка

Б. прямая

В. плоскость

Г. отношение «лежать между» для точек прямой

Д. наложение

Е. вектор

Ж. отрезок

8. *Система аксиом школьного курса геометрии по Атанасяну Л.С.* Восстановите формулировку аксиомы.

На любом луче от его начала

А. можно отложить отрезок, равный данному, и притом только один.

Б. можно отложить сколь угодно много разных отрезков.

В. можно отложить последовательно сколь угодно много отрезков, равных данному.

Д. отрезок нужной длины.

9. *Система аксиом школьного курса геометрии по Атанасяну Л.С.* Фигура – любое множество точек. Выберите аксиомы, определяющие фигуру.

А. Любая фигура равна сама себе.

Б. Любая фигура может быть построена.

В. Любую фигуру можно разбить на части.

Г. Если фигура Ф1 равна фигуре Ф2, то фигура Ф2 равна фигуре Ф1.

Д. Если фигура Ф1 равна фигуре Ф2, а фигура Ф2 равна фигуре Ф3, то фигура Ф1 равна фигуре Ф3.

Е. Если фигура Ф1 равна фигуре Ф2, и фигура Ф1 равна фигуре Ф3, то фигура Ф2 равна фигуре Ф3.

Ж. Если фигура Ф1 равна фигуре Ф2, и фигура Ф3 равна фигуре Ф2, то фигура Ф1 равна фигуре Ф3.

З. Всегда можно построить фигуру равную любой данной.

И. Любую фигуру можно измерить.

10. *Система аксиом школьного курса геометрии по Атанасяну Л.С.* Выберите аксиомы измерения отрезков.

А. При выбранной единице измерения отрезков, длина каждого отрезка выражается положительным числом.

Б. При выбранной единице измерения отрезков, для любого положительного числа существует отрезок, длина которого выражается этим числом.

В. При выбранной единице измерения отрезков, длина каждого отрезка выражается неотрицательным числом.

Г. При выбранной единице измерения отрезков, для любого неотрицательного числа существует отрезок, длина которого выражается этим числом.

Д. Каждый отрезок можно измерить и результат записать действительным положительным числом.

Е. Каждый отрезок можно построить, если его длина задана действительным положительным числом.

Ж. Каждому отрезку соответствует действительное число.

11. *Система аксиом школьного курса геометрии по Погорелову А.В.* Восстановите формулировку аксиомы. Развернутый угол

А. равен 180°.

Б. представляет собой прямую с отмеченной на ней точкой.

В. больше любого угла, образованного двумя лучами.

Г. равен сумме двух прямых углов.

12. *Система аксиом школьного курса геометрии по Погорелову А.В.* Восстановите формулировку аксиомы.

На любой полупрямой от её начальной точки

А. можно отложить отрезок заданной длины, и только один.

Б. можно отложить сколь угодно много разных отрезков.

В. можно отложить последовательно сколь угодно много отрезков, равных данному.

Г. отрезок нужной длины.

13. *Система аксиом школьного курса геометрии по Погорелову А.В.* Восстановите формулировку аксиомы. Какова бы ни была плоскость,

А. существуют точки, принадлежащие этой плоскости, и точки, не принадлежащие ей.

Б. существуют по меньшей мере три точки, принадлежащие этой плоскости, и по меньшей мере одна точка, не принадлежащая ей.

В. существуют по меньшей мере две точки, принадлежащие этой плоскости, и по меньшей мере одна точка, не принадлежащая ей.

Г. существуют по меньшей мере три точки, принадлежащие этой плоскости, и по меньшей мере две точки, не принадлежащие ей.

14. *Полная аксиоматика евклидовой геометрии Д. Гильберта* Восстановите формулировку аксиомы. Если дана прямая *a*, то не

А. всегда существуют по крайней мере две точки *A, B,* которые принадлежат прямой *a*.

Б. всегда существуют по крайней мере две точки *A, B,* которые не принадлежат прямой *a*.

В. всегда существуют по крайней мере две точки *A, B,* которые принадлежат прямой *a,* и по крайней мере одна точка *C*, не принадлежащая ей.

Г. всегда существуют по крайней мере две точки *A, B,* которые принадлежат не прямой *a,* и по крайней мере одна точка *C*, принадлежащая ей.

15. *Полная аксиоматика евклидовой геометрии Д. Гильберта.* Восстановите формулировку аксиомы.

Пусть А, В, С – три точки, не лежащие на одной прямой, и *a* – прямая, лежащая в плоскости (АВС), но не проходящая ни через одну из точек А, В, С. Если при этом прямая *a* проходит через внутреннюю точку отрезка АВ,

А. то она должна пройти через внутреннюю точку по крайней мере одного из двух отрезков [АС] и [ВС].

Б. то она должна пройти через внутреннюю точку отрезка [АС] или [ВС].

В. то если на не пройдёт через внутреннюю точку отрезка [АС], то пройдёт через внутреннюю точку отрезка [ВС].

Г. то если на не пройдёт через внутреннюю точку отрезка [ВС], то пройдёт через внутреннюю точку отрезка [АС].

16. *Полная аксиоматика евклидовой геометрии Д. Гильберта.* Восстановите формулировку аксиомы.

Если даны двухвершинники AB и A′B″, то существует точка B′, лежащая по одну сторону с B″ от A′ и такая, что двухвершинник AB равен двухвершиннику A′B′

(AB=A′B′).

Для каждого двухвершинника AB справедливо соотношение AB= .

А. BA.

Б. AB′.

В. BA′.

Г. B′A.

17. *Аксиоматика Вейля.* Восстановите формулировку аксиомы.

Для всяких векторов a, b, c:

А. (a + b) + c = a + (b + c)

Б. (a + b) – c = a + (b – c)

В. (a – b) + c = (a + c) – b

Г. если a = b, то a + c = b + c

18. *Аксиоматика Вейля.* Восстановите формулировку аксиомы.

Для всякого вектора a и вещественных чисел λ, μ

А. $\lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a$

Б. $(\lambda + \mu)a = \lambda a + \mu a$

В. если $\lambda a = \mu a$, то $\lambda = \mu$

Г. если $\lambda = \mu$, то $\lambda a = \mu a$

19. *Основания геометрии А.Д. Александрова*. Восстановите формулировку аксиомы.

Если две плоскости имеют общую точку, то

А. их пересечение является прямой на них обеих.

Б. они пересекаются.

В. они пересекаются по прямой

Г. их пересечение лежит на отрезке общем на них обеих.

20. *Основания геометрии А.Д. Александрова.* Восстановите формулировку аксиомы.

Плоскость есть фигура,

А. на которой выполняется планиметрия.

Б. задаваемая парой пересекающихся отрезков.

В. задаваемая парой параллельных отрезков.

Г. задаваемая тремя точками, образующими угол.

21. *Основания геометрии А.Д. Александрова.* Восстановите формулировку аксиомы.

Для ________________________________ существует содержащая их плоскость.

22. *Основания геометрии А.Д. Александрова*. Восстановите формулировку аксиомы.

Аксиома непрерывности

Если имеется бесконечная последовательность вложенных отрезков, то

А. существует точка, общая всем этим отрезкам.

Б. её пределом является точка.

В. найдётся точка, принадлежащая всем этим отрезкам.

Г. отрезок вырождается в точку.

23. *Основания геометрии А.Д. Александрова* Восстановите формулировку аксиомы.

Если C на AB и C_1 на A_1B_1 и $AC=A_1C_1$, $BC=B_1C_1$, то .

А. $AB = A_1B_1$.

Б. $A_1C_1 + BC = AC + B_1C_1$

В. $AB – A_1C_1 = AB – AC$

Г. $AB – BC = AB – B_1C_1$

24. *Аксиоматика Вейля.* Восстановите формулировку аксиомы.

Для всякого вектора ***a*** существует «___________», т.е. такой, что __________ .

25. *Система аксиом школьного курса геометрии по Атанасяну Л.С.* Восстановите формулировку аксиомы.

Если при наложении совмещаются концы двух отрезков, то

А. совмещаются и сами отрезки.

Б. эти отрезки равны.

В . получается один отрезок.

Г. эти отрезки равной длины.

<u>Возможный вариант теста «Геометрические фигуры и тела».</u>

1. Противоположные грани правильного параллелепипеда

А. равны

Б. параллельны

В. квадраты

Г. прямоугольники

Д. перпендикулярны

2. Смежные грани правильного параллелепипеда

А. равны

Б. перпендикулярны

В. квадраты

Г. прямоугольники

Д. параллельны

3. Закончите фразу: «Если в треугольной пирамиде равны углы наклона всех боковых граней к плоскости основания, то высота пирамиды проходит через …»

А. центр вписанной в основание окружности

Б. центр описанной около основания окружности

В. точку пересечения медиан основания пирамиды

Г. точку пересечения высот основания пирамиды

4. Призма, боковые рёбра которой не перпендикулярны основанию, называется ____________.

5. Часть шара, ограниченная сферической частью шарового сегмента и боковой поверхностью конуса, имеющего то же основание, что и шаровой сегмент называется ____________.

6. Укажите верные утверждения

А. Противоположные грани параллелепипеда равны и параллельны.2 Все четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке

Б. Противоположные грани параллелепипеда равны или параллельны

В. Все четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.

Г. Лишь две диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.

Д. Боковые грани прямого параллелепипеда – прямоугольники.

Е. Боковые грани прямого параллелепипеда – квадраты.

Ж. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

З. Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.

7. *Рассмотрим девять утверждений.*

1. Боковые ребра пирамиды равны.

2 Боковые ребра пирамиды одинаково наклонены к основанию пирамиды.

3 Вершина пирамиды проектируется в центр окружности, описанной около основания пирамиды.

4 Высоты всех боковых граней пирамиды, проведенные из вершины пирамиды, равны, авысота пирамиды лежит внутри пирамиды.

5 Все двугранные углы при основании пирамиды равны.

6 Вершина пирамиды проектируется в центр окружности, вписанной в основание.

7 Высоты всех боковых граней пирамиды, проведённые из вершины пирамиды, равны, а высота пирамиды лежит вне пирамиды.

8 Двугранные углы между боковыми гранями и плоскостью основания пирамиды равны.

9 Вершина пирамиды проектируется в центр окружности, вневписанной в основание пирамиды.

Какие утверждения равносильны утверждению 1? Запишите в ответе номера без пробела, например, 35.

8. Укажите верные утверждения

А. В правильной треугольной пирамиде противоположные ребра попарно перпендикулярны.

Б. В правильной треугольной пирамиде противоположные ребра лежат на скрещивающихся прямых, угол между которыми – прямой.

В. Боковые ребра правильной пирамиды равны между собой.

Г. Двугранные углы при основании правильной пирамиды равны между собой.

Д. Двугранные углы при боковых рёбрах правильной пирамиды равны.

Е. Двугранные углы при основании правильной пирамиды – прямые.

9. Закончите фразу: «Шар всегда можно описать: …»

А. около пирамиды, боковые рёбра которой равны; при этом центр шара лежит на высоте пирамиды.

Б. около пирамиды, в основании которой – правильный многоугольник; при этом центр шара лежит на высоте пирамиды.

В. около пирамиды, одно из рёбер которой перпендикулярно плоскости основания; при этом центр шара лежит на высоте пирамиды.

Г. около пирамиды, у которой пара боковых рёбер – равные отрезки; при этом центр шара лежит на высоте пирамиды.

10. Закончите фразу: «Шар всегда можно вписать: в …»

А. конус, при этом центром шара служит центр окружности, вписанной в осевое сечение конуса.

Б. конус, при этом центром шара служит середина высоты конуса.

В. равносторонний цилиндр (осевое сечение – квадрат), при этом центр шара – пересечение диагоналей квадрата.

Г. прямую призму, когда в основание призмы можно вписать окружность, диаметр которой равен высоте призмы.

Д. пирамиду, боковые грани которой равнонаклонены к плоскости основания, при этом центр шара лежит на высоте пирамиды.

Е. пирамиду, боковые грани которой равнонаклонены к плоскости основания, при этом центр шара – это точка пересечения высоты с биссектрисой угла между апофемой и её проекцией на плоскость основания.

11. Геометрическое место точек плоскости, из которых данный отрезок АВ виден под прямым углом.

А. Окружность, построенная на отрезке AB, как на диаметре

Б. Дуга окружности, построенной на *AB* как на диаметре.

В. Окружность с центом А. радиуса АВ

Г. Окружность с центом В. радиуса АВ

Д. Дуга окружности с центом А. радиуса АВ

Е. Дуга окружности с центом А. радиуса АВ

Ж. Объединение двух дуг окружностей, симметричных относительно АВ

З. Дуги двух равных окружностей с общей хордой АВ (без концов этой хорды)

12. Геометрическое место точек пространства, равноудалённых от данной точки _________.

13. Геометрическое место середин всех хорд данной окружности, имеющих данную длину, меньшую диаметра.

А. Окружность, концентрическая данной и меньшего радиуса.

Б. Окружность, концентрическая данной и большего радиуса.

В. Правильный многоугольник, лежащий внутри окружности и имеющий с ней общий центр.

Г. Замкнутая ломаная, лежащая внутри окружности.

14. Угол, одна сторона которого является продолжением другой стороны, называется ______________ .

15. Вертикальные углы

А. равны

Б. в сумме дают 180°

В. задают пару равных (вертикальных) треугольника

Г. задают равнобедренную трапецию

16. Треугольник, две стороны которого равны, называется _______________.

17. Объёмные тела, возникающие при вращении плоской геометрической фигуры, ограниченной кривой, вокруг оси, лежащей в той же плоскости, называются ___________.

18. Многоугольник, все точки которого лежат по одну сторону от любой прямой, проходящей через две его соседние вершины. называется

А. многоугольником без самопересечений

Б. выпуклым многоугольником

В. правильным многоугольником

Г. простым многоугольником

Д. плоским многоугольником

<u>Возможный вариант теста «Количественные геометрические задачи».</u>

1. Даны два конуса. Радиус основания и высота одного конуса равны соответственно 6 и 3, а второго – 1 и 5. Во сколько раз объём первого конуса больше объёма второго?

2. В прямоугольной трапеции основания равны 3 и 8, а один из углов равен 135°. Найдите меньшую боковую сторону.

3. В прямоугольном треугольнике ABC: ∠A=90°, AC=31,5, BC=32,5. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

4. В треугольнике ABC: угол C равен 90°, tg A =2,4, AC = 6. Найдите BC.

5. Колесо имеет 5 спиц. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.

6. Объём конуса равен 968π, а его высота равна 24. Найдите радиус основания конуса.

7. Пол комнаты имеет форму квадрата со стороной 8 м. Его необходимо покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 5 см и 20 см. Сколько потребуется таких дощечек?

8. В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы со стороной основания 6060 см, налита жидкость. Чтобы измерить объём детали сложной формы, её

полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём (в кубических сантиметрах) детали, если после её погружения уровень жидкости в баке поднялся на 1010 см.

9. Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда: длина 70 см, ширина 40 см, высота 50 см. Сколько литров составляет объём аквариума?

10. В квартире две комнаты. Размеры первой комнаты 9 м × 6 м, а размеры второй комнаты – 7 м × 7 м. Какая из этих комнат больше по площади? В ответ запишите площадь этой комнаты в $м^2$.

11. Стороны основания правильной треугольной пирамиды равны 16, а боковые рёбра равны 10. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

12. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна 1/12 длины окружности. Ответ дайте в градусах.

13. Дачный участок имеет форму квадрата, стороны которого равны 80 м. Размеры дома, расположенного на участке и имеющего форму прямоугольника, составляют 10 м × 5 м. Найдите площадь в квадратных метрах оставшейся части участка.

Возможный вариант теста «Геометрические преобразования»

1. Выберите истинные утверждения

А. При параллельном переносе любая прямая переходит в параллельную прямую.

Б. При параллельном переносе любая полупрямая переходит в параллельную полупрямую.

В. При параллельном переносе любая полупрямая переходит в сонаправленную полупрямую.

Г. При параллельном переносе любая полупрямая переходит в противоположно направленную полупрямую.

Д. Композиция параллельных переносов на векторы m и n есть параллельный перенос на вектор m + n.

Е. Преобразование, обратное к параллельному переносу на вектор n есть параллельный перенос на вектор (−n) .

Ж. Существуют прямые, которые при помощи параллельного переноса переходят в себя.

З. Прямая, содержащая вектор параллельного переноса, переходит сама в себя.

И. Существует параллельный перенос, который переводит один угол в другой так, что вместе они образуют вертикальные углы.

К. Существует параллельный перенос, который переводит один отрезок в другой так, что вместе с парой векторов этого переноса они образуют равнобокую трапецию.

Л. Существует единственный параллельныц перенос, который переводят прямую в себя.

2. Выберите истинные утверждения

А. Чтобы четырехугольник был ромбом, необходимо и достаточно, чтобы он имел центр симметрии.

Б. Чтобы четырехугольник был ромбом, достаточно, чтобы он имел центр симметрии

В. Чтобы четырехугольник был ромбом, необходимо, чтобы он имел центр симметрии.

