МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»
Механико-математический факультет

СОГЛАСОВАНО
заведующий кафедрой
математического анализа,
к.ф.-м.н., доцент
_______________А.М.Захаров
"29" августа 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ
председатель НМК механико-математического факультета,
к.ф.-м.н., доцент
___________С.В. Тышкевич
"29" августа 2022 г.

Фонд оценочных средств

Текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), практике

Математический анализ

Направление подготовки бакалавриата

44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки бакалавриата

Математическое образование

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Саратов,
2022

Карта компетенций

Контролируемые компетенции (шифр компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык)	Виды заданий и оценочных средств
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**1.1_Б.УК-1.** Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи. **2.1_Б.УК-1.** Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. **3.1_Б.УК-1.** Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки. **4.1_Б.УК-1.** Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности. **5.1_Б.УК-1.** Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.	**Знать:** - постановку и методы решения основных задач математического анализа; - методы формализации задач **Уметь:** – анализировать задачи, выделяя их базовые составляющие; логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь; – находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. **Владеть:** навыками работы с информацией из различных источников.	Контрольная работа, Тесты, Коллоквиум.
ПК-1 Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего	**1.1_Б.ПК-1.** Воспроизводит основные теоретические положения и решает типовые задачи по дисциплинам высшей математики, являющимся теоретическими основами школьного курса математики (теория чисел, алгебра, геометрия,	**Знать:** основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, приложения в других областях математического знания	Контрольная работа, Тесты, Коллоквиум.

и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей	математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика) **2.1_Б.ПК-1.** Объясняет учебный математический материал (в рамках программ основного общего и среднего общего образования) и решает и объясняет решение задач элементарной математики. **3.1_Б.ПК-1.** Проводит контекстный анализ учебных математических текстов. **4.1_Б.ПК-1.** Проводит контекстный анализ учебных, учебно-методических материалов, анализ педагогических ситуаций, решает педагогические задачи. **5.1_Б.ПК-1.** Проводит и анализирует учебные занятия по программам основного общего и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей.	и дисциплинах естественнонаучного содержания. **Уметь:** доказывать утверждения математического анализа, решать задачи математического анализа, уметь применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания. **Владеть:** аппаратом математического анализа, методами доказательства утверждений, навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.	

Показатели оценивания планируемых результатов обучения

Семестр	Шкала оценивания			
	2	3	4	5

1 семестр	Не владеет базовыми понятиями дифференциального исчисления	Демонстрирует понимание базовых понятий дифференциального исчисления; формулирует определения и некоторые свойства курса математического анализа	Структурирует базовые термины и понятия дифференциального исчисления; структурирует элементы теорий (формулирует определения и доказывает основные теоремы) курса математического анализа	Знает дифференциальное исчисление; локально упорядочивает и излагает изученный раздел курса математического анализа
2 семестр	Не имеет представления о терминах и базовых понятиях раздела числовые, функциональные и степенные ряды	Недостаточно уверенно формулирует термины и базовые понятия раздела числовые, функциональные и степенные ряды	Применяет полученные знания из раздела числовые, функциональные и степенные ряды в учебной деятельности и верно с ними оперируют	Структурирует полученные знания из раздела числовые, функциональные и степенные ряды; Излагает математический материал, уверенно применяет в теории и на практике полученные знания
3 семестр	Не имеет общего представления о дифференцировании функций многих переменных	Имеет не полное представление об основных понятиях, концепциях, результатах и задачах дифференцирования функций многих переменных	Сформированы, но содержат отдельные пробелы, представления об основных понятиях, концепциях, результатах, задачах дифференцирования функций многих переменных	Отлично знает основные понятия, концепции, результаты и задачи дифференцирования функций многих переменных; применяет полученные знания в профессиональной деятельности

4 семестр	Не владеет знаниями о криволинейных и поверхностных интегралах	Владеет знаниями о криволинейных и поверхностных интегралах, эпизодически применяет их в учебной деятельности	Использует полученные математические знания в учебной деятельности; преимущественно самостоятельно решает типовые задачи курса математического анализа	Использует полученные знания о криволинейных и поверхностных интегралах в профессиональной деятельности, самостоятельно решает типовые задачи курса математического анализа
5 семестр	Не владеет знаниями об интегральном исчислении и рядах Фурье	Имеет не до конца сформированное представление об интегральном исчислении и рядах Фурье; владеет естественнонаучным языком на низком уровне	Ориентируется в терминах интегрального исчисления и имеет четкое представление о рядах Фурье; хорошо владеет естественнонаучным языком, применяет его в учебной деятельности	С уверенностью воспроизводит основные результаты, понятия интегрального исчисления и рядах Фурье; без затруднения решает соответствующие практические задания
6 семестр	Не справляется с решением дифференциальных уравнений	Имеет не до конца сформированное представление о дифференциальных уравнениях и методах их решений	Самостоятельно решает типовые дифференциальные уравнения	В профессиональной деятельности определяет тип решаемой задачи, распознает