3. Точка В (__ ; __) является прообразом точки А(2; – 3) при гомотетии с центром в начале координат и коэффициентом 2.

4. Выберите истинные утверждения

А. Два прямоугольника с соответственно параллельными сторонами гомотетичны, когда их стороны пропорциональны

Б. Два прямоугольника с соответственно параллельными сторонами гомотетичны.

В. Треугольник АВС можно преобразовать в треугольник $A_1\backslash B_1C_1$ при помощи гомотетии в том случае, если соответствующие углы этих треугольников образованы сонаправленными или противоположно направленными сторонами.

Г. Существует гомотетия, которая преобразует параллелограмм в тот же параллелограмм.

Д. Гомотетия с коэффициентом $k = -1$ является центральной симметрией.

Е. Гомотетия с коэффициентом $k = 1$ является центральной симметрией.

Ж. Прямая, проходящая через центр гомотетии, отображается сама на себя.

З. При всякой гомотетии ее центр переводится в себя.

И. Угол А преобразуется в равный ему угол В гомотетией с коэффициентом 0,5.

5. Даны функции; выберите пару функций, график одной из которых можно получить при помощи параллельного переноса из графика другой функции.

А. $y = 2x + |x|$

Б. $y = |x| - 2$

В. $y = |x + 2|$

Г. $y = 2 - |x|$

6. Точка В (___ ; ___) симметрична точке А(– b; a) относительно прямой $y = -x$,

7. Выберите истинные утверждения

А. Композиция осевых симметрий относительно двух параллельных прямых есть параллельный перенос на вектор, перпендикулярный данным прямым.

Б. Композиция осевых симметрий относительно двух параллельных прямых есть параллельный перенос на вектор, длина которого равна удвоенному расстоянию между прямыми.

В. Композиция поворота на угол ф и параллельного переноса есть поворот на угол ф.

Г. Композиция поворота на угол ф и параллельного переноса есть центральная симметрия.

Д. Композиция поворота на угол ф и параллельного переноса есть осевая симметрия

Е. Композиция двух поворотов с различными центрами есть поворот на угол, равный сумме углов данных поворотов, если эта сумма не равна 2π.

Ж. Композиция двух поворотов с различными центрами есть параллельный перенос, если в сумме углы поворотов равны 2π.

З. Любое движение можно представить в виде композиции не более чем трех симметрий.

И. Любое движение можно представить в виде композиции не более чем двух симметрий.

К. Три последовательно выполненные осевые симметрии относительно параллельных прямых можно заменить одной.

8. Выберите истинные утверждения

А. Существует невыпуклый шестиугольник, имеющий центр симметрии.

Б. Существует невыпуклый четырёхугольник, имеющий центр симметрии.

В. Никакой треугольник не имеет центра симметрии.

Г. Данный треугольник АВС двумя последовательно выполненными центральными симметриями относительно одной и той же точки М переводится в треугольник симметричный относительно прямой, проходящей через точку М и параллельной одной из сторон.

Д. Преобразование, которое переводит фигуру в эту же фигуру, является центральной симметрией.

Е. Противоположно направленные лучи получаются один из другого при помощи центральной симметрии.

Ж. Никакой пятиугольник не имеет центра симметрии.

З. Полупрямая не имеет центров симметрии.

И. Луч имеет единственный центр симметрии.

К. Существуют прямые, которые при помощи центральной симметрии переходят в себя.

Л. Прямая, проходящая через центр симметрии, симметрична сама себе.

9. Выберите истинные утверждения

А. Движение переводит любую прямую в прямую.

Б. Движение переводит любой угол в равный угол.

В. Композиция (последовательное применение) двух движений есть движение.

Г. Преобразование, обратное движению, есть движение.

Д.Тождественное преобразование (преобразование, оставляющее каждую точку на месте) есть движение.

Е. Движение переводит любой отрезок в параллельный и равный отрезок.

10. Выберите истинные утверждения

А. При повороте любая прямая переходит в параллельную прямую.

Б. При повороте любая полупрямая переходит в параллельную полупрямую.

В. При повороте любая полупрямая переходит в сонаправленную полупрямую.

Г. При повороте любая полупрямая переходит в противоположно направленную полупрямую.

Д. Существуют две прямые, которые при помощи поворота переходят одно в другую.

Е. Существует поворот, который переводит один угол в другой так, что вместе они образуют вертикальные углы.

Ж. Существует поворот, который переводит один отрезок в другой так, что вместе с парой отрезков, соединяющих их концы, образуют равнобокую трапецию.

З. Поворот является движением.

11. Выберите истинное утверждение

А. Композиция осевых симметрий относительно прямых a и b, пересекающихся в точке O, есть поворот вокруг O на угол между прямыми a и b, отсчитываемый от a к b по часовой стрелки.

Б. Композиция осевых симметрий относительно прямых a и b, пересекающихся в точке O, есть поворот вокруг O на удвоенный угол между прямыми a и b, отсчитываемый от a к b против часовой стрелки.

В. Композиция осевых симметрий относительно прямых a и b, пересекающихся в точке O, есть поворот вокруг O на угол между прямыми a и b, отсчитываемый от a к b против часовой стрелки.

Г. Композиция осевых симметрий относительно прямых a и b, пересекающихся в точке O, есть поворот вокруг O на удвоенный угол между прямыми a и b, отсчитываемый от a к b по часовой стрелке.

12. Точка D (____ ; ____) симметрична точке D(a; b) относительно точки A(m; n).

13. Уравнение прямой, симметричной графику функции $y = -2 \cdot x - 2$ относительно точки (1; 0): $y =$ ________.

14. $A(-1;$ ____ $)$ и $B(4;$ ____ $)$ симметричны относительно прямой $y = x$.

15. Прямые $y =$ ___ $\cdot x - 7$ и $y = x +$ ___ симметричны относительно оси ОУ.

16. Выберите истинные утверждения

А. Окружности одинаковых радиусов можно преобразовать одна в другую параллельным переносом.

Б. Существует единственный параллельный перенос, который переводят прямую в себя.

В. Углы с сонаправленными сторонами можно перевести один в другой при помощи параллельного переноса.

Г. Вертикальные углы можно перевести один в другой при помощи параллельного переноса.

Д. Смежные углы можно перевести один в другой при помощи параллельного переноса.

Е. Не существует параллельного переноса, который переводит отрезок в себя.

Ж. Один из одинаково направленных лучей можно преобразовать в другой параллельным переносом.

З. Два параллельных отрезка равной длины можно преобразовать один в другой параллельным переносом.

И. Два параллельных отрезка можно преобразовать один в другой параллельным переносом.

К. Два отрезка равной длины можно преобразовать один в другой параллельным переносом.

<u>Возможный вариант теста «Элементы конструктивной геометрии»</u>

1. Сечения призмы плоскостями, параллельными боковым ребрам, являются

А. параллелограммами

Б. прямоугольниками

В. ромбами

Г. квадратами

2. Сечение призмы плоскостью, проходящей через два боковых ребра, не принадлежащих одной грани –

А. диагональное сечение

Б. боковое сечение

В. рёберное сечение

Г. перпендикулярное сечение

3. Для построения сечения призмы достаточно построить

А. отрезки пересечения секущей плоскости с гранями призмы.

Б. точки на рёбрах призмы.

В. соединить три данные точки.

Г. соединить три данные точки и затем продолжить сечение до граней призмы.

4. Если построен след секущей плоскости на плоскости основания призмы и дана точка А, принадлежащая другому основанию призмы, то его пересечение с секущей плоскостью представляет собой отрезок,

А. отрезок, параллельный следу и содержащий данную точку А.

Б. отрезок AA_1, параллельный следу.

В. отрезок, содержащий данную точку А.

Г. прямую, параллельную следу и проходящую через данную точку А.

5. Сечение пирамиды плоскостью, проходящей через ее вершину, представляет собой ________ .

6. Для построения сечения пирамиды достаточно построить

А. отрезки пересечения секущей плоскости с гранями пирамиды.

Б. точки на рёбрах пирамиды.

В. соединить три данные точки.

Г. соединить три данные точки и затем продолжить сечение до граней пирамиды.

7. Если секущая плоскость перпендикулярна к оси цилиндра, то в сечении получается ___________ .

Проверочные работы

<u>Методические рекомендации и критерии оценивания.</u>

Сформированность операциональных знаний определяется по результатам выполнения пяти проверочных работ, каждая из которых оценивается по 5-балльной шкале. Проводятся во время занятий после изучения соответствующего раздела дисциплины.

<u>Возможный вариант проверочной работы № 1</u>.

Задание 1. Изобразите схематически доказательство теорем:

Теорема 1.1. Если прямая, не проходящая ни через одну из вершин треугольника, пересекает одну из его сторон, то она пересекает только одну из двух других сторон.

Теоремы 2.1. Сумма смежных углов равна 180°.

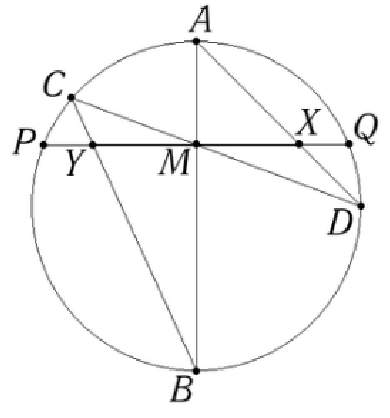
Теоремы 2.2. Вертикальные углы равны.

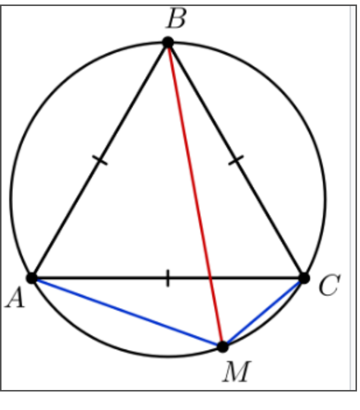
Задание 2. В системах аксиом (по Погорелову, по Гильберту, по Вейлю, по А.Д. Александрову) запишите аксиомы на логико-математическом языке и представьте их геометрические модели.

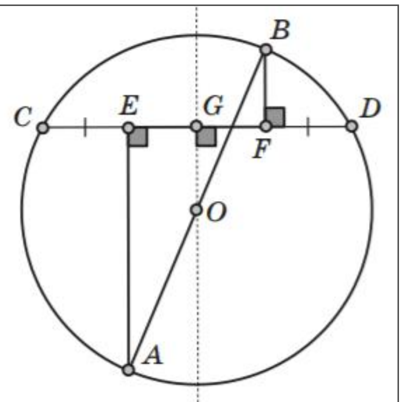
<u>Возможный вариант проверочной работы № 2</u>

Задание. Найдите доказательства теорем, приведённых ниже, и разберите и формализуйте эти доказательства по заданному образцу. Каждый студент разбирает доказательства трёх теорем (первая задача AN выбирается согласно номеру **N** студента в группе, вторая задача – N+3, третья задача – N+6**.**

Примеры теорем.

A1. Теорема о бабочке. Пусть через точку M, являющуюся серединой хорды PQ некоторой окружности, проведены две произвольные хорды AB и CD той же окружности. Пусть хорды AD и BC пересекают хорду PQ в точках X и Y. Тогда M является серединой отрезка XY.	

A15. Теорема Помпею. Пусть дан равносторонний треугольник, вписанный в окружность. Тогда для любой точки этой окружности расстояние от неё до одной из вершин треугольника равно сумме расстояний до двух остальных вершин.	

A31. Задача Архимеда. В окружности провели диаметр AB. Точки E и F — проекции точек A и B на хорду CD. Доказать, что отрезки CE и DF равны.	

<u>Возможный вариант проверочной работы № 3</u>

Задача. В треугольной пирамиде SABC боковое ребро SC равно ребру AB и наклонено к плоскости основания ABC под углом 60°; вершины A, B, C и середины боковых ребер пирамиды расположены на сфере радиуса 1. *Найти высоту пирамиды.*

Возможный вариант проверочной работы № 4

1. Даны две окружности $\gamma 1$ и $\gamma 2$ и отрезок AD. Построить параллелограмм ABCD так, чтобы точки B и C лежали соответственно на данных окружностях.

2. В выпуклом четырехугольнике *ABCD точка P* - середина стороны *AB*. Докажите, что если площадь треугольника *PDC* равна половине площади четырехугольника *ABCD*, то стороны *BC* и *AD* параллельны.

Возможный вариант проверочной работы № 5

Задание 1. Изучите материал лабораторных работ 2, 3, 5, 6, размещённых в «Учебном материале». Знание этого материала будет проверяться при прохождении *Обучающего теста*-5.

Задание 2. Выполните задания и отошлите на проверку преподавателю:

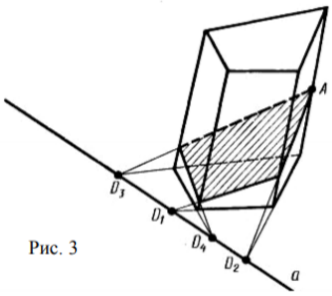


Рис. 3

1. На рисунке 3 показано построение сечения четырехугольной призмы плоскостью, проходящей через прямую *a* в плоскости нижнего основания призмы и точку A на одном из боковых ребер. Опишите этапы построения этого сечения.

1	Продолжим рёбра нижнего основания призмы до пересечения со следом секущей плоскости, получим точки D_1, D_2, D_3, D_4.
2	
3	
4	
5	

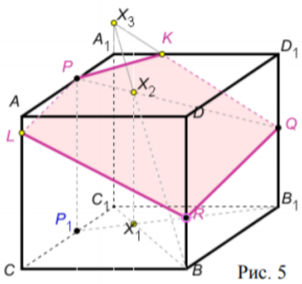
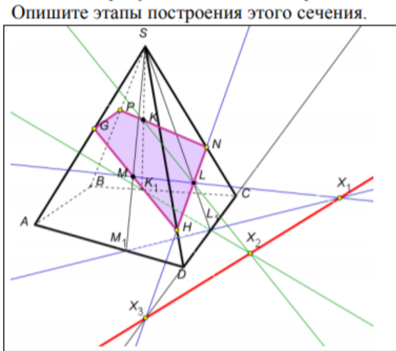


Рис. 5

4. На рисунке 5 показано построение сечения четырёхугольной призмы плоскостью PQR методом внутреннего проектирования. Опишите этапы построения этого сечения (указание: строятся последовательно точки P_1, X_1, X_2, X_3, K, L). Результаты оформите в таблицу.

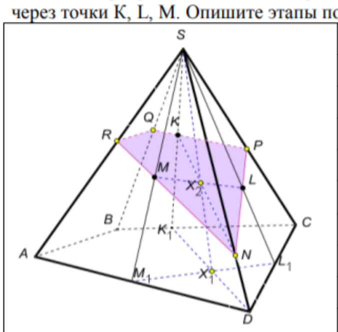
1	
2	
3	

2. На рисунке показано построение методом следов сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки K, L, M. Опишите этапы построения этого сечения.



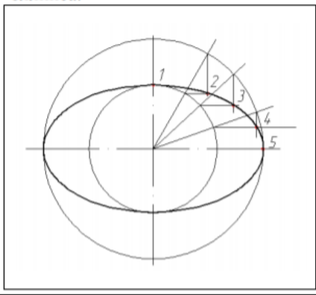
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

3. На рисунке показано построение методом внутреннего проектирования сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки K, L, M. Опишите этапы построения этого сечения.



1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

1. На рисунке показано построение эллипса с помощью циркуля и линейки. Опишите этапы (алгоритм) построения эллипса.



Задание 3. Упражняйтесь в построении сечений, выполняя тренировочные задания из лабораторных работ 2, 3, 5, 6, размещённых в «Учебном материале» и на сайте фирмы 1С. Задание на построение сечения будет в контрольной работе.

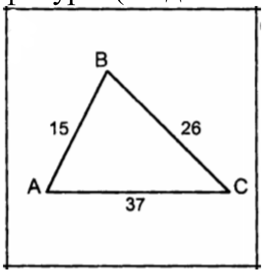
Контрольная работа

Критерии оценивания. Контрольная работа представлена 2 задачами «на готовых чертежах». Требования к выполнению: (1) Оформляется в соответствии с требованиями к оформлению отчётных работ, принятыми в СГУ (0-2 балла). Рисунок-задание копируется и переносится в текст работы. (2) Проводится полное решение задачи с подробным описанием каждого этапа (0-4 балла). (3) Построение сечения (задание 2) в соответствии с выделенными этапами проводится с помощью циркуля и линейки или их компьютерных аналогов (1С: Математический конструктор, GeoGebra и пр. программы динамической геометрии), построенная конфигурация в виде рисунка формата А4 включается в текст работы (0-4 балла).

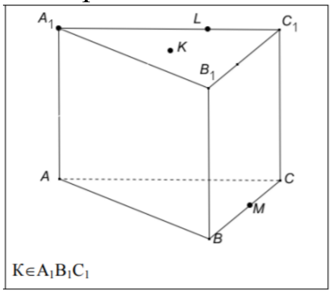
В результате, 6-10 баллов – «зачтено», 0-5 баллов – «не зачтено».