				разновидность дифференциальных уравнений и уверенно владеет методами интегрирования дифференциальных уравнений

Оценочные средства

1.1 Задания для текущего контроля

1) Задания для оценки «УК-1»:

Контрольная работа

(примеры типовых заданий контрольных работ)

Перед написанием контрольных работ студент должен освоить соответствующий теоретический материал, выучить необходимые формулы, разобрать ранее решенные задачи и примеры.

1 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Вариант 1

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^{2x+1}$,

2**.** Исследовать на разрыв функцию $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}25}{2x-1}$,

3. Найти производную функции $f(x)=\arcsin^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x)=\dfrac{2x^3+28}{2x^2-1}$

Вариант 2

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{1-\sqrt{3-x}}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+x^2}{3+x^2}\right)^{4x^2}$,

2. Исследовать на разрыв функцию $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$,

3. Найти производную функции $f(x)=\arccos^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$,

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x)=\dfrac{8x^5+2}{x^3-3}$.

1 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Вариант 1

1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+3x-10}{5x^2-4x+3}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x^2}{0{,}1x^2}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$,

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x)=\dfrac{x^2-1}{2x-1}$,

4. Найти асимптоты $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}25}{2x-1}$.

Вариант 2

1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3-9x+1}{2x^3-3x}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{tg 4x}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$.

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x)=\dfrac{x^2-4}{3x-2}$.

4. Найти асимптоты $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$.

2 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

Вариант 1

1. Найти интегралы:

1) $\int\dfrac{x^4-x^2+5x}{x^3}dx$; 2) $\int\dfrac{2x+5}{x^3-x^2+2x-2}dx$; 3) $\int x\arcsin x dx$; 4) $\int\dfrac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2px,\ x^2 = 2py$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int\limits_3^{+\infty} \frac{x^2}{x^2+4}dx;$

Вариант 2

1. Найти интегралы:

1) $\int \frac{(x^3+2)^2}{\sqrt{x}}dx;$ 2) $\int \frac{x^2-1}{x^3+x^2+x}dx;$ 3) $\int x\ln x dx;$ 4) $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x}dx;$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x-2y-1=0,\ y^2 = 2px$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int\limits_1^{+\infty} \frac{1}{x^2+1}dx;$

2 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

Вариант 1

1. Исследовать на сходимость ряд: $2-\frac{3}{2}+\ldots+(-1)^{n+1}\frac{n+1}{n}+\ldots$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(x+1)^n}$,

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $1+2x^2+4x^4+8x^6+\ldots$.

4. Разложить функцию $y=\frac{x-3}{(x+1)^1}$ в степенной ряд по степеням *x*.

Вариант 2

1. Исследовать на сходимость ряд: $-1+\frac{1}{\sqrt{2}}-\ldots+(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n}}+\ldots$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n^2}$

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $(x-4)-\frac{(x-4)^3}{3}+\frac{(x-4)^5}{5}-\ldots$

4. Разложить функцию $y=\frac{x+2}{x^2-5x+6}$ в степенной ряд по степеням x.

<u>3 семестр</u>
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5

<u>Вариант 1</u>

1. Найти частные производные функции: 1) $z=\cos(2x^2+y^2)$, 2) $z=\mathrm{tg}(\arcsin(2x+y)+5)$

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $z=x^y+y^2$, 2) $z=\frac{\sin x}{3^y}$.

3. Найти экстремум функции: $z=x^2-3xy-y^2-2x+6y+1$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=x^3+8y^3-6xy+1$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x=0,\quad x=2,\quad y=1,\quad y=-1.$

<u>Вариант 2</u>

1. Найти частные производные функции: 1) $z=xe^y+ye^x$, 2) $z=\sin x(\mathrm{tg}y)+e^x\cos(y+x)$.

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $z=x^2+y^x$, 2) $z=\frac{\sin y}{2^x}$.