Возможный вариант контрольной работы

Задание 1. Вычислить площадь фигуры (по данным на готовом чертеже).



Задание 2. Построить сечение: призмы плоскостью ***KLM***.



Автоматизированное тестирование в IpsilonUni

Знание предметной области проверяется в ходе автоматизированного тестирования в IpsilonUni. В базе итогового теста 64 вопроса.

Критерии оценивания. Компьютерный тест содержит 10 вопросов и оценивается в 10 баллов (ответ на 1 вопрос оценивается в 1 балл). Время тестирования – 30 минут.

Тест считается пройденным при оценке в 7 баллов. Если после третьей попытки студент не набирает 7 баллов, то итоговая оценка не может быть «отлично».

Некоторые вопросы итогового теста:

1. Пусть *a, b, c* – стороны треугольника, а *A, B, C* – противолежащие этим сторонам углы и соответствующие вершины треугольника. Тогда выражение $b \cdot \sin C$ задаёт

А. длину медианы, опущенной на сторону а.

Б. длину биссектрисы угла А
В. длину высоты, проведенной из вершины А.
Г. длину медианы, опущенной на сторону b.
Д. длину биссектрисы угла В.
Е. длину высоты, проведенной из вершины В.
Ж. длину медианы, опущенной на сторону с.
З. длину биссектрисы угла С.
И. длину высоты, проведенной из вершины С.
2. $S=d1\cdot d2/2$, (где d1,d2 диагонали) – формула площади
А. треугольника
Б. прямоугольного треугольника
В. равнобедренного треугольника
Г. параллелограмма
Д. ромба
Е. прямоугольника
Ж. квадрата
З. трапеции
И. равнобедренной трапеции
К. дельтоида
Л. Выпуклого четырехугольника
М. правильного многоугольника
Н. правильного треугольника
3. $S=ab/2$ – формула площади
А. треугольника
Б. прямоугольного треугольника
В. равнобедренного треугольника
Г. параллелограмма
Д. ромба
Е. прямоугольника
Ж. квадрата
З. трапеции
И. равнобедренной трапеции
К. дельтоида
Л. Выпуклого четырехугольника
М. правильного многоугольника
Н. правильного треугольника
4. $S=abc/(4R)$ – формула площади
А. треугольника
Б. прямоугольного треугольника
В. равнобедренного треугольника
Г. параллелограмма
Д. ромба
Е. прямоугольника
Ж. квадрата
З. трапеции
И. равнобедренной трапеции
К. дельтоида
Л. Выпуклого четырехугольника
М. правильного многоугольника
Н. правильного треугольника
5. $S=a\cdot b\cdot \sin(a,b)$ – формула площади
А. треугольника

Б. прямоугольного треугольника
В. равнобедренного треугольника
Г. параллелограмма
Д. ромба
Е. прямоугольника
Ж. квадрата
З. трапеции
И. равнобедренной трапеции
К. дельтоида
Л. Выпуклого четырехугольника
М. правильного многоугольника
Н. правильного треугольника
6. $S=(a \cdot b \cdot \sin\gamma)/2$ – формула площади
А. треугольника
Б. прямоугольного треугольника
В. равнобедренного треугольника
Г. параллелограмма
Д. ромба
Е. прямоугольника
Ж. квадрата
З. трапеции
И. равнобедренной трапеции
К. дельтоида
Л. Выпуклого четырехугольника
М. правильного многоугольника
Н. правильного треугольника
7. $S=ah/2$ – формула площади
А. треугольника
Б. прямоугольного треугольника
В. равнобедренного треугольника
Г. параллелограмма
Д. ромба
Е. прямоугольника
Ж. квадрата
З. трапеции
И. равнобедренной трапеции
К. дельтоида
Л. Выпуклого четырехугольника
М. правильного многоугольника
Н. правильного треугольника
8. $S=ah$ – формула площади
А. треугольника
Б. прямоугольного треугольника
В. равнобедренного треугольника
Г. параллелограмма
Д. ромба
Е. прямоугольника
Ж. квадрата
З. трапеции
И. равнобедренной трапеции
К. дельтоида
Л. Выпуклого четырехугольника

М. правильного многоугольника
Н. правильного треугольника
9. S=ab – формула площади
А. треугольника
Б. прямоугольного треугольника
В. равнобедренного треугольника
Г. параллелограмма
Д. ромба
Е. прямоугольника
Ж. квадрата
З. трапеции
И. равнобедренной трапеции
К. дельтоида
Л. Выпуклого четырехугольника
М. правильного многоугольника
Н. правильного треугольника

10. Пусть $a < c$ – основания, а $b_1 = b_2 = b$ – боковые стороны трапеции, h – её высота. Тогда выражение ah (a+c) задаёт
А. радиус описанной окружности
Б. расстояние от точки пересечения диагоналей до меньшего основания
В. расстояние от точки пересечения диагоналей до большего основания
Г. длину диагонали.

4 семестр

Обучающий тест

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Успешность в изучении теоретического материала определяется количеством и качеством выполнения четырёх обучающих тестов, составленных непосредственно по дидактическим единицам теоретического материала. Тесты размещены в Ipsilon в учебном курсе «Функции и алгебраические выражения».

В базе теста «Алгебраические выражения» – 66 вопросов, в базе теста «Рациональные уравнения, неравенства и их системы» – 41 вопрос, в базе теста «Функциональный подход к решению уравнений, неравенств, их систем и совокупностей» – 30 вопросов, в базе теста «Дробно-рациональные уравнения, неравенства и их системы» – 40 вопросов.

Каждый из вышеперечисленных обучающих тестов содержит 10 вопросов, время выполнения – 20 минут. Количество попыток не ограничено. За прохождение обучающего теста на 90% и более студент получает 2 балла.

Возможный вариант теста «Алгебраические выражения».

1. Каким числом нужно заменить ***, чтобы данный многочлен $12x^4 –$ ***$x^3 + 2x^2 + x + 1$ имел корень равный (-1)?

____

2. Каким числом нужно заменить ***, чтобы многочлены ($3x^2 +$*** $x + 4)(4x^2 – 3x + 1)$ и $12x^4 – 13x^3 + 22x^2 – 13x + 4$ стали равными?

____

3. Укажите варианты правильного разложения некоторых многочленов 7 степени на множители:

☐

$(5x+1)(x-1)(x^2-4x+5)(x^3 + 8)$;

☐

$5(x+1/5)(x^5-1)(x^2-4x+5)$;

☐

$5(x+1/5)(x^3-1)(x^2-4x-5)$;

☐

$5(x+1/5)(x-1)(x^4+1)$;

☐

$(5x+1)(x^2+1)(x^4-5)$.

4. Укажите варианты правильного разложения многочлена на неприводимые множители:

☐

$(5x+1)(x-1)(x^2-4x+5)$;

☑

$5(x+1/5)(x-1)(x^2-4x+5)$;

☐

$5(x+1/5)(x-1)(x^2-4x-5)$;

☑

$5(x+1/5)(x-1)(x+1)(x-5)$;

☐

$(5x+1)(x-1)(x+1)(x-5)$.

5. Какие многочлены имеют кратные корни:

☐

$5x^4-24x^3-10x^2+24x+5$;

☐

$5x^4+3x^3-4x^2-3x-1$;

☐

$3x^4-6x^3+8x^2-10x+5$;

☑

$3x^4-4x^3-6x^2+12x-5$;

☑

$x^4+2x^3-12x^2+14x-5$?

6. Какой из многочленов делится без остатка одновременно на двучлены: $x-3$, $x-1$, $x-2$?

☐

x^4-13x^2+36;

☐

$x^4-3x^3-7x^2+27x-18$;

☐

$x^4-7x^3+13x^2+3x-18$;

☐

$x^4-9x^3+29x^2-39x+18$;

☐

$x^4-5x^3+5x^2+5x-6$.

7. Запишите через пробел коэффициенты многочлена стандартного вида, являющегося частным (или неполным частным) при делении многочлена $x^4–4x^3+5x^2–2x+3$ на двучлен $x – 1$.

8. Запишите остаток от деления многочлена $3x^5+2x^3+8x+8$ на двучлен $x – 4/3$.

9. Запишите через пробел коэффициенты многочлена стандартного вида, являющегося произведением многочленов $2x^4 – x^2 – 8x$ и $2x^3 – x – 8$.

10. Запишите через пробел коэффициенты многочлена стандартного вида, являющегося суммой многочленов $2x^5 + x^2 + 8$ и $2x^3 – x – 8$.

Проверочные работы

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Сформированность операциональных знаний определяется по результатам выполнения четырех проверочных работ, каждая из которых состоит их пяти заданий и оценивается по 10-балльной шкале (решение каждого задания проверочной работы оценивается максимум в 2 балла: 0 баллов – решение неправильное, 1 балл – решение правильное, но недостаточно обоснованное, 2 балла – решение правильное и хорошо аргументированное).

Возможный вариант проверочной работы по теме «Алгебраические выражения».

1. Преобразуйте выражение $(2 – 3y – 5y^2 + y^3)^2$ в многочлен стандартного вида.

2. Найдите частное и остаток при делении многочлена $2y^4 + 11y^3 + 6y^2 – 21y – 2$ на $y^2 + 3y – 4$.

3. Разложите на множители $x^3 + y^3 + z^3 – 3xyz$.

4. Если многочлен $4x^3 - 11x^2 + 9x + 3$ можно представить в виде $(4x+1)\cdot(ax^2 + bx + c)$, то чему равна сумма $a+b+c$?

5. Докажите тождества:

а) $m(n + k)^2 + n(m + k)^2 + k(m + n)^2 – 4mnk = (m + n)(m +k)(n + k)$;

б) $(a + b + c)(ab + ac + bc) – abc = (a + b)(a + c)(b +c)$.

Возможный вариант проверочной работы по теме «Рациональные уравнения, неравенства и их системы».

1. Решите уравнение $(8x+7)^2(4x+3)(x+1) = 4{,}5$.

2. Решите неравенство $\left|2x - |x+3| + 1\right| > 2$.

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} 5x^2 - 6xy + 5y^2 = 29, \\ 7x^2 - 8xy + 7y^2 = 43. \end{cases}$

4. Решите уравнение несколькими способами:

$$8(1-2x)^3 - 27(x-1)^3 = 125 - 343x^3.$$

5. Решите задачу из «Арифметики» Диофанта. Найти три числа так, чтобы наибольшее превышало среднее на данную часть 1/3 наименьшего, чтобы среднее превышало меньшее на 1/3 наибольшего, и чтобы наименьшее превышало число 10 на данную часть 1/3 среднего числа.

Возможный вариант проверочной работы по теме «Функциональный подход к решению уравнений, неравенств, их систем и совокупностей».

1. Используя графики элементарных функций, их геометрические преобразования и «сложение», постройте график функции: $f(x)= \log_2 (x – 5) + | 2x – 5 |$.

2. Решите уравнение, используя функциональный подход: $x^3 – x = \sin\pi x$.

3. Решите систему неравенств, используя функциональный подход:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 \le 0, \\ 2x + 3y \ge 0. \end{cases}$$

4. Постройте график сложной функции: $y = \operatorname{ctg} \lg x^2$

5. Найдите все значения a, при которых график функции $f(x)= x^2 – | x^2 + 2x – 3 | – a$ пересекает ось абсцисс более, чем в двух различных точках.

Возможный вариант проверочной работы по теме «Дробно-рациональные уравнения, неравенства и их системы».

1. Решите уравнение: $\frac{24}{x^2+2x-8}-\frac{15}{x^2+2x-3}=2.$

2. Решите неравенство: $\left|\frac{y^2-5y+4}{y^2-4}\right|\leq 1.$

3. Найдите область определения функции: $\sqrt{\frac{2}{y^2-y+1}-\frac{1}{y+1}-\frac{2y-1}{y^3+1}}.$

4. Моторная лодка, обладающая скоростью движения 20 км/ч, прошла расстояние между двумя пунктами по реке туда и обратно без остановок за 6 ч 15 мин. Расстояние между пунктами равно 60 км. Найти скорость течения реки.

5. Имеется два сплава с различным процентным содержанием меди. Масса первого сплава a кг, а второго b кг. От каждого из сплавов отделили по куску равной массы и каждую из отделенных частей сплавили с остатком другого куска. В новых сплавах процентное содержание меди стало одинаковым. Какова масса каждого из отрезанных кусков?

Автоматизированное тестирование в IpsilonUni

Знание предметной области проверяется в ходе автоматизированного тестирования в IpsilonUni.В базе итогового теста 70 вопросов.

Критерии оценивания. Компьютерный тест содержит 10 вопросов и оценивается в 10 баллов (ответ на 1 вопрос оценивается в 1 балл). Время тестирования – 30 минут.

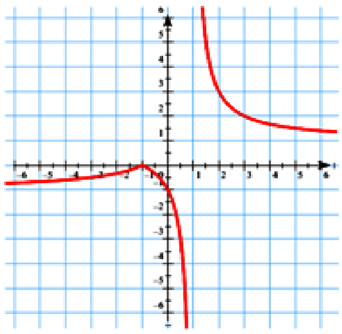
Тест считается пройденным при оценке в 7 баллов. Если после третьей попытки студент не набирает 7 баллов, то итоговая оценка не может быть «отлично».

Некоторые вопросы итогового теста:

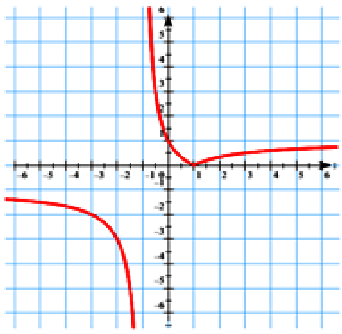
1. Квадратное уравнение, корни которого в 5 раз больше корней уравнения $x^2 - 6x + 3 = 0$, имеет вид $x^2 - bx + c = 0$. Значение $c - 2b$ =_____________.

2. График функции $f(x)=\frac{|x-1|}{x-1}$ изображен на рисунке _______.

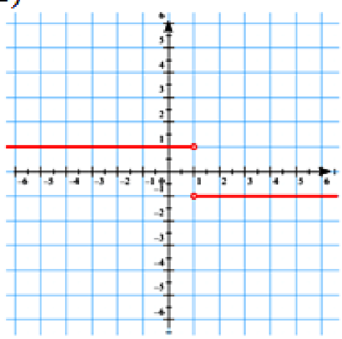
а)



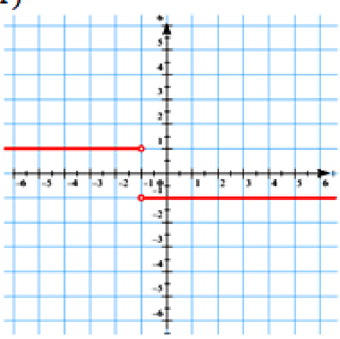
б)



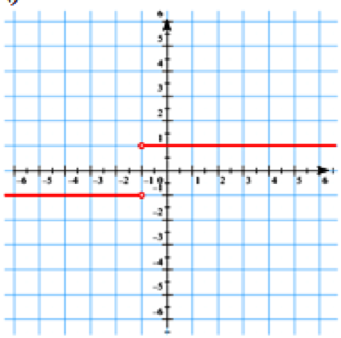
в)



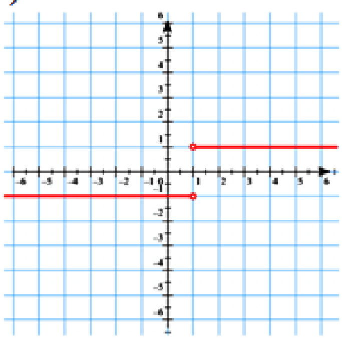
г)



д)



е)



3. При каких значениях n ровно один из корней уравнения $x^2 + (n + 3)x + |n| - 3 = 0$ равен нулю? Произведение всех таких значений n равно ___________.

4. Решение неравенства $||x - 1| - 3| \leq 9$.

5. Система $\begin{cases} x^3 + x^3y^3 + y^3 = 17, \\ x + xy + y = 5 \end{cases}$ имеет:

– два решения на множестве рациональных чисел;
– два решения на множестве натуральных чисел;
– одно решение на множестве рациональных чисел;
– одно решение на множестве натуральных чисел;
– не имеет решений.

6. Решение неравенства $3x^4 + 12x^3 + 15x^2 + 10x + 2 \geq 0$ на интервале $[-2; 3]$ _____________.

7. Сумма корней уравнения $x^4 + 10x^3 + 33x^2 + 40x + 16 = 0$ равна _______________.

8. График функции $y = log_3(x - c) + d$ получается из графика функции $y = log_3(x - 2) - 3$ параллельным переносом на 4 единицы влево и на 5 единиц вверх. Найдите $c - d$.

9. Выражение $\frac{3x^2-6x+7}{x+1}$ представимо в виде $Ax + \frac{B}{x+1} + C$, где A, B и C – целые числа. AB + C = __________.

10. Наибольшее целое отрицательное решение неравенства $\frac{(1-x)(x^2+5x-6)}{x^4-1} \geq 0$ _________.

Контрольная работа

Критерии оценивания. Контрольная работа состоит из 10 заданий (решение каждого задания оценивается максимум в 2 балла: 0 баллов – решение неправильное, 1 балл – решение правильное, но недостаточно обоснованное, 2 балла – решение правильное и хорошо аргументированное).

В результате: 10-20 баллов – «зачтено», 0-9 баллов – «не зачтено».

Возможный вариант контрольной работы.

1. Упростите выражение $\dfrac{a^3b - ab^3 + b^3c - bc^3 + c^3a - ca^3}{a^2b - ab^2 + b^2c - bc^2 + c^2a - ca^2}$.

2. Решите уравнение $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4) = 144$.

3. Решите неравенство $(5-x)^4 + (2-x)^4 > 17$.

4. Решите уравнение: $\dfrac{x}{2x-1} + \dfrac{25}{4x^2-1} = \dfrac{1}{27} - \dfrac{13(2-x)}{2x^2-5x+2}$.

5. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x^3 + y^3 = 7(x+y), \\ x^2 + y^2 = 10. \end{cases}$

6. Постройте график функции $f(x) = |x - 6| + \frac{1}{x^2+x-6}$.

7. Найдите все корни уравнения $|x^2 + x - 1| = 2x - 1$, удовлетворяющие неравенству $x < \frac{\sqrt{3}}{3}$.

8. Решение системы неравенств $\begin{cases} (2x+3)(2x+1)(x-1) < 0, \\ (x+5)(x+1)(1-2x)(x-3) > 0 \end{cases}$

9. Два крюковых крана разгружают вагон. Первый кран разгружает на 15 т в час меньше, чем второй кран. Сколько тонн груза в час разгружает первый кран, если груз массой 100 т он разгружает на 6 ч дольше, чем второй кран?

10. Найти наименьшее целое a, при котором уравнение $(a+1)x^2 - (2a-3)x + a = 0$ не имеет корней.

5 семестр

Проверочные работы

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Сформированность операциональных и практических знаний определяется по результатам выполнения двух проверочных работ, каждая из которых оценивается по 20-балльной шкале; (в каждой работе 10 задач, решение каждой задачи оценивается максимум в 2 балла: 0 баллов – решение неправильное, 1 балл – решение правильное, но недостаточно обоснованное, 2 балла – решение правильное, аргументация полная); итого можно получить от 1 до 40 баллов.

Возможный вариант проверочной работы по теме «Иррациональные уравнения, неравенства и их системы».

1. Решите уравнение $\sqrt{4+2x-x^2}=x-2$.

2. Решите уравнение $\sqrt{2x^2+5x-2}-\sqrt{2x^2+5x-9}=1$;

3. Решите уравнение $\sqrt[3]{2y-1}+\sqrt[3]{y-1}=1$.

4. Решите уравнение $\sqrt{(x-1)^2(x-4)}=|x-1|\sqrt{16-x^2}$;

5. Решите неравенство $\sqrt{x^2-4x+3}\geq 2-x$.

6. Доказать, что если $a\geq 0,\ b\geq 0,\ c\geq 0,\ d\geq 0$, то $\sqrt{(a+c)(b+d)}\geq\sqrt{ab}+\sqrt{cd}$.

7. Решите неравенство $\sqrt{(m-3)(2-m)}<\sqrt{4m^2+12m+11}$;

8. Решите неравенство $\frac{\sqrt{52-x^2}}{2-x}<1$;

9. Решите неравенство $\sqrt{y^2-8y+15}+\sqrt{y^2+2y-15}>\sqrt{4y^2-18y+18}$.

10. Решите систему уравнений $\begin{cases}\sqrt{\frac{20y}{x}}=\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y},\\ \sqrt{\frac{16x}{5y}}=\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}.\end{cases}$

Возможный вариант проверочной работы по теме «Логарифмические и показательные уравнения, неравенства и их системы».

1. Решите уравнение $2^{x+3}+2^{x+2}+2^{x+1}=7^x+7^{x-1}$;

2. . Решите уравнение $\left(3-2\sqrt{2}\right)^{y^2-6y+9}+\left(3+2\sqrt{2}\right)^{y^2-6y+9}=6$.

3. Решите уравнение: $log_2 x+log_4(x+2)=2$;

4. Решите уравнение $(x^2+6)^{log_2 x}=(5x)^{log_2 x}$.

5. Решите систему уравнений: $\begin{cases}5^{lgx}-3^{lgy}=0,\\ (3x)^{lg3}-(5y)^{lg5}=0.\end{cases}$

6. Решите неравенство $2^{y+2}-2^{y+3}-2^{y+4}>5^{y+1}-5^{y+2}$.

7. Решите неравенство $4^{-x+0,5} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0$.

8. Решите неравенство $log_{x+3}(9 - x^2) - \frac{1}{16} log^2_{x+3}(x - 3)^2 \geq 2$.

9. Решите систему неравенств $\begin{cases} log_{2-x}(2 - y) > 0, \\ log_{4-y}(2x - 2) > 0. \end{cases}$

10. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^{log_x} \cdot y = x^{\frac{5}{2}}, \\ log_4 y \cdot log_y(y - 3x) = 1. \end{cases}$

Автоматизированное тестирование в IpsilonUni

Наличие практических математических знаний и умений базового уровня подготовки (базовые вычислительные, алгоритмические и логические умения и навыки, умение анализировать информацию) проверяется в ходе автоматизированного тестирования в IpsilonUni.

Критерии оценивания. Компьютерный тест содержит 10 вопросов и оценивается в 10 баллов (ответ на 1 вопрос оценивается в 1 балл). Время тестирования – 30 минут.

Тест считается пройденным при оценке в 7 баллов. Если после третьей попытки студент не набирает 7 баллов, то итоговая оценка не может быть «отлично».

Некоторые вопросы итогового теста:

1. Сумма корней уравнения $\frac{x\sqrt[3]{x}-1}{x\sqrt[3]{x^2}-1} - \frac{x\sqrt[3]{x^2}-1}{\sqrt[3]{x}+1} = 4$ равна:

- 10;
- 9;
- 8;
- 7;
- 6.

2. Решение неравенства $|\log_3 x - 2| > |\log_3 x|$:

- (0; 3);
- [1; 3);
- (1; 3];
- (0; 1];
- (0; 1).

3. Сумма корней уравнения $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$ равна:

- $\frac{2}{3}$;
- $\frac{3}{2}$;
- 0;
- $-\frac{2}{3}$;
- $-\frac{3}{2}$.

4. Значение выражения $\frac{x^{\frac{3}{2}}-y^{\frac{3}{2}}}{x+y+\sqrt{xy}} + \frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ при $x > 0$, $y > 0$, $x \neq y$ можно привести к виду:

- $\sqrt{xy}$;
- $2\sqrt{x}$;

- $-2\sqrt{y}$;
- $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$;
- $\sqrt{x}+\sqrt{y}$.

5. Сумма всех целых решений системы неравенств $\begin{cases}\sqrt{1{,}5-x}<\sqrt{11},\\ \sqrt{(4+x)^2}>3\end{cases}$

- – 4;
- 1;
- 0;
- – 8;
- – 16;
- – 9.

6. Сумма корней уравнения $\log_{x-3}(2x^2+3)\cdot\log_7(x-3)\log_7(3x^2-9x+23)$ равна:

- 9;
- 7;
- 5;
- 3;
- 1.

7. Решение неравенства $x^{\log_3(x^2-2x-2)}>1$:

- $\left(1;\,\frac{2+\sqrt{11}}{2}\right)$;
- $(3;\,+\infty)$;
- $(1;3)$;
- $(0;1)$;
- $\left(\frac{2+\sqrt{11}}{2};\,+\infty\right)$;
- $(-1;3)$.

8. После приведения к рациональному виду знаменателя дроби $\frac{x}{\sqrt{y+\sqrt{y^2-x^2}}}$, y $>x>0$, он

равен:

- $2y^2-x^2$;
- x^2-y^2;
- y^2-x^2;
- y^2;
- x.

9. Сумма корней уравнения $\sqrt{5-x}=x+1$ равна:

- – 4;
- – 3;
- – 2;
- – 1;
- 0;
- 1;

- уравнение корней не имеет.

10. Сумма корней уравнения $\sqrt{1+8x-2x^2-x^3}=\sqrt{5-x^3}$ принадлежит промежутку:
   - [4; 5);
   - [3; 4);
   - [2; 3);
   - [1; 2);
   - [0; 1).

Контрольная работа

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Контрольная работа № 5 представлена двумя блоками заданий.

В первом блоке представлены задачи для поверки операциональных и практических умений, которые оцениваются, в совокупности, по 10-балльной шкале (решение каждой задачи оценивается максимум в 2 балла: 0 баллов – решение неправильное, 1 балл – решение правильное, но недостаточно обоснованное, 2 балла – решение правильное и хорошо аргументированное).

В результате: 5-10 баллов – «зачтено», 0-4 баллов – «не зачтено».

Во втором блоке – задания, проверяющие сформированность умения выявлять различные ошибки в решении алгебраических задач, которые оцениваются, в совокупности, по 10-балльной шкале (выполнение каждого задания на поиск ошибки оценивается максимум в 2 балла: 0 баллов – ошибка не найдена или ошибка найдена, но приведённое «верное» решение оказалось ошибочным 1 балл – ошибка найдена, но не соотнесена к определённому классу либо не приведёно «верное» решение, 2 балла – ошибка выявлена, определена её принадлежность к классу, указаны пути преодоления либо дано верное решение задачи).

В результате: 7-10 баллов – «зачтено», 0-6 баллов – «не зачтено».

Контрольная работа считается выполненной при результате не менее чем 5 баллов за первый блок и 7 баллов за второй блок.

Возможный вариант контрольной работы.

1 блок заданий

1. Решите неравенство $\sqrt{3x^2+5x+7}-\sqrt{3x^2+5x+2}>1$.

2. Решите систему уравнений $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{3x-2y}{2x}}+\sqrt{\dfrac{2x}{3x-2y}}=2,\\ 4y^2-1=3y(x-1)\end{cases}$.

3. Решите уравнение: $2^{2x}\cdot 9^x-2\cdot 6^{3x-1}+4^{2x-1}\cdot 9^{2x-1}=0$.

4. Решите неравенство $\log_{x+3}(9-x^2)-\dfrac{1}{16}\log^2_{x+3}(x-3)^2\geq 2$.

5. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $\log_{a-3,5}(4x^2+9)=\log_{a-3,5}(4(a-3)x+8)$ имеет ровно два различных корня.

2 блок заданий

В следующих решениях уравнений возможно допущены ошибки, которые следует выявить, объяснить и выполнить решение предложенных уравнений правильно (можно решить другим способом).

1. Решить уравнение

$$\log_{0,5}^2 x + 5\log_2 x = 6.$$

Решение.

$$\log_{0,5}^2 x + 5\log_2 x = 6 \Leftrightarrow \log_{2^{-1}}^2 x + 5\log_2 x = 6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\log_2^2 x + 5\log_2 x = 6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x - 5\log_2 x + 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x = 2\\ \log_2 x = 3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 4\\ x = 8.\end{array}\right.$$

$t = \log_2 x$: $t^2 - 5t + 6 = 0$; $D = 25 - 24 = 1$; $t = 2$ или $t = 3$.

Ответ: 4; 8.

2. Решить уравнение

$$\log_3(x^2 + 8x + 16) = 2.$$

Решение.

$$\log_3(x^2 + 8x + 16) = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x + 4)^2 = 2 \Leftrightarrow 2\log_3(x + 4) = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x + 4) = 1 \Leftrightarrow x + 4 = 3 \Leftrightarrow x = -1.$$

Ответ: -1.

3. Решить уравнение

$$\log_3 \frac{2x+1}{x} = \log_3(x+1) + \log_{\frac{1}{3}} x.$$

Решение.

$$\log_3 \frac{2x+1}{x} = \log_3(x+1) + \log_{\frac{1}{3}} x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \frac{2x+1}{x} = \log_3(x+1) + \log_{3^{-1}} x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_3(2x + 1) - \log_3 x = \log_3(x + 1) - \log_3 x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_3(2x + 1) = \log_3(x + 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}2x + 1 = x + 1,\\ x + 1 > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = 0,\\ x > -1\end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Ответ: 0.

4. Решите уравнение

$$\log_{x^3}\left(x^2 - 2\right) = \frac{1}{3}.$$

Решение.

$$\log_{x^3}\left(x^2 - 2\right) = \frac{1}{3},\ \frac{1}{3}\log_{|x|}\left(x^2 - 2\right) = \frac{1}{3},\ \log_{|x|}(x^2 - 2) = 1,$$

$$x^2 - 2 = |x|,\ x^2 - |x| - 2 = 0.$$

$x \geq 0$: $x^2 - x - 2 = 0$, $x = -1$ — посторонний корень, $x = 2$.

$x < 0$: $x^2 + x - 2 = 0$, $x = 1$ — посторонний корень, $x = -2$.

Ответ: 2; -2.

5. Решите уравнение

$$\log_5(3x+2)+\log_5(x+2)=\log_5(2x+4).$$

Решение.

$$\log_5(3x+2)+\log_5(x+2)=\log_5(2x+4),$$

$$(3x+2)+(x+2)=(2x+4).$$

$$3x+2>0,\ x+2>0,\ 2x+4>0,$$

$$3x+2+x+2=2x+4 \text{ и } x>-\frac{2}{3},$$

$$2x=0,\ x=0.$$

Ответ: 0.

6 семестр

Проверочные работы

<u>Методические рекомендации и критерии оценивания.</u>

Сформированность операциональных и практических знаний определяется по результатам выполнения пяти проверочных работ, каждая из которых оценивается по 8-балльной шкале; (в каждой работе 8 задач, решение каждой задачи оценивается максимум в 1 балл: 0 баллов – решение неправильное, 0,5 балла – решение правильное, но недостаточно обоснованное, 1 балл – решение правильное, аргументация полная); итого можно получить от 1 до 40 баллов.

<u>Возможный вариант проверочной работы по теме «Измерение треугольников».</u>

1.Используя свойства клетчатой бумаги, постройте угол, тангенс которого равен 5.

2. Используя единичную окружность, поясните смысл равенства: $\sin(90° - \alpha) = -\cos(180° - \alpha)$.

3. Используя свойства клетчатой бумаги, выясните (продемонстрируйте), чему равна сумма $arctg\frac{1}{2} + arctg\frac{1}{3}$.

4. Докажите следующее утверждение. Сумма синусов острых углов прямоугольного треугольника больше 1, но меньше 2.

5. Найдите в общем виде решение задачи: дано a, b, γ; требуется найти c, α, β. Проверить решение, вычислив длины сторон и величины углов треугольника, если $a = 49{,}4$; $b = 26{,}4$; $\gamma = 47°27'$.

6. Футбольный мяч находится в точке А футбольного поля на расстояниях 23 м и 24 м от оснований В и С стоек футбольных ворот. Футболист направляет мяч в ворота. Найдите угол α попадания мяча в ворота, если ширина ворот равна 7 м.

7. Определите высоту телевизионной антенны, которая отделена от исследователя рекой, если проведены следующие измерения: АВ=12 м., угол А равен 42°, угол В равен 47° (углы измерены с помощью астролябии, высота которой 1,4 м.).

8. Существует множество областей, в которых применяется тригонометрия. Например, метод триангуляции используется в астрономии для измерения расстояния до ближайших звезд, в географии для измерения расстояний между объектами, а также в спутниковых навигационных системах. В чем суть данного метода?

<u>Возможный вариант проверочной работы по теме «Тригонометрические функции числового аргумента».</u>

1. Отметьте на числовой прямой и на числовой окружности точки, соответствующие числам $-\frac{\pi}{6}, 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \dots$ – образующим бесконечную арифметическую прогрессию. Сколько таких точек будет на числовой окружности и сколько на прямой?

2. По данному значению одной из функций и интервалу найти значения остальных функций: $\sin x = \frac{3}{5},\ 0 < x < \frac{\pi}{2}$.

3. Определите четность/нечетность функции $f(x) = sinx + ctgx$.

4. Укажите наименьший период функции $f(x) = sin2x$.

5. Доказать, что если $sin^2x + cos^2y > 1$, то $sin^2y + cos^2x < 1$.

6. Найдите $(sinx + cosx)^2 + (sinx - cosx)^2$.

7. Найдите область определения функции $y = lnsin^2x$.

8. Доказать, что если углы α, β, γ треугольника удовлетворяют соотношению $cos3\alpha + cos3\beta + cos3\gamma = 1$, то один из этих углов равен $\frac{2\pi}{3}$.

Возможный вариант проверочной работы по теме «Тригонометрические тождества и преобразование тригонометрических выражений».