3. Найти экстремум функции: $z=3x^2+xy-6y^2-6x-y+9$

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=arctg(x^2-xy+y)$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x=-2,\quad x=2,\quad y=3,\quad y=-3.$

<u>4 семестр</u>
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №6

<u>Вариант 1</u>

1. Вычислить двойной интеграл: $\iint\limits_D \sqrt{a^2-x^2-y^2}\,dxdy$, где D – круг $x^2+y^2=ax.$

2. Тройным интегрированием вычислить объем тела, ограниченного параболоидом $z=x^2+y^2$ и плоскостями $z=0,\quad y=1,\quad y=2x,\quad y=6-x.$

<u>Вариант 2</u>

1. Вычислить двойной интеграл: $\iint\limits_D e^{x^2+y^2}dxdy$, где $D-$ круг $x^2+y^2=r^2$.

2. Тройным интегрированием вычислить объем тела, ограниченного параболоидом $x^2+y^2-z=1$ и плоскостью $z=0$.

<u>4 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №7

<u>Вариант 1</u>

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_L xdy+ydx$ по контуру треугольника, ограниченного осями координат и прямой $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$;

2) $\int\limits_L \frac{xdx}{y}+\frac{dy}{y-a}$ по отрезку циклоиды: $x=a(t-\sin t),\ y=a(1-\cos t)$ от точки $t=\frac{\pi}{6}$ до точки $t=\frac{\pi}{3}$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F}=x^2y\cdot\vec{i}+y^2z\cdot\vec{j}+z^2x\cdot\vec{k}$.

<u>Вариант 2</u>

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_L xdy-ydx$ по кривой $y=x^3$ от точки (0;0) до точки (2;8);

2) $\int\limits_L \frac{x^2dy-y^2dx}{x^{\frac{5}{3}}+y^{\frac{5}{3}}}$ по астроиде $x=a\cos^3 t,\ y=a\sin^3 t$ от точки $(a;0)$ до точки $(0;a)$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F}=xy^2\cdot\vec{i}-yz\cdot\vec{j}+z^2\cdot\vec{k}$.

<u>5 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

<u>Вариант 1</u>

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S x^2dS,$ где S – боковая поверхность конуса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}=\frac{z^2}{c^2}, 0\le z\le h.$

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_{\sigma} y^2 dxdz$, где σ – внутренняя сторона полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, y \ge 0$.

3. Найти поток векторного поля $\vec{a} = (x - 2z) \cdot \vec{i} + (3z - 4x) \cdot \vec{j} + (5x + y) \cdot \vec{k}$ через треугольник АВС с вершинами *A(1;0;0),B(0;1;0),C(0;0;1),* предполагая, что нормальный вектор составляет острые углы с координатными осями.

4. Пользуясь формулой Стокса, вычислить криволинейный интеграл $I = \int\limits_{\text{ÎÀ}} yzdx + 3xzdy + 2xydz$, где OA – кривая, $x = t\cos t,\ y = t\sin t,\ z = t^2$, $0 \le t \le 2\pi$, *O(0;0;0), A(2π(2π;0*^{2} *).*

<u>Вариант 2</u>

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_{S} x^2 dS$, где S – нижняя часть полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \le 0$.

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_{\sigma} z^4 dxdy$, где σ – внутренняя сторона поверхности полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \ge 0$.

3. Найти поток векторного поля $\vec{a} = (x - 2z) \cdot \vec{i} + (3z - 4x) \cdot \vec{j} + (5x + y) \cdot \vec{k}$ через треугольник, полученный при пересечении плоскости $6x + 2y + 3z - 6 = 0$ с плоскостями координат (нормаль составляет острые углы с осями координат).

4. Пользуясь формулой Остроградского-Гаусса, вычислить интеграл $\text{Ï} = \iint\limits_{\Phi} x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy$, где Φ – внешняя сторона сферы $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

<u>5 семестр</u>
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

<u>Вариант 1</u>

1. Разложить в ряд Фурье функцию $\mathrm{y} = \mathrm{x}^2$ в интервале $(-\pi, \pi)$. Пользуясь разложением, вычислить сумму ряда: $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \ldots$

2. Разложить в ряд Фурье по синусам на интервале $(0, \pi)$ функцию $f(x) = \cos ax$, где a – целое число.

3. Разложить в ряд Фурье функцию $y = |\cos x|$. Пользуясь этим разложением, вычислить суммы рядов: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{4n^2 - 1}$ è $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$.

4. Разложить в ряд Фурье функцию $y = f(x)$, заданную на $(-2;2)$ выражением $f(x) = \begin{cases} 0 & при -2 < x \le 0, \\ \frac{1}{2}x & при\ 0 < x < 2, \end{cases}$ имеющую период $2l = 4$.