1. Вычислить $\cos(x + y)$, если $sinx = \frac{4}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$ и $cosy = -\frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < y < \pi$.

2. Упростить выражение: $sin^2\left(x - \frac{\pi}{8}\right) - cos^2(x + \frac{\pi}{8})$.

3. Докажите: $arctgx = arcsin\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

4. Докажите, что для $0 < x < \frac{\pi}{2}$ справедливо неравенство $x - \frac{x^3}{3} < sinx < x$.

5. Найти $tg(x + y)$, если $tgx + tgy = a$ и $ctgx + ctgy = b$.

6. Укажите все выпуклые четырехугольники, у которых суммы синусов противолежащих углов равны.

7. Выведите формулы приведения для функций синус, косинус, тангенс и котангенс; постройте графические и/или геометрические модели формул приведения.

8. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = sin^6x + cos^6x$.

Возможный вариант проверочной работы по теме «Тригонометрические уравнения».

1. Решите уравнение $\sin 2x = 2cos^2x$.

2. Решите уравнение $2cosx + sinx = 1$.

3. Решите уравнение $cos2x = \sqrt{2}(sinx + cosx)$.

4. Решите уравнение $cos3x \cdot cos^3x + sin3x \cdot sin^3x = \frac{1}{2}cos6x$.

5. Решите уравнение $sin^5x - cos^5x = \frac{1}{cosx} - \frac{1}{sinx}$.

6. Решите уравнение $arcsinx = 2arctgx$.

7. Решите уравнение $\frac{cos3x}{cosx} \cdot (2cos^2x - sin^2xcos^2x - 1) = 1$.

8. Решите систему $\begin{cases} sinx \cdot cosy = \frac{3}{4} \\ cosx \cdot siny = \frac{1}{4} \end{cases}$

Возможный вариант проверочной работы по теме «Тригонометрические неравенства».

1. Решите неравенство $\sin x \geq -\frac{1}{2}$.

2. Решите неравенство $ctg\ x \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$.

3. Решите неравенство $\sqrt{3}sin2x + cos2x < 1$.

4. Решите неравенство $cos2x + cosx > 0$.

5. Решите неравенство $\frac{cosx}{1+cos2x} < 0$.

6. Решите неравенство $tgx + 3ctgx - 4 > 0$.

7. Решите неравенство $2sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3}cos2x > 0$.

8. Решите неравенство $6sin^2x - sinxcosx - cos^2x > 2$.

Контрольная работа

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Контрольная работа № 6 представлена двумя блоками заданий.

В первом блоке представлены задачи для поверки операциональных и практических умений, которые оцениваются по традиционной 5-балльной шкале.

Во втором блоке – задания, проверяющие сформированность умения выявлять различные ошибки в решении тригонометрических задач, которые оцениваются по 5-балльной шкале (0 баллов – ошибки не выявлены; 1 балл – ошибки выявлены, но приведённые «верные» решение оказались ошибочными; 2 балла – ошибки найдены, но не соотнесены к определённым классам, 3 балла – ошибки найдены, соотнесены к определённым классам, но не приведёно «верное» решение; 4 балла – ошибки выявлены, определена их принадлежность к классам, указаны пути преодоления; 5 баллов – ошибки выявлены, определена их принадлежность к классам дано верное решение задачи).

В результате: 6-10 баллов – «зачтено», 0-5 баллов – «не зачтено».

Возможный вариант контрольной работы.

1 блок заданий

1. Постройте график функции: $y = \left|3sin\left(\pi + \frac{x}{3}\right)\right| - 1.$

2. Вычислите:

а) *sin x, tg x, ctg x, если cos x =-0,6* и $\pi < x < 3\pi/2$;

б) $arctg\left(-tg\frac{13\pi}{8}\right) + arcctg(ctg\left(-\frac{19\pi}{8}\right)).$

3. Упростите:

а) $\frac{sin\alpha+sin3\alpha+sin5\alpha+sin7\alpha}{cos\alpha+cos3\alpha+cos5\alpha+cos7\alpha}$;

б) *sin(arcos x + arcsin y).*

4. Решите уравнения:

а) $5sin^2x + \sqrt{3}\cdot sinxcosx + 6cos^2x = 5$;

б) $sin\ x + 7cos\ x = 5$;

в) $arccos\ x - arcsin\ x = \pi/6$.

5. Решите неравенство: $sin\ 4x + cos\ 4x\cdot ctg\ 2x > 1$.

2 блок заданий

Примерный вариант задания 2 блока

В представленном решении уравнения возможно допущены ошибки, которые следует выявить, объяснить и выполнить решение предложенного уравнения правильно (можно решить другим способом).

$sinx \cdot cos4x = 1$

Используемые положения: свойство ограниченности синуса и косинуса.

$$\left[\begin{array}{l} sinx = 1, cos4x = 1 \\ sinx = -1, cos4x = -1 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, 4x = 2\pi l, k, l \in Z \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, 4x = \pi + 2\pi n, m, n \in Z \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, x = \frac{\pi l}{2}, k, l \in Z \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, m, n \in Z \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in Z \\ x=-\frac{\pi}{2}+2\pi m, m\in Z \end{array}\right.$$

$$x=\frac{\pi}{2}+\pi k, k\in Z$$

Ответ: $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in Z$

Автоматизированное тестирование в IpsilonUni

Наличие практических математических знаний и умений базового уровня подготовки (базовые вычислительные, алгоритмические и логические умения и навыки, умение анализировать информацию) проверяется в ходе автоматизированного тестирования в IpsilonUni.

Критерии оценивания. Компьютерный тест содержит 10 вопросов и оценивается в 10 баллов (ответ на 1 вопрос оценивается в 1 балл). Время тестирования – 45 минут.

Тест считается пройденным при оценке в 7 баллов. Если после третьей попытки студент не набирает 7 баллов, то итоговая оценка не может быть «отлично».

Некоторые вопросы итогового теста:

1. Решение неравенства $sin\, x + cos\, x > 0$

А	$x\in\left(-\frac{3\pi}{4}+2\pi k;\ \frac{3\pi}{4}+2\pi k\right),\ k\in Z$
Б	$x\in\left(-\frac{\pi}{4}+2\pi k;\ \frac{\pi}{4}+2\pi k\right),\ k\in Z$
В	$x\in\left(-\frac{\pi}{4}+2\pi k;\ \frac{3\pi}{4}+2\pi k\right),\ k\in Z$
Г	$x\in\left(2\pi k;\ \pi+2\pi k\right),\ k\in Z$

2. Решение неравенства $sin3x\cdot cosx+sinx\cdot cos3x>0,3$

А	x∈(−arcsin0,3/4+πk/2;arcsin0,3/4+πk/2),k∈Z
Б	x∈(arcsin0,3/4+πk/2;π−arcsin0,3/4+πk/2),k∈Z
В	x∈(−arcsin0,3+2πk;arcsin0,3+2πk),k∈Z
Г	x∈(arcsin0,3+2πk;π−arcsin0,3+2πk),k∈Z

3. Корни уравнения

$$arcsin\left(x^2-4x+4\right)=\frac{\pi}{2}$$

А. 3

Б. 1 и 3

В. 1

Г. уравнение не имеет корней

4. Корни уравнения

$$cos\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)=0,7$$

А	$x = \frac{\pm \arccos 0{,}7}{4} - \frac{\pi}{12} + 2\pi k,\ k \in Z$
Б	$x = \frac{\pm \arccos 0{,}7}{4} - \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2},\ k \in Z$
В	$x = \frac{\pm \arccos 0{,}7}{4} - \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{4},\ k \in Z$
Г	$x = \pm \arccos 0{,}7 - \frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z$

5. Упростить выражение:

$$2tg\,x - tg(x-\pi) - ctg\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) =$$

А. $4 \cdot tg\,x$

Б. $2 \cdot tg\,x$

В. $tg\,x$

Г. 0

6. Записать в виде произведения $2\sin x + \sqrt{2} =$

А	$-4\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{x}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8} + \frac{x}{2}\right)$
Б	$4\sin\left(\frac{\pi}{8} + \frac{x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8} - \frac{x}{2}\right)$
В	$4\cos\left(\frac{\pi}{8} - \frac{x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8} + \frac{x}{2}\right)$
Г	$4\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8} + \frac{x}{2}\right)$

7. Если $x = 11/8$, то

А. $\sin x < 0,\ \cos x < 0$

Б. $\sin x < 0,\ \cos x > 0$

В. $\sin x > 0,\ \cos x < 0$

Г. $\sin x > 0,\ \cos x > 0$

8. Существует такое x, что $\sin x =$

А. $\sqrt{5}/\sqrt{5}$

Б. $\sqrt{(29)}/6$

В. $4/\sqrt{(15)}$

Г. $-2{,}5$

9. Решить треугольник по следующим данным: $a = 12;\ b = 21;\ \alpha = 30°$

А	$c \approx 24{,}0,\quad \beta \approx 61°$
Б	$c \approx 12{,}4,\quad \beta \approx 119°$
В	$c = 24,\quad \beta = 60°$

Г	$c \approx 12{,}4$, $\beta \approx 89°$

10. Решить треугольник по следующим данным: *c = 23;* α *= 48°,* β *= 73°:*
А. *a ≈ 29,8, b ≈ 17,7*
Б. *a ≈ 17,7, b ≈ 29,8*
В. *a ≈ 19,8, b ≈ 25,5*
Г. *a ≈ 25,5, b ≈ 19,8*

2) Задания для оценки «ПК-1 – способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей».

1 семестр

Учебный проект

Учебный проект «Разнообразие подходов к решению задачи»: анализ структуры школьных задач предметной области «Математика»; классификация школьных задач предметной области «Математика»; стратегии решения задач, поиск и анализ информации необходимой для решения конкретной познавательной задачи; применение различных подходов, методов, способов и приемов решения школьных задач предметной области «Математика», соответствующих ступеням основного и среднего (полного) общего образования.

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Учебный проект «Разнообразие подходов к решению задачи» является частью практической подготовки студентов. Продуктивные задания практической подготовки – групповые и индивидуальные проектные работы в области задачных конструкций различного назначения (серии, цепочки, циклы и пр. тренировочных, развивающих, исследовательских и познавательных задач предметной области «Математика»).

Учебный проект оценивается от 1 до 3 баллов в зависимости от качества выполненных заданий.

Методическая разработка

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Методические разработки представляют собой профессионально значимые проекты (составление задачных конструкций (серий, вариаций, окрестностей обращённых задач, цепочек или циклов) по одной из четырех изучаемых тем: «Элементарная теория делимости», «Теория сравнений по модулю», «Числовые системы (натуральные, рациональные, действительные числа)», «Систематические числа».

Оценивается качество методических разработок: пояснительная записка, полнота задачной конструкции, её образовательный потенциал, оригинальность заданий и пр. значимые для заказчика критерии) – от 1 до 5 баллов.

По итогам проделанной работы составляется письменный *Отчет о практической подготовке*, который оформляется в соответствии с требованиями, установленными Университетом, и прикрепляется студентами в системе Ipsilon для проверки и хранения в электронном виде.

Структура отчета о практической подготовке:

Титульный лист

Собственно отчёт (цель, задачи, проектное задание, планирование деятельности, описание деятельности по реализации проектного задания на каждом этапе (согласно составленному плану) и полученного образовательного продукта; выводы).

Отчёт о практической подготовке, как целостный документ, оценивается дополнительными баллами. Студент получает 2 балла за отчет, предоставленный и оформленный в соответствии с требованиями к работам, принятыми в СГУ.

2 семестр

Учебный проект

<u>*Методические рекомендации и критерии оценивания.*</u>

Учебный проект 2.1 «Определение понятий в научном исследовании». Локальное упорядочение математического материала. Работа с понятийным аппаратом по теме исследования из области математического образования школьников – от 0 до 3 баллов.

Учебный проект 2.2 «Анализ учебных математических текстов: постановка вопросов». Логический анализ учебных математических текстов: выделение субъекта и предиката в математическом тексте, общая логика изложения, выделение основных смысловых разделов, установление логической взаимосвязи между ними, позволяющей переходить от одного суждения к другому. Применение процедуры логического анализа учебных математических текстов в разных контекстах (выявление структуры текста, поиск логических ошибок, адаптация текста для различных категорий обучаемых и т.п.) – от 0 до 3 баллов.

Учебный проект 2.3 «Анализ методических текстов: обоснованность тезисов». Логический контекстный анализ психолого-педагогических (методических) текстов: выделение субъекта и предиката в тексте, общая логика изложения, выделение основных смысловых разделов, установление логической взаимосвязи между ними. Выделение тезисов. Анализ аргументов в поддержку тезисов – от 0 до 4 баллов.

По итогам проделанной работы составляется письменный *Отчет о практической подготовке*, который оформляется в соответствии с требованиями, установленными Университетом, и прикрепляется студентами в системе Ipsilon для проверки и хранения в электронном виде.

Отчёт о практической подготовке, как целостный документ, влияет на оценку следующим образом:

снимается 1 балл, если отчет оформлен не в соответствии с требованиями к работам, принятыми в СГУ, или

снимается 2 балла, если отчет оформлен не в соответствии с требованиями к работам, принятыми в СГУ и в нем отсутствует аналитическая составляющая (компонент педагогической рефлексии).

<u>Структура отчета о практической подготовке</u>:

Титульный лист

Собственно отчёт (цель, задачи, проектное задание, планирование деятельности, описание деятельности по реализации проектного задания на каждом этапе (согласно составленному плану) и полученного образовательного продукта; выводы).

3 семестр

Методическая разработка

<u>*Методические рекомендации и критерии оценивания.*</u>

Методические разработки представляют собой профессионально значимые проекты (составление задачных конструкций (серий, вариаций, окрестностей обращённых задач, цепочек или циклов) по одной из четырех изучаемых тем («Геометрические фигуры и тела», «Количественные геометрические задачи», «Геометрические преобразования», «Элементы конструктивной геометрии»).

Оценивается: качество методических разработок от 1 до 8 баллов:

– пояснительная записка – 2 балла,

– полнота задачной конструкции – 2 балла,

– её образовательный потенциал– 2 балла,

– оригинальность заданий – 2 балла.

По итогам проделанной работы составляется письменный *Отчет о практической подготовке*, который оформляется в соответствии с требованиями, установленными Университетом, и прикрепляется студентами в системе Ipsilon для проверки и хранения в электронном виде.

<u>Структура отчета о практической подготовке</u>:

Титульный лист

Собственно отчёт (цель, задачи, проектное задание, планирование деятельности, описание деятельности по реализации проектного задания на каждом этапе (согласно составленному плану) и полученного образовательного продукта; выводы).

Отчёт о практической подготовке, как целостный документ, оценивается дополнительными баллами. Студент получает 2 балла за отчет, предоставленный и оформленный в соответствии с требованиями к работам, принятыми в СГУ.

4 семестр

Методическая разработка

<u>*Методические рекомендации и критерии оценивания.*</u>

Методические разработки представляют собой профессионально значимые проекты (составление задачных конструкций (серий, вариаций, окрестностей обращённых задач, цепочек или циклов) по одной из четырех изучаемых тем («Алгебраические выражения», «Рациональные уравнения, неравенства и их системы», «Функциональный подход к решению уравнений, неравенств, их систем и совокупностей», «Дробно-рациональные уравнения, неравенства и их системы»).

Оценивается: качество методических разработок от 1 до 8 баллов:

– пояснительная записка – 2 балла,

– полнота задачной конструкции – 2 балла,

– её образовательный потенциал– 2 балла,

– оригинальность заданий – 2 балла.

По итогам проделанной работы составляется письменный *Отчет о практической подготовке*, который оформляется в соответствии с требованиями, установленными Университетом, и прикрепляется студентами в системе Ipsilon для проверки и хранения в электронном виде.

<u>Структура отчета о практической подготовке</u>:

Титульный лист

Собственно отчёт (цель, задачи, проектное задание, планирование деятельности, описание деятельности по реализации проектного задания на каждом этапе (согласно составленному плану) и полученного образовательного продукта; выводы).

Отчёт о практической подготовке, как целостный документ, оценивается дополнительными баллами. Студент получает 2 балла за отчет, предоставленный и оформленный в соответствии с требованиями к работам, принятыми в СГУ.

5 семестр

Лабораторные работы

<u>*Методические рекомендации и критерии оценивания.*</u>

За каждую из двух лабораторных работ («Иррациональные уравнения и неравенства», «Трансцендентные уравнения, неравенства»), студент может получить 5 баллов, при условии, что:

– работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий;

– самостоятельно и рационально выбраны методики проведения исследования, обеспечивающие получение результатов и выводов с наибольшей точностью;

– в представленном отчете правильно и аккуратно выполнены все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления и сформулированы выводы.

<u>*Возможные варианты лабораторной работы по теме «Иррациональные уравнения и неравенства».*</u>

Вариант 1. Заменой неизвестного решение иррациональных уравнений иногда можно свести к решению тригонометрических уравнений. Опишите этот метод решения иррациональных уравнений. Приведите не менее 10 примеров.