5. Разложить в ряд по косинусам функцию $y = x$ на $[0;\pi]$.

<u>Вариант 2</u>

1. Разложить в ряд Фурье функцию $y = |x|$ в интервале $(-\pi, \pi)$. Пользуясь разложением, вычислить сумму ряда: $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + ...$

2. Разложить в ряд Фурье по косинусам на интервале $(0, \pi)$ функцию $f(x) = \sin ax$, где a – целое число.

3. Разложить в ряд Фурье функцию $y = x^2$ в промежутке $[-\pi; \pi]$. С помощью полученного ряда показать, что $\frac{\pi^2}{12} = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + ...$

4. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} 1 & для -1 \le x < 0, \\ x & для\ 0 < x \le 1. \end{cases}$

5. Разложить в ряд по синусам функцию $y = x$ на $[0;\pi)$.

Критерии оценивания контрольных работ:

1. Работа №1 (от 0 до 20 баллов).
Критерии оценки:
- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов
- от 76 % до 100 % - 20 баллов

2. Работа №2 (от 0 до 20 баллов).
- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов
- от 76 % до 100 % - 20 баллов

Таблица. Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку (экзамен):

от 90 до 100 баллов	«отлично»
от 80 до 89 баллов	«хорошо»
от 65 до 79 баллов	«удовлетворительно»
меньше 64 баллов	«неудовлетворительно»

Тесты

6 семестр

ТЕСТ. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 10

I. Решить уравнения.

1. $xydx+(x+1)dy=0$.

a) $y=C(x+1)e^{-x};x=-1$ b) $y=C(x-1)e^{-x};x=1$ c) $y=C(x+1)e^{-x};x=-2$

2. $e^{-s}\left(1+\dfrac{ds}{dt}\right)=1.$

a) $e^{s}=1+Ce^{t}$ b) $e^{-s}=1+Ce^{t}$ c) $e^{-s}=1-Ce^{t}$

3. $y'=\cos(y-x).$

a) $ctg\dfrac{y+x}{2}=x+C;\ y+x=2\pi k,\ k=0,\pm1,...$

b) $ctg\dfrac{y}{2}=x+C;\ y=2\pi k,\ k=0,\pm1,...$

c) $ctg\dfrac{y-x}{2}=x+C;\ y-x=2\pi k,\ k=0,\pm1,...$

II. Решить данные уравнения и найти решения, удовлетворяющие начальным условиям.

1. $(x+2y)y'=1;\ \ y(0)=-1.$

a) $x-2y+2=Ce^{y};\ x-2y+2=0$

b) $x+2y+2=Ce^{y};\ x+2y+2=0$

c) $x+2y-2=Ce^{y};\ x+2y-2=0$

2. $y'ctgx+y=2;\ \ y(x)\to-1$ при $x\to0$

a) $y=2-C\cos x;\ y=2-3\cos x$

b) $y=2+C\cos x;\ y=2-3\cos x$

c) $y=2+C\cos x;\ y=2+3\cos x$

3. $x^2y'-cos2y=1;\ \ y(x)=\dfrac{9\pi}{4}$ при $x\to+\infty$

a) $y = arctg\left(1-\frac{2}{x}\right)+2\pi$ b) $y = arctg\left(1+\frac{2}{x}\right)+2\pi$ c) $y = arcctg\left(1-\frac{2}{x}\right)+2\pi$

III. Решить однородные уравнения.

1. $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$.

a) $y = x\ln\ln Cx$ b) $y = -x\ln Cx$ c) $y = -x\ln\ln Cx$

2. $y' = 2\left(\frac{y+2}{x+y-1}\right)^2$.

a) $y+2 = Ce^{-2arctg\frac{y+2}{x-3}}$ b) $y-2 = Ce^{-2arctg\frac{y-2}{x-3}}$ c) $y+2 = Ce^{2arctg\frac{y+2}{x+3}}$

3. $\frac{2}{3}xyy' = \sqrt{x^6 - y^4} + y^2$.

a) $\arcsin\frac{y^3}{|x^2|} = \ln Cx^2;\ |x^2| = y^3$

b) $\arcsin\frac{y^2}{|x^3|} = \ln Cx^3;\ |x^3| = y^2$

c) $\arccos\frac{y^2}{|x^3|} = \ln Cx^3;\ |x^3| = y^2$

IV. Решить линейное уравнение первого порядка.

1. $y' + ytgx = \sec x$.