Вариант 2. Известно, что решить иррациональное уравнение/неравенство с параметром можно несколькими способами. На примере какого-либо иррационального уравнения/неравенства продемонстрируйте всевозможные способы его решения. На каждый способ приведите подборку задач.

Возможные варианты лабораторной работы по теме «Трансцендентные уравнения, неравенства».

Вариант 1. Решение показательных уравнений, в которых имеются три степени с различными основаниями, являющиеся последовательными членами геометрической прогрессии, причём эти основания возводятся в одну и ту же зависящую от x степень, сводится к решению квадратных уравнений. Продемонстрируйте это решение на конкретном примере. Приведите не менее 10 задач указанного вида с их решениями.

Вариант 2. Некоторые показательные уравнения содержат выражения вида $f(x)^{g(x)}$. Приведите примеры таких уравнений. Опишите алгоритм их решения. Продемонстрируйте это решение на конкретном примере. Приведите не менее 10 задач указанного вида с их решениями.

Методическая разработка

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Методические разработки представляют собой профессионально значимые проекты (составление задачных конструкций (серий, вариаций, окрестностей обращённых задач, цепочек или циклов) по одной из двух изучаемых тем («Иррациональные уравнения, неравенства и их системы», «Логарифмические и показательные уравнения, неравенства и их системы»).

Оценивается: качество методических разработок от 1 до 8 баллов:

– пояснительная записка – 2 балла,

– полнота задачной конструкции – 2 балла,

– её образовательный потенциал– 2 балла,

– оригинальность заданий – 2 балла.

По итогам проделанной работы составляется письменный *Отчет о практической подготовке*, который оформляется в соответствии с требованиями, установленными Университетом, и прикрепляется студентами в системе Ipsilon для проверки и хранения в электронном виде.

Структура отчета о практической подготовке:

Титульный лист

Собственно отчёт (цель, задачи, проектное задание, планирование деятельности, описание деятельности по реализации проектного задания на каждом этапе (согласно составленному плану) и полученного образовательного продукта; выводы).

Отчёт о практической подготовке, как целостный документ, оценивается дополнительными баллами. Студент получает 2 балла за отчет, предоставленный и оформленный в соответствии с требованиями к работам, принятыми в СГУ.

6 семестр

Лабораторные работы

Методические рекомендации и критерии оценивания.

За каждую из двух лабораторных работ («Измерение треугольников (чертёжные инструменты)», «Тригонометрические неравенства»), студент может получить 5 баллов, при условии, что:

– работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий;

– самостоятельно и рационально выбраны методики проведения исследования, обеспечивающие получение результатов и выводов с наибольшей точностью;

– в представленном отчете правильно и аккуратно выполнены все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления и сформулированы выводы.

Возможный вариант лабораторной работы №1 по теме «Измерение треугольников (чертёжные инструменты)».

Лабораторная работа №1.

Задание 1. Найдите длины сторон, медиан, высот, биссектрис, величины углов треугольника по следующим данным: $a = 5$, $b = 7$, $\alpha = 10°$.

Задание 2. Изобразите этот треугольник – рисунок 1.

Задание 3. Проведите в этом треугольнике все медианы – рисунок 2.

Задание 4. Проведите в этом треугольнике все высоты – рисунок 3.

Задание 5. Проведите в этом треугольнике все биссектрисы – рисунок 4.

Задание 6. Впишите и опишите окружности – рисунок 5.

Предоставьте выполненную работу однокурснику для проверки и оценки результатов.

Возможные варианты лабораторной работы№2 то теме «Тригонометрические неравенства».

Вариант 1. Известно, что решить тригонометрическое уравнение/неравенство с параметром можно несколькими способами. На примере какого-либо тригонометрического уравнения/неравенства продемонстрируйте всевозможные способы его решения. На каждый способ приведите подборку задач.

Вариант 2. При доказательстве тригонометрических неравенств используются те же приемы, что и при доказательстве алгебраических неравенств, причем при доказательстве синтетическим методом в качестве опорных часто используются неравенства:

если $0 < x_1 < x_2 < \frac{\pi}{2}$, то $sinx_1 < sinx_2$, $cosx_1 > cosx_2, tgx_1 < tgx_2, ctgx_1 > ctgx_2$,

$|sinx| \leq 1; |cosx| \leq 1;$ $sinx < x < tgx$, где $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Опишите этот и другие методы доказательства тригонометрических неравенств. Приведите не менее 10 примеров.

Методическая разработка

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Методические разработки представляют собой профессионально значимые проекты (составление задачных конструкций (серий, вариаций, окрестностей обращённых задач, цепочек или циклов) по одной из пяти изучаемых тем («Измерение треугольников», «Тригонометрические функции числового аргумента», «Тригонометрические тождества и преобразования тригонометрических выражений», «Тригонометрические уравнения», «Тригонометрические неравенства»).

Оценивается: качество методических разработок от 1 до 8 баллов:

– пояснительная записка – 2 балла,

– полнота задачной конструкции – 2 балла,

– её образовательный потенциал– 2 балла,

– оригинальность заданий – 2 балла.

По итогам проделанной работы составляется письменный *Отчет о практической подготовке*, который оформляется в соответствии с требованиями, установленными Университетом, и прикрепляется студентами в системе Ipsilon для проверки и хранения в электронном виде.

Структура отчета о практической подготовке:

Титульный лист

Собственно отчёт (цель, задачи, проектное задание, планирование деятельности, описание деятельности по реализации проектного задания на каждом этапе (согласно составленному плану) и полученного образовательного продукта; выводы).

Отчёт о практической подготовке, как целостный документ, оценивается дополнительными баллами. Студент получает 2 балла за отчет, предоставленный и оформленный в соответствии с требованиями к работам, принятыми в СГУ.

8 семестр

Методическая разработка

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Выполнение групповых и/или индивидуальных проектных работ в области задачных конструкций различного назначения (серии, цепочки, циклы и пр. тренировочных, развивающих, исследовательских и познавательных задач предметной области

«Математика»): оформление результатов в формате методической разработки – методическая разработка 7.1.

Оценивается: качество методических разработок: пояснительная записка, полнота задачной конструкции, её образовательный потенциал, оригинальность заданий и пр. значимые для заказчика критерии) – от 1 до 10 баллов.

1.2 Промежуточная аттестация

1 семестр

Вопрос	*Компетенция в соответствии с РПД*
1. Множества: основные понятия.	УК-1, ПК-1
2. Множества: классификация множеств.	УК-1, ПК-1
3. Конфигурации двух множеств.	УК-1, ПК-1
4. Основные операции и свойства операций над множествами.	УК-1, ПК-1
5. Отображение двух множеств.	УК-1, ПК-1
6. Разбиение множества.	УК-1, ПК-1
7. Классификация: виды классификаций; дихотомия.	УК-1, ПК-1
8. Свойства и операции над множествами в решении сюжетных задач; информационное моделирование логических сюжетных задач.	УК-1, ПК-1
9. Кардинальные числа.	УК-1, ПК-1
10. Сюжетные комбинаторные задачи и методы их решения.	УК-1, ПК-1
11. Логические комбинаторные задачи на установление взаимно-однозначного соответствия между элементами равномощных множеств и методы их решения.	УК-1, ПК-1
12. Решение комбинаторных задач с алгебраическим условием.	УК-1, ПК-1
13. Решение комбинаторных задач с геометрическим условием.	УК-1, ПК-1
14. Комбинаторные соединения с повторениями в текстовых задачах.	УК-1, ПК-1
15. Принцип Дирихле.	УК-1, ПК-1
16. Комбинаторная лингвистика.	УК-1, ПК-1
17. Натуральное число: определение.	УК-1, ПК-1
18. Множество натуральных чисел: определение.	УК-1, ПК-1
19. Метод математической индукции.	УК-1, ПК-1
20. Представление натурального числа различными способами.	УК-1, ПК-1
21. Отношение порядка на множестве натуральных чисел.	УК-1, ПК-1
22. Степень с натуральным показателем; свойства степени.	УК-1, ПК-1
23. Прямое и обратное арифметические действия с натуральными числами.	УК-1, ПК-1
24. Арифметический корень из натурального числа; свойства арифметического корня.	УК-1, ПК-1
25. Логарифм; свойства логарифма.	УК-1, ПК-1
26. Арифметические операции, определенные на множестве натуральных чисел; расширение понятия числа.	УК-1, ПК-1
27. Нуль, свойства нуля; множество неотрицательных целых чисел.	УК-1, ПК-1
28. Множество целых чисел; свойства целых чисел.	УК-1, ПК-1

29. Множество рациональных чисел; свойства рациональных чисел.	УК-1, ПК-1
30. Числовые ребусы и их решение.	УК-1, ПК-1
31. Арифметический метод решения сюжетных задач.	УК-1, ПК-1
32. Компьютерное моделирование решения сюжетных задач в электронных таблицах.	УК-1, ПК-1
33. Проблема Гольдбаха.	УК-1, ПК-1
34. Задачи по арифметике выпускных испытаний 1879 года: особенности решения.	УК-1, ПК-1
35. Числовые последовательности: определение, свойства.	УК-1, ПК-1
36. Арифметическая прогрессия и её частные случаи.	УК-1, ПК-1
37. Суммирование степеней членов арифметической прогрессии.	УК-1, ПК-1
38. Фигурные числа и их суммы.	УК-1, ПК-1
39. Последовательность квадратов натуральных чисел.	УК-1, ПК-1
40. Последовательность кубов натуральных чисел.	УК-1, ПК-1
41. Геометрические прогрессии; виды геометрических прогрессий.	УК-1, ПК-1
42. Последовательность аликвотных дробей.	УК-1, ПК-1
43. Последовательность Фибоначчи.	УК-1, ПК-1
44. Последовательность Фарея порядка m.	УК-1, ПК-1
45. Последовательность 1/2n и числа Канвея.	УК-1, ПК-1
46. Отношение делимости на множестве натуральных чисел.	УК-1, ПК-1
47. Классификация натуральных чисел в зависимости от количества делителей; основная теорема арифметики.	УК-1, ПК-1
48. Наибольший общий делитель двух (и более) натуральных чисел; взаимно-простые числа; свойства НОД.	УК-1, ПК-1
49. Нахождение НОД двух чисел различными методами; сокращение дробей.	УК-1, ПК-1
50. Наименьшее общее кратное двух (и более) натуральных чисел; свойства НОК и способы нахождения.	УК-1, ПК-1
51. Основные задачи теории делимости; сюжетные теоретико-числовые задачи.	УК-1, ПК-1
52. Задачи Диофанта.	УК-1, ПК-1
53. Классификация натуральных чисел по основанию «делится на n»; равноостаточность; отношение сравнимости по модулю.	УК-1, ПК-1
54. Классы вычетов; действия с остатками (арифметика классов вычетов).	УК-1, ПК-1
55. Свойства сравнений.	УК-1, ПК-1
56. Основные задачи теории сравнений по модулю; сюжетные теоретико-числовые задачи.	УК-1, ПК-1
57. Малая теорема Ферма, её следствие и применение к решению теоретико-числовых задач.	УК-1, ПК-1
58. Сравнение по модулю n с 1: применение к решению теоретико-числовых задач.	УК-1, ПК-1
59. Сравнение с неизвестной величиной.	УК-1, ПК-1
60. Решение сравнений первой степени.	УК-1, ПК-1
61. Методы решения сравнений первой степени.	УК-1, ПК-1
62. Диофантово уравнение I степени с двумя неизвестными;	УК-1, ПК-1

методы решения.	
63. Способы решения текстовых математических и сюжетных задач, математической моделью которых являются линейные уравнения с 2-4 неизвестными: историко-педагогический контекст.	УК-1, ПК-1
64. Решение сравнения по составному модулю. Система сравнений I степени.	УК-1, ПК-1
65. Система сравнений I степени; китайская теорема об остатках.	УК-1, ПК-1
66. Система двух сравнений с двумя неизвестными по одному простому модулю.	УК-1, ПК-1
67. Система двух сравнений с двумя неизвестными по одному модулю.	УК-1, ПК-1
68. Решение сравнений второй степени.	УК-1, ПК-1
69. Отношения и пропорции; основные свойства пропорции; непрерывная пропорция.	УК-1, ПК-1
70. Десятичные дроби; способы представления рациональных чисел в виде десятичных дробей. Правила обращения десятичных дробей в обыкновенные дроби.	УК-1, ПК-1
71. Простая табличная модель задач «на процентное содержание вещества»: структура, построение, сфера применения.	УК-1, ПК-1
72. Табличная модель задач «на смеси и сплавы»: структура, построение, сфера применения.	УК-1, ПК-1
73. Схематические модели задач «на смеси и сплавы»: история и современность.	УК-1, ПК-1
74. Цепные (непрерывные) дроби; свойства цепных дробей.	УК-1, ПК-1
75. Применение цепных дробей к решению сравнений.	УК-1, ПК-1
76. Свойства степени с рациональным показателем, корней из рационального числа, логарифмов рациональных чисел; логарифмов по рациональному основанию.	УК-1, ПК-1
77. Теория логарифмов, основанная на установлении соответствия между арифметической и геометрической числовыми прогрессиями.	УК-1, ПК-1
78. Математические софизмы, основанные на нетождественных преобразованиях иррациональных выражений.	УК-1, ПК-1
79. Числовые тождества Рамануджана (с доказательством одного).	УК-1, ПК-1
80. Архимедовы приближения для корня из 3..	УК-1, ПК-1
81. Систематические числа: запись натурального числа в q-ичной система счисления.	УК-1, ПК-1
82. Систематические числа: запись рационального числа в q-ичной система счисления.	УК-1, ПК-1
83. Систематические числа: перевода чисел из одной системы счисления в другую.	УК-1, ПК-1
84. Систематические числа: арифметика целых чисел.	УК-1, ПК-1
85. Систематические числа: извлечения квадратного корня.	УК-1, ПК-1
86. Делимость систематических чисел.	УК-1, ПК-1
87. Первые, последние и прочие цифры числа, записанного в десятичной системе счисления.	УК-1, ПК-1
88. Периоды десятичных дробей и репьюниты.	УК-1, ПК-1
89. Разнообразие систем счисления.	УК-1, ПК-1

90. Применение теории систематических чисел к решению теоретико-числовых задач.	УК-1, ПК-1

Практические задачи

1. Для a,b,k∈N *если* a⋮b, то ak⋮b.
2. Для a,b,k∈N: *если* a⋮k и b⋮k, то (a±b)⋮k
3. Для a,b,c,d∈N: *если* a⋮b и c⋮d, то ac⋮bd.
4. Для a,b,k∈N: *если* a⋮b, то a^k⋮b^k
5. Для a,b,c∈N: *если* a⋮b и b⋮c, то a⋮c.
6. Для a,b,k∈N: *если* a⋮k и b⋮k, то ab⋮k^2
7. Для a,b,c∈N: *если* a⋮bc, то a⋮b или a⋮c.
8. Два числа a и b сравнимы по модулю n тогда и только тогда, когда $a-b$ делится на n: $a \equiv b(mod\ n) \Leftrightarrow (a-b) \vdots n$.
9. Каждое число сравнимо по модулю n со своим остатком от деления на n: $a = nx+r \Rightarrow a \equiv r(mod\ n)$
10. $a \equiv b(mod\ n),\ n \vdots m \Rightarrow a \equiv b(mod\ m)$.
11. $n \equiv 0(mod\ n)$.
12. $n = a + b \Rightarrow a \equiv -b(mod\ n)$
13. $a = b + nx \Leftrightarrow a \equiv b(mod\ n)$
14. $a + c \equiv b(mod\ n) \Leftrightarrow a \equiv b - c(mod\ n)$.
15. $a \equiv b(mod\ n),\ x \equiv y(mod\ n) \Rightarrow a + x \equiv b + y(mod\ n)$
16. $a \equiv b(mod\ n),\ x \equiv y(mod\ n) \Rightarrow a - x \equiv b - y(mod\ n)$
17. $a \equiv b(mod\ n),\ x \equiv y(mod\ n) \Rightarrow ax \equiv by(mod\ n)$
18. $a \equiv b(mod\ n)$, k∈ Nk∈ N $\Rightarrow ak \equiv bk(mod\ n)$
19. $ad \equiv bd(mod\ n)$, *НОД(n,d)=1* $\Rightarrow a \equiv b(mod\ n)$
20. $a \equiv b(mod\ n) \Rightarrow$ *НОД(a,n) = НОД(b,n).*
21. $ad \equiv bd(mod\ dn) \Rightarrow a \equiv b(mod\ n)$

Методические рекомендации.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Практикум по решению математических задач» в 1 семестре проводится форме экзамена.

В билет входит два теоретических вопроса.