a) $y = \cos x + C\sin x$ b) $y = \sin x + C\cos x$ c) $y = \sin x - C\cos x$

2. $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$.

a) $y = x^4\ln^2 Cx;\ y = 0$ b) $y = x^4\ln^2 Cx;\ y = 1$ c) $y = x^3\ln^2 Cx;\ y = 0$

3. $y' + 2y = y^2e^x$.

a) $y(e^x + Ce^{2x}) = 1;\ y = 1$ b) $y(e^x + Ce^{2x}) = 0;\ y = 0$ c) $y(e^x + Ce^{2x}) = 1;\ y = 0$

V. С помощью замены переменных или дифференцирования привести уравнения к линейным и решить их.

1. $y(x)=\int\limits_0^x y(t)dt+x+1.$

a) $y=2e^{-x}-1$ b) $y=2e^{x}-1$ c) $y=2e^{x}+1$

2. $x(e^y-y')=2.$

a) $e^{-y}=Cx^2+x$ b) $e^{-y}=Cx^2$ c) $e^{y}=Cx^2+x$

VI. Найдите путем подбора частное решение уравнение $y'+2ye^x-y^2=e^{2x}+e^x.$, приведите уравнение Риккати к уравнению Бернулли и решите его.

a) $y=e^{-x}-\dfrac{1}{x+C};\ y=e^{-x}$ b) $y=e^{x}+\dfrac{1}{x+C};\ y=e^{x}$ c) $y=e^{x}-\dfrac{1}{x+C};\ y=e^{x}$

VII. Решить уравнения, если они являются уравнениями в полных дифференциалах.

1. $\dfrac{3x^2+y^2}{y^2}dx-\dfrac{2x^3+5y}{y^3}dy=0.$

a) $x+\dfrac{x^3}{y^2}+\dfrac{5}{y}=C$ b) $x-\dfrac{x^3}{y^2}-\dfrac{5}{y}=C$ c) $x-\dfrac{x^3}{y^2}+\dfrac{5}{y}=C$

2. $(1+y^2\sin 2x)dx-2y\cos^2 xdy=0.$

a) $x+y^2\cos^2 x=C$ b) $x-y^2\cos^2 x=C$ c) $x-y^2\sin^2 x=C$

VIII. Найти все решения данного уравнения, выделить особые решения (если они есть).

$yy'^3+x=1.$

a) $y(x-C)^2=1;\ y=0$ b) $y(x+C)^2=1;\ y=1$ c) $y(x+C)^2=1;\ y=0$

IX. Решить уравнение методом введения параметра.

$x=y'\sqrt{y'^2+1}.$

a) $x=p\sqrt{p^2+1},\ 3y=(2p^2-1)\sqrt{p^2+1}+C$

b) $x=p\sqrt{p^2+1},\ y=(2p^2-1)\sqrt{p^2+1}+C$

c) $x=p\sqrt{p^2+1},\ 3y=(2p^2+1)\sqrt{p^2+1}+C$

X. Решить уравнения Лагранжа и Клеро.

1. $xy' - y = \ln y'$.

a) $y = Cx - \ln C;\ y = \ln x - 1$

b) $y = Cx + \ln C;\ y = \ln x - 1$

c) $y = Cx - \ln C;\ y = \ln x + 1$

2. $y + xy' = 4\sqrt{y'}$.

a) $x\sqrt{p} = \ln p + C,\ y = \sqrt{p}(4 + \ln p + C);\ y = 0$

b) $x\sqrt{p} = \ln p + C,\ y = \sqrt{p}(4 - \ln p - C);\ y = 0$

c) $x\sqrt{p} = \ln p + C,\ y = \sqrt{p}(4 - \ln p - C);\ y = 1$

Коллоквиум

Коллоквиум - средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися по изученным ранее темам.

Критерии оценки.

Коллоквиум по курсу лекций проводится в виде индивидуального собеседования по вопросам, входящих в число экзаменационных - от **0 до 25 баллов**.

Критерии оценки:

- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 5 баллов
- от 51 % до 75 % - 15 баллов
- от 76 % до 100 % - 25 баллов

Задания для оценки «ПК-1» :

Контрольная работа

1) (примеры типовых заданий контрольных работ)

Перед написанием контрольных работ студент должен освоить соответствующий теоретический материал, выучить необходимые формулы, разобрать ранее решенные задачи и примеры.