Первый вопрос – на локальное упорядочение материала теории учебных задач (5 баллов). Второй вопрос – на локальное упорядочение материала элементарной теории чисел и числовых систем (5 баллов). Ответ на каждый теоретический вопрос оценивается следующим образом:

– материал не структурирован – 1 балл,

– формулируются основные понятия, проводится их систематизация – 2 балла,

– помимо формулировок основных понятий приводятся их свойства – 3 балла,

– формулируются основные понятия, формулируются свойства и признаки этих понятий, описываются приложения – 4 баллов,

– математический материал изложен в соответствии с принципами локального упорядочения – 5 баллов.

В билет входят две задачи, проверяющие операциональные и практические умения студентов. Решение каждой задачи оценивается по традиционной 5-балльной шкале.

При проведении промежуточной аттестации:

18-20 баллов – ответ на «отлично»

15-17 баллов – ответ на «хорошо»

11-14 баллов – ответ на «удовлетворительно»

0-10 баллов – неудовлетворительный ответ

Максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента в I семестре по дисциплине « Практикум по решению математических задач» составляет **100** баллов.

91-100 баллов	«отлично»
81-90 баллов	«хорошо»
70-80 баллов	«удовлетворительно»

менее 70 баллов	«неудовлетворительно»

2 семестр

Вопрос	*Компетенция в соответствии с РПД*
1. Круг проблем интеррогативной логики.	УК-1, ПК-1
2. Основные логические категории интеррогативной логики – вопрос и ответ.	УК-1, ПК-1
3. Определение вопроса как формы мысли; разновидности вопросов, их функции и роль в мышлении человека.	УК-1, ПК-1
4. Определение корректного и некорректного вопроса; разновидности некорректных вопросов, как софистических, так и паралогических.	УК-1, ПК-1
5. Определение ответа как формы мышления.	УК-1, ПК-1
6. Что такое правильный ответ и как следует отвечать на вопросы	УК-1, ПК-1
7. Аргументация и ее цели.	УК-1, ПК-1
8. Связь диалога и аргументации.	УК-1, ПК-1
9. Виды аргументации.	УК-1, ПК-1
10. Структура, правила и ошибки аргументации	УК-1, ПК-1
11. Связь классической и математической логики.	УК-1, ПК-1
12. Высказывания и операции над ними.	УК-1, ПК-1
13. Формулы и тавтологии алгебры высказываний. Равносильность формул.	УК-1, ПК-1
14. Нормальные формы для формул алгебры высказываний. Применение нормальных форм	УК-1, ПК-1
15. Логическое следование формул. .	УК-1, ПК-1
16. Применение алгебры высказываний.	УК-1, ПК-1
17. Необходимые и достаточные условия.	УК-1, ПК-1
18. Правильные и неправильные рассуждения.	УК-1, ПК-1
19. Предикаты и множества. Применение логики предикатов.	УК-1, ПК-1
20. Булевы функции.	УК-1, ПК-1
21. Логика как наука.	УК-1, ПК-1
22. Математические понятия; определение понятий. Математические понятия как минимальные иерархические системы. Математические понятия: обобщение и ограничение понятий. Конструирование определений: виды определений.	УК-1, ПК-1
23. Суждения. Анализ простого суждения. Анализ сложного суждения.	УК-1, ПК-1
24. Дедуктивные умозаключения. Простые и сложные силлогизмы. Дедуктивное доказательство и опровержение.	УК-1, ПК-1

Примеры практических задач:

Задача 1. Применяя равносильные преобразования, приведите формулу $\neg((P\to Q)\wedge(Q\to\neg P)$ к наиболее простой форме.

Задача 2. Расположите формулы так, чтобы из каждой логические следовали все, стоящие после нее: $P \vee Q$; $\neg(P\to(Q\to P))$; $\neg(\neg P\wedge\neg Q)$; $\neg P\leftrightarrow Q$; $\neg P\wedge Q$.

Задача 3. Используя равносильные преобразования, приведите формулу

$\neg(P \vee Q) \wedge (P\to Q)$ к СДНФ.

Методические рекомендации.

Промежуточная аттестация по дисциплине « Практикум по решению математических задач» во 2 семестре проводится форме экзамена.

В билет входит два теоретических вопроса.

Первый вопрос – на локальное упорядочение материала раздела «Логика» (5 баллов). Второй вопрос – на локальное упорядочение материала раздела «Элементы математической логики» (5 баллов). Ответ на каждый теоретический вопрос оценивается следующим образом:

– материал не структурирован – 1 балл,

– формулируются основные понятия, проводится их систематизация – 2 балла,

– помимо формулировок основных понятий приводятся их свойства – 3 балла,

– формулируются основные понятия, формулируются свойства и признаки этих понятий, описываются приложения – 4 баллов,

– теоретический материал изложен в соответствии с принципами локального упорядочения – 5 баллов.

В билет входят две задачи, проверяющие операциональные и практические умения студентов. Решение каждой задачи оценивается по традиционной 5-балльной шкале.

При проведении промежуточной аттестации:

18-20 баллов – ответ на «отлично»

15-17 баллов – ответ на «хорошо»

11-14 баллов – ответ на «удовлетворительно»

0-10 баллов – неудовлетворительный ответ

Максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента во II семестре по дисциплине « Практикум по решению математических задач» составляет **100** баллов.

91-100 баллов	«отлично»
81-90 баллов	«хорошо»
70-80 баллов	«удовлетворительно»
менее 70 баллов	«неудовлетворительно»

3 семестр

Вопрос	***Компетенция в соответствии с РПД***
1. Основания геометрии, разнообразие аксиоматик.	УК-1, ПК-1
2 Геометрические фигуры на плоскости и в пространстве. Определение, классификация геометрических фигур по различным основаниям; признаки и свойства фигур.	УК-1, ПК-1
3. Методы изучения геометрических фигур, включая векторный и координатный методы	УК-1, ПК-1
4. Вычисление длин, углов, площадей и объёмов в разнообразных геометрических конфигурациях	УК-1, ПК-1
5. Методы измерения длин, углов, площадей и объёмов	УК-1, ПК-1
6. Геометрические преобразования плоскости	УК-1, ПК-1
7. Параллельный перенос и его свойства.	УК-1, ПК-1
8. Центральная симметрия и её свойства.	УК-1, ПК-1
9. Поворот и его свойства.	УК-1, ПК-1
10. Осевая симметрия и её свойства.	УК-1, ПК-1
11. Подобие, свойства подобия.	УК-1, ПК-1
12. Гомотетия как частный случай подобия фигур.	УК-1, ПК-1
13. Геометрические преобразования пространства.	УК-1, ПК-1
14. Конструктивная геометрия; аксиоматика конструктивной геометрии.	УК-1, ПК-1

15. Геометрические задачи на построение.	УК-1, ПК-1
16. Построение простейших геометрических фигур.	УК-1, ПК-1
17. Построение треугольников.	УК-1, ПК-1
18. Построение четырехугольников.	УК-1, ПК-1
19. Задачи на построение, связанные с окружностью.	УК-1, ПК-1
20.Построение отрезков, заданных алгебраическими выражениями.	УК-1, ПК-1
21. Построение геометрических фигур аналитическим методом.	УК-1, ПК-1
22.Методы изображений.	УК-1, ПК-1
23. Изображение призмы и построение её сечений.	УК-1, ПК-1
24. Построение пирамиды и её плоских сечений.	УК-1, ПК-1
25. Сечения цилиндра плоскостями.	УК-1, ПК-1
26. Сечения конуса плоскостями.	УК-1, ПК-1
27. Конфигурации многогранников и тел вращения (вписанные и описанные тела).	УК-1, ПК-1
28. Объёмы и поверхности тел вращения.	УК-1, ПК-1

Практические задачи

1. Докажите, что средние линии треугольника разбивают его на четыре равных треугольника.

2. Докажите, что прямоугольные равнобедренные треугольники подобны.

3. Докажите, что точка пересечения диагоналей ромба равноудалена от его сторон.

4. Докажите, что параллелограмм является ромбом, если его диагонали взаимно-перпендикулярны.

5. Докажите, что если диагональ параллелограмма делит его углы пополам, то этот параллелограмм – ромб.

6. Докажите, что площадь четырехугольника равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними.

7. Докажите, что площадь трапеции равна произведению длины ее средней линии на высоту.

8. Докажите, что квадрат стороны треугольников равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними (теорема косинусов).

9. Докажите, что при центральной симметрии плоскости прямая, не проходящая через центр симметрии, отображается на параллельную ей прямую.

10. Докажите, что стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов (теорема синусов).

11. Докажите, что при центральной симметрии плоскости прямая, проходящая через центр симметрии, отображается на себя.

12. Докажите, что две прямые, проходящие через одну вершину параллелограмма и середины противоположных этой вершине сторон, делят диагональ параллелограмма на три равные части.

13. Докажите, что если в треугольнике одна из медиан равна половине стороны, к которой она проведена, то этот треугольник прямоугольный.

14. Докажите, что медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника.

15. Докажите, что сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов его сторон.

16. Докажите, что если треугольник имеет ось симметрии, то он равнобедренный.

17. Докажите, что лучи, проведенные из вершины тупого угла параллелограмма через середины противолежащих сторон, делят диагональ параллелограмма на три равные части.

18. Докажите, что диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

19. Две окружности радиусов 3 и 1 касаются внешним образом. Найти расстояние от точки касания до их общей касательной.

20. В секторе OAB с радиусом R и углом 90° вписана окружность, касающаяся отрезков OA, OB и дуги AB. Найти радиус окружности.

21. Две окружности касаются внешним образом, и их общие касательные пересекаются под углом 60°. Найти радиус меньшей окружности, если радиус большей окружности равен 3 см.

22. Найти площадь поверхности пирамиды, в основании которой лежит треугольник со сторонами 13, 14 и 15, боковое ребро, противолежащее средней по величине стороне основания, перпендикулярно к плоскости основания и равно 16.

23. Основание треугольника равно 10 см. и углы, прилежащие к основанию, равны 30° и 45°. Найти площадь треугольника.

24. Высота, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, равна h и вдвое больше своей проекции на боковую сторону. Найти площадь треугольника.

25. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 3 см и 4 см. Диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найти объем параллелепипеда.

26. На гипотенузе прямоугольного треугольника отмечена точка D, равноудаленная от его катетов. Найти отношение длин отрезков, на которые точка днлит гипотенузу, если известно, что отношение длин катетов равно λ.

27. В равнобедренной трапеции с основаниями 20 и 12 диагонали пересекаются под углом 120°, направленным в сторону основания. Найти площадь трапеции.

28. В равнобедренной трапеции длина средней линии равна 5, а диагонали взаимно перпендикулярны. Найти площадь трапеции.

29. Длины диагоналей ромба относятся как 3 : 4, а площадь ромба равна 96 см^2. Найти сторону ромба.

30. Высота конуса равна диаметру его основания. Найти отношение площади его основания к боковой поверхности.

31. В треугольнике ABC: AB = 4, AC = 6, угол A равен 60°. Найти медиану, проведенную из вершины A.

32. Найти площадь равнобедренного треугольника с основанием 8, если радиус описанной около него окружности равен 5.

33. Найти площадь треугольника, если его стороны равны 15 см, 26 см и 37 см.

34. Найти площадь параллелограмма, если его диагонали равны 9 см и 8 см и острый угол между ними 45°.

35. В треугольнике ABC медиана AM перпендикулярна медиане BN. Найти площадь треугольника ABC, если AM = 6, MN = 5.

36. Найти высоту трапеции, если ее основания a и b ($a < b$) и острые углы между большим основанием и боковыми сторонами равны α и β.

37. В выпуклом четырехугольнике ABCD диагонали пересекаются в точке P так, что угол ADP равен половине угла PDC, угол ADP равен двум третьим угла PAD и AD=BD=CD. Найти все углы четырехугольника.

38. Найти площадь трапеции, диагонали которой равны 3 и 5, а отрезок, соединяющий середины оснований, равен 2.

39. В треугольнике ABC: AC = 8, BC = 6 проведена медиана AD = 7. Найти площадь треугольника ABC.

40. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$. Построить сечение, проходящее через сторону основания AB и противолежащую ей вершину противоположного основания E_1. Найти площадь построенного сечения, если все ребра призмы равны друг другу и равны 1.

41. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$. Построить сечение, проходящее через точки A, B, E_1. Найти площадь построенного сечения, если все ребра призмы равны друг другу и равны a.

Методические рекомендации.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Практикум по решению математических задач» в 3 семестре проводится в форме экзамена.

В билет входит теоретический вопрос на локальное упорядочение материала темы (5 баллов). Ответ оценивается следующим образом:

– материал не структурирован – 1 балл,

– формулируются основные понятия, проводится их систематизация – 2 балла,

– помимо формулировок основных понятий приводятся их свойства – 3 балла,

– формулируются основные понятия, формулируются свойства и признаки этих понятий, описываются приложения – 4 баллов,

– математический материал изложен в соответствии с принципами локального упорядочения – 5 баллов.

В билет входят три задачи: на доказательство, вычисление, построение (или одна комбинированная задача с тремя требованиями, заданными явно или неявно: построить, доказать, вычислить); – проверяющие операциональные и практические математические знания студентов по элементарной геометрии. Решение каждой задачи / подзадачи оценивается по традиционной 5-балльной шкале.

При проведении промежуточной аттестации:

18-20 баллов – ответ на «отлично»

15-17 баллов – ответ на «хорошо»

11-14 баллов – ответ на «удовлетворительно»

0-10 баллов – неудовлетворительный ответ

Максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента в III семестре по дисциплине « Практикум по решению математических задач» составляет **100** баллов.

91-100 баллов	«отлично»
81-90 баллов	«хорошо»
70-80 баллов	«удовлетворительно»
менее 70 баллов	«неудовлетворительно»

4 семестр

Вопрос	***Компетенция в соответствии с РПД***
1. Алгебраические выражения (многочлены). Действия над алгебраическими выражениями.	УК-1, ПК-1
2.Теорема о делении многочлена с остатком	УК-1, ПК-1
3. Нахождение корней многочленов.	УК-1, ПК-1
4. Многочлены с двумя и более переменными.	УК-1, ПК-1
5. Методы разложения многочленов на множители.	УК-1, ПК-1
6. Схема Горнера.	УК-1, ПК-1
7. Симметрические и возвратные уравнения и неравенства.	УК-1, ПК-1
8. Решения рациональных уравнений, неравенств с модулем.	УК-1, ПК-1
9. Решение системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	УК-1, ПК-1
10. Рациональные уравнения, неравенства и системы как алгебраические модели математических и практических задач.	УК-1, ПК-1
11. Графические и геометрические модели уравнений, неравенств, систем и совокупностей.	УК-1, ПК-1
12. Применение свойств элементарных функций к решению уравнений и неравенств.	УК-1, ПК-1
13. Геометрические преобразования графиков функций.	УК-1, ПК-1
14. Сложные функции и их графики.	УК-1, ПК-1
15. Теоремы о равносильности дробно-рациональных уравнений и неравенств.	УК-1, ПК-1
16. Метод интервалов.	УК-1, ПК-1
17. Решение симметричных систем дробно-рациональных уравнений.	УК-1, ПК-1
18. Доказательство дробно-рациональных неравенств.	УК-1, ПК-1

19. Дробно-рациональные уравнения, неравенства и системы как алгебраические модели математических и практических задач.	УК-1, ПК-1

Методические рекомендации.

Промежуточная аттестация по дисциплине « Практикум по решению математических задач» в 4 семестре проводится в виде собеседования по результатам освоения модуля. Для успешного прохождения собеседования необходимо регулярно выполнять все задания в течение семестра. Готовиться к собеседованию можно также по материалам лекций.

Критерии оценивания.

Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения, правила в конкретных случаях.

При проведении промежуточной аттестации студент может получить от 1 до 10 баллов:

– 0-2 баллов – студент формулирует основные понятия темы, может воспроизвести решение любой ранее решённой задачи, но затрудняется в обосновании решения / не зачтено.

– 3-5 баллов – студент формулирует основные понятия темы и свойства этих понятий, может решить любую типовую задачу / зачтено.

– 6-8 баллов – студент демонстрирует уверенное знание теоретического материала и умение применять полученные знания к решению (типовых и типовых повышенной сложности) задач / зачтено.

– 9-10 баллов – студент демонстрирует умение применять полученные знания к решению различных (типовых и нетиповых) задач / зачтено.

Максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента в 4 семестре по дисциплине « Практикум по решению математических задач» составляет **100** баллов.

70 баллов и более	«зачтено»
менее 70 баллов	«не зачтено»

5 семестр

Вопрос	***Компетенция в соответствии с РПД***
Теоретическая часть	
1. Методы решения иррациональных уравнений и неравенств.	УК-1, ПК-1
2. Решение уравнений вида $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} = h(x)$.	УК-1, ПК-1
3. Решение уравнений вида $\sqrt[3]{f(x)} \pm \sqrt[3]{g(x)} = h(x)$.	УК-1, ПК-1
4. Решение уравнений вида $\sqrt[3]{f(x)} \pm \sqrt[3]{g(x)} = \sqrt[3]{h(x)} \pm \sqrt[3]{j(x)}$.	УК-1, ПК-1
5. Системы и совокупности иррациональных уравнений и неравенств.	УК-1, ПК-1
6. Иррациональные уравнения, неравенства и системы как алгебраические модели математических и практических задач.	УК-1, ПК-1
7. Показательная функция и ее график.	УК-1, ПК-1
8. Логарифмическая функция и ее график.	УК-1, ПК-1
9. Классификация логарифмических уравнений по методам, способам и приёмам их решения.	УК-1, ПК-1
10. Показательные уравнения, неравенства и их системы.	УК-1, ПК-1
11. Показательные и логарифмические уравнения, неравенства и системы как алгебраические модели математических, прикладных и практических задач.	УК-1, ПК-1

12. «Счисление сложных процентов и сложных уплат» из учебника «Алгебры» начала XX века.	УК-1, ПК-1
Практическая часть (примерные задания)	
1. Решите неравенство: $\sqrt{x^2-x-12} > x-1$.	УК-1, ПК-1
2. Решите уравнение: $4^x - 4^{\sqrt{x}+1} = 3\cdot 2^{x+\sqrt{x}}$.	УК-1, ПК-1
3. Решите неравенство: $\log_3(x+2) > \log_{x+2} 81$	УК-1, ПК-1
4. Решите неравенство $log_2\frac{5-12x}{12x-8} + log_{\frac{1}{2}} x \le 0$.	УК-1, ПК-1
5. Решите неравенство $log_{\frac{\sqrt{3}}{2}}\left(x^2-3x+2\right) \ge 2$	УК-1, ПК-1
6. Найдите область допустимых значений переменной x в выражении $\sqrt{\frac{3x}{1-9x}}$.	УК-1, ПК-1
7. Решите уравнение $\log_3(x+4) = -3x-3$.	УК-1, ПК-1
8. Решите уравнение $x = 4+\sqrt{21-4x}$.	УК-1, ПК-1
9. Решите уравнение $81^{\log_{\frac{1}{3}}(x^2-0,5x-9)} = 16^{\log_{\frac{1}{2}}(7-0,5x)}$.	УК-1, ПК-1
10. Решите уравнение $3\log_2 x^2 - \log_2^2(-x) = 9$.	УК-1, ПК-1
11. Решите неравенство $\frac{1}{3^{\sqrt{x}}} \le \frac{1}{9}$.	УК-1, ПК-1
12. Решите уравнение $\log_{\frac{1}{5}} \log_5 \sqrt{5x} = 0$.	УК-1, ПК-1
13. Решите уравнение $8^x - 2^{x+1} - 4 = 0$.	УК-1, ПК-1
14. Решите уравнение: $\sqrt{x^2-3x+5} + x^2 = 3x+7$.	УК-1, ПК-1
15. Решите неравенство $\frac{1}{3^x+5} < \frac{1}{3^{x+1}-1}$.	УК-1, ПК-1
16. Решите неравенство $2^{x^2-6x-2,5} > 16\sqrt{2}$.	УК-1, ПК-1
17. Решите неравенство $\log_{x+3}(9-x^2) - \frac{1}{16}\log^2_{x+3}(x-3)^2 \ge 2$.	УК-1, ПК-1
18. Решите неравенство $36^x - 2\cdot 18^x - 8\cdot 9^x > 0$.	УК-1, ПК-1
19. Решите уравнение $\log_{3-4x^2}(9-16x^4) = 2 + \frac{1}{\log_2(3-4x^2)}$.	УК-1, ПК-1
20. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}} \frac{2x^2-4x-6}{4x-11} \le -1$.	УК-1, ПК-1
21. Решите систему неравенств: $\begin{cases} 4^x \le 9\cdot 2^x + 22, \\ \log_3(x^2-x-2) \le 1 + \log_3 \frac{x+1}{x-2}\cdot \end{cases}$	УК-1, ПК-1

Методические рекомендации и критерии оценивания.

Промежуточная аттестация по дисциплине « Практикум по решению математических задач» в 5 семестре проводится в форме зачета с оценкой.

Студент может получить от 0 до 10 баллов.

Первый вопрос – теоретический (5 баллов) – оценивается следующим образом:

– материал не структурирован – 1 балл,

– формулируются основные понятия, проводится их систематизация – 2 балла,

– помимо формулировок основных понятий приводятся (без доказательства) их свойства – 3 баллов,

– формулируются основные понятия, формулируются свойства и признаки этих понятий, приводятся некоторые доказательства – 4 баллов,

– математический материал изложен в соответствии с принципами локального упорядочения – 5 баллов.

Второй вопрос – практический (решение заданий) (5 баллов).

– решение задания находится на стадии анализа данных – 1 балл,

− намечен, но не реализован план решения – 2 балла

− задание решено, но недостаточно обоснованно – 3 балла,

− задание решено, хорошо аргументировано, но некорректно оформлено – 4 балла,

− задание решено, хорошо аргументировано и дидактически верно оформлено − 5 баллов.

При проведении промежуточной аттестации:

– 9-10 баллов – ответ на «отлично» / зачтено

– 7-8 баллов – ответ на «хорошо» / зачтено

– 4-6 баллов – ответ на «удовлетворительно» / зачтено

– 0-3 баллов – неудовлетворительный ответ / не зачтено

Максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента в 5 семестре по дисциплине « Практикум по решению математических задач» составляет **100** баллов.

91-100 баллов	«отлично» / зачтено
81-90 баллов	«хорошо» / зачтено
67-80 баллов	«удовлетворительно» / зачтено
менее 67 баллов	«неудовлетворительно» / не зачтено

6 семестр

Вопрос	***Компетенция в соответствии с РПД***
1.Тригонометрические функции острого угла.	УК-1, ПК-1
2.Решение прямоугольных треугольников.	УК-1, ПК-1
3.Распространение (обобщение) тригонометрических функций на прямой и тупой углы.	УК-1, ПК-1
4.Аркфункции.	УК-1, ПК-1
5.Тригонометрические функции числового аргумента.	УК-1, ПК-1
6.Свойства тригонометрических функций: $y = sin\ x$, $y = cos\ x$, $y = tg\ x$, $y = ctg\ x$, $y = sec\ x$, $y = cosec\ x$.	УК-1, ПК-1
7.Определение обратных тригонометрических функций: $y = arcsin\ x$, $y = arccos\ x$, $y = arctg\ x$, $y = arcctg\ x$, $y = arcsec\ x$, $y = arccosec\ x$.	УК-1, ПК-1
8. Тригонометрические тождества.	УК-1, ПК-1
9.Тригонометрические уравнения и алгебраические уравнения относительно тригонометрических функций.	УК-1, ПК-1
10. Элементарные тригонометрические уравнения.	УК-1, ПК-1
11. Методы решения тригонометрических уравнений.	УК-1, ПК-1
12. Методы решения алгебраических уравнений относительно тригонометрических функций	УК-1, ПК-1
13.Решение уравнения вида $a \times cos\ x + b \times sin\ x = c$.	УК-1, ПК-1
14.Универсальная тригонометрическая подстановка.	УК-1, ПК-1

15.Решение уравнений, содержащих обратные тригонометрические функции.	УК-1, ПК-1
16. Тригонометрические неравенства и алгебраические неравенства относительно тригонометрических функций.	УК-1, ПК-1
17. Простейшие тригонометрические неравенства.	УК-1, ПК-1
18. Теоремы о тригонометрических неравенствах, содержащих обратные тригонометрические функции.	УК-1, ПК-1
19. Решение тригонометрических неравенств.	УК-1, ПК-1
20. Графический метод решения тригонометрических неравенств.	УК-1, ПК-1
21. Тригонометрический подход к решению практических геометрических задач	УК-1, ПК-1
22. Основные соотношения, содержащие обратные тригонометрические функции.	УК-1, ПК-1
23. Формулы сложения аргументов.	УК-1, ПК-1
24. Формулы двойного аргумента.	УК-1, ПК-1
25.Формулы половинного аргумента.	УК-1, ПК-1
26.Формулы суммы и разности тригонометрических функций.	УК-1, ПК-1
27.Формулы произведения тригонометрических функций.	УК-1, ПК-1
28.Теорема тангенсов и теорема котангенсов.	УК-1, ПК-1

Практические задачи

1. Доказать тождество $\frac{1}{1+tg^2 x}+\frac{1}{1+ctg^2 x}=1$.

2. Доказать неравенство $\cos 36° > tg\ 36°$.

3. Доказать тождество $\frac{\sin 2x-\sin 3x+\sin 4x}{\cos 2x-\cos 3x+\cos 4x}=tg 3x$.

4. Доказать тождество $\frac{1+\sin 2\alpha+\cos 2\alpha}{1+\sin 2\alpha-\cos 2\alpha}=ctg\alpha$.

5. Доказать, что если $sin^2x + cos^2y > 1$, то $sin^2y + cos^2x < 1$.

6. Вычислить $\sin^3 x+\cos^3 x$, если $\sin x+\cos x=a$.

7. Доказать равенство $\sin 10^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ = \frac{1}{8}$.

8. Доказать неравенство $-\sqrt{2} \le sinx + cosx \le \sqrt{2}$.

9. Доказать неравенство $sin^6x + cos^6x \ge \frac{1}{4}$.

10. Доказать неравенство $tgx + ctgx \ge 2$, если $0 < x < \frac{\pi}{2}$

11. Доказать неравенство $tgx + ctgx > sinx + cosx$, если $0 < x < \frac{\pi}{2}$

12. Докажите следующее утверждение. Сумма синусов острых углов прямоугольного треугольника больше 1, но меньше 2.

13.Решите уравнение $2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos 3x=\cos 3x$.

14. Решите уравнение $\sin x+\sin 2x=\cos x+2\cos^2 x$.

15. Решите уравнение $\sin x+3\cos x=0$.

16. Решите уравнение $3\sin x+\cos x=2$.

17. Решите уравнение $\sin x-\cos x=1$.

18. Решите уравнение $\sin x+\cos x=1$.

19. Решите уравнение $\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$.

20. Решить уравнение $\cos 2x + \sin x \cdot \cos x = 1$.

21. Решить уравнение $\cos 2x - \cos 8x + \cos 6x = 1$.

22. Решить уравнение $3\sin 2x + 4 \sin x \cdot \cos x + 5 \cos 2x = 2$.

23. Решить уравнение $3 \sin x - 5 \cos x = 7$.

24. Решить уравнение $2 \sin x \cdot \sin 3x = \cos 4x$.

25. Решить уравнение $3 \sin x - 4 \cos x = 3$.

26. Решите уравнение $4 - 4(\cos x - \sin x) - \sin 2x = 0$.

27. Найдите сумму корней уравнения $\cos 4x + \cos 2x + 1 = 0$ на отрезке $[0; 10\pi]$.

28. Решите уравнение $\cos^3 x + \sin^3 x - \sin 2x - 1 = 0$.

29. Решите уравнение $\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} = 3$.

30. Решите уравнение $\cos 5x + \sin x = \cos x - \sin 3x$.

31. Решите уравнение $\cos\frac{x}{2} \cdot \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = \frac{1}{16}$.

32. Решите уравнение $1 + \cos 4x = \frac{2}{\sin x}$.

33. Решите неравенство $\cos x < \frac{1}{2}$.

34. Решить неравенство $\sin x + \cos x \geq \sqrt{2}$.

35. Решить неравенство $|\sin x + \cos x| > 1$.

36. Решить неравенство $6 \sin^2 x + \sin x - 2 \geq 0$.

37. Решите систему неравенств $\begin{cases} tgx \geq \sqrt{3} \\ \sin 3x > \frac{1}{2} \end{cases}$

38. Решите систему уравнений с параметром: $\begin{cases} \sin x \cdot \cos x = a^2, \\ \sin y \cdot \cos x = a. \end{cases}$

39. Футбольный мяч находится в точке А футбольного поля на расстояниях 23 м и 24 м от оснований В и С стоек футбольных ворот. Футболист направляет мяч в ворота. Найдите угол α попадания мяча в ворота, если ширина ворот равна 7 м.

40. Определите высоту телевизионной антенны, которая отделена от исследователя рекой, если проведены следующие измерения: АВ=12 м., угол А равен 42°, угол В равен 47° (углы измерены с помощью астролябии, высота которой 1,4 м.).

41. Доказать, что если углы α, β, γ треугольника удовлетворяют соотношению $cos3\alpha + cos3\beta + cos3\gamma = 1$, то один из этих углов равен $\frac{2\pi}{3}$.

42. Докажите: $arctgx = arcsin\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

43. Докажите, что для $0 < x < \frac{\pi}{2}$ справедливо неравенство $x - \frac{x^3}{3} < sinx < x$.

44. Решите уравнение $arcsinx = 2arctgx$.

45. Решите уравнение $\frac{cos3x}{cosx} \cdot (2cos^2x - sin^2xcos^2x - 1) = 1$.

46. Решите систему $\begin{cases} sinx \cdot cosy = \frac{3}{4} \\ cosx \cdot siny = \frac{1}{4} \end{cases}$

47. Решите неравенство $\sqrt{3}sin2x + cos2x < 1$.

48. Решите неравенство $cos2x + cosx > 0$.

49. Решите неравенство $\frac{cosx}{1+cos2x} < 0$.

50. Решите неравенство $tgx + 3ctgx - 4 > 0$.

51. Решите неравенство $2sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3}cos2x > 0$.

52. Решите неравенство $6sin^2x - sinxcosx - cos^2x > 2$.

53. Найдите длины сторон и величины углов треугольника по следующим данным: $a = 5$, $b = 7$, $\alpha = 10°$.

54. Найдите длины медиан и высот треугольника по следующим данным: $a = 5$, $b = 7$, $\alpha = 10°$.

55. Найдите длины биссектрис треугольника по следующим данным: $a = 5$, $b = 7$, $\alpha = 10°$.

56. Решить треугольник по следующим данным: $c = 23$; $\alpha = 48°$, $\beta = 73°$:

Методические рекомендации.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Практикум по решению математических задач» в 6 семестре проводится в форме экзамена.

В билет входит теоретический вопрос – на локальное упорядочение материала темы (5 баллов). Ответ оценивается следующим образом:

– материал не структурирован – 1 балл,

– формулируются основные понятия, проводится их систематизация – 2 балла,

– помимо формулировок основных понятий приводятся их свойства – 3 балла,

– формулируются основные понятия, формулируются свойства и признаки этих понятий, описываются приложения – 4 баллов,

– математический материал изложен в соответствии с принципами локального упорядочения – 5 баллов.

В билет входят три задачи: на доказательство тождеств и тождественных неравенств, на решение уравнения /неравенства / системы (в систему могут входить уравнение и неравенство с одной неизвестной), приложение тригонометрии к решению геометрических задач; – проверяющие операциональные и практические умения студентов. Решение каждой задачи оценивается по традиционной 5-балльной шкале.

При проведении промежуточной аттестации:

18-20 баллов – ответ на «отлично»

14-17 баллов – ответ на «хорошо»

9-13 баллов – ответ на «удовлетворительно»

0-8 баллов – неудовлетворительный ответ

Максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента в VI семестре по дисциплине «Практикум по решению математических задач» составляет **100** баллов.

91-100 баллов	«отлично»
81-90 баллов	«хорошо»
66-80 баллов	«удовлетворительно»
менее 66 баллов	«неудовлетворительно»

8 семестр

Содержание раздела «Избранные вопросы элементарной математики с ПРЗ» определяется ежегодно в зависимости от предпочтений в изучении ряда вопросов элементарной математики будущими бакалаврами. Возможна апробация магистерских работ, посвящённых предметно-методической подготовке будущих учителей математики.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Практикум по решению математических задач» в 8 семестре проводится в форме зачета с оценкой.

В экзаменационный билет входит теоретический вопрос, который оценивается следующим образом: 1 балл, если материал не структурирован; 2-3 балла, если формулируются основные понятия, проводится их систематизация; 4-6 балла, если помимо формулировок основных понятий приводятся (без доказательства) их свойства; 7-8 баллов, если формулируются основные понятия, формулируются свойства и признаки этих понятий, приводятся идеи доказательства основных теоретических положений; 9-10 баллов –математический материал изложен в соответствии с принципами локального упорядочения, приводятся примеры применения теории к решению задач.

При проведении промежуточной аттестации:

9-10 баллов – ответ на «отлично» / зачтено

7-8 баллов – ответ на «хорошо» / зачтено

4-6 баллов – ответ на «удовлетворительно» / зачтено

0-3 балла – неудовлетворительный ответ / не зачтено

Максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента в VIII семестре по дисциплине «Практикум по решению математических задач» составляет **100** баллов.

86-100 баллов	«отлично» / зачтено
76-85 баллов	«хорошо» / зачтено
60-75 баллов	«удовлетворительно» / зачтено
менее 60 баллов	«неудовлетворительно» / не зачтено

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры математики и методики ее преподавания (протокол № 1 от 31 августа 2022 года).

Авторы: Вдовиченко А.А., Капитонова Т. А., Кулибаба О.М.