<u>1 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

<u>Вариант 1</u>

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^{2x+1}$,

2. Исследовать на разрыв функцию $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}25}{2x-1}$,

3. Найти производную функции $f(x)=\arcsin^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x)=\dfrac{2x^3+28}{2x^2-1}$

Вариант 2

1. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{1-\sqrt{3-x}}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+x^2}{3+x^2}\right)^{4x^2}$,

2. Исследовать на разрыв функцию $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$,

3. Найти производную функции $f(x)=\arccos^2(\cos\sqrt{3x^3+1})$,

4. Найти производную 2-го порядка функции $f(x)=\dfrac{8x^5+2}{x^3-3}$.

<u>1 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Вариант 1

1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+3x-10}{5x^2-4x+3}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x^2}{0{,}1x^2}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$,

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x)=\dfrac{x^2-1}{2x-1}$,

4. Найти асимптоты $f(x)=\dfrac{x^2-0{,}25}{2x-1}$.

Вариант 2

1. Найти пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{6x^3-9x+1}{2x^3-3x}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{tg\,4x}$,

2. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы $f(x)=\frac{x^2}{x-1}$.

3. Найти промежутки вогнутости, выпуклости и точки перегиба $f(x)=\frac{x^2-4}{3x-2}$.

4. Найти асимптоты $f(x)=\frac{x^2-0{,}49}{3x-2{,}1}$.

__2 семестр__

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

<u>Вариант 1</u>

1. Найти интегралы:

1) $\int\frac{x^4-x^2+5x}{x^3}dx$; 2) $\int\frac{2x+5}{x^3-x^2+2x-2}dx$; 3) $\int x\arcsin x dx$; 4) $\int\frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=2px,\ x^2=2py$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int\limits_3^{+\infty}\frac{x^2}{x^2+4}dx$;

<u>Вариант 2</u>

1. Найти интегралы:

1) $\int\frac{(x^3+2)^2}{\sqrt{x}}dx$; 2) $\int\frac{x^2-1}{x^3+x^2+x}dx$; 3) $\int x\ln x dx$; 4) $\int\frac{\sqrt{x-1}}{x}dx$;

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x-2y-1=0,\ y^2=2px$.

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int\limits_1^{+\infty}\frac{1}{x^2+1}dx$;

__2 семестр__

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

<u>Вариант 1</u>

1. Исследовать на сходимость ряд: $2-\frac{3}{2}+\ldots+(-1)^{n+1}\frac{n+1}{n}+\ldots$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(x+1)^n}$,

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $1+2x^2+4x^4+8x^6+\ldots$.

4. Разложить функцию $y=\frac{x-3}{(x+1)^1}$ в степенной ряд по степеням *x*.

<u>Вариант 2</u>

1. Исследовать на сходимость ряд: $-1+\frac{1}{\sqrt{2}}-\ldots+(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n}}+\ldots$

2. Определить область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n^2}$

3. Указать радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда: $(x-4)-\frac{(x-4)^3}{3}+\frac{(x-4)^5}{5}-\ldots$

4. Разложить функцию $y=\frac{x+2}{x^2-5x+6}$ в степенной ряд по степеням *x*.

<u>3 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5

<u>Вариант 1</u>

1. Найти частные производные функции: 1) $\mathrm{z}=\cos(2\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2)$, 2) $\mathrm{z}=\mathrm{tg}(\arcsin(2\mathrm{x}+\mathrm{y})+5)$

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $\mathrm{z}=\mathrm{x}^{\mathrm{y}}+\mathrm{y}^2$, 2) $\mathrm{z}=\frac{\sin\mathrm{x}}{3^{\mathrm{y}}}$.

3. Найти экстремум функции: $z=x^2-3xy-y^2-2x+6y+1$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=x^3+8y^3-6xy+1$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x=0,\quad x=2,\quad y=1,\quad y=-1$.

Вариант 2

1. Найти частные производные функции: 1) $z = xe^{y} + ye^{x}$, 2) $z = \sin x(\mathrm{tg} y) + e^{x}\cos(y + x)$.

2. Найти все частные производные 2-го порядка функции: 1) $z = x^2 + y^x$, 2) $z = \dfrac{\sin y}{2^x}$.

3. Найти экстремум функции: $z = 3x^2 + xy - 6y^2 - 6x - y + 9$

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = arctg(x^2 - xy + y)$ в прямоугольнике, ограниченном прямыми: $x = -2,\quad x = 2,\quad y = 3,\quad y = -3.$

4 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №6

Вариант 1

1. Вычислить двойной интеграл: $\iint\limits_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}\,dxdy$, где D – круг $x^2 + y^2 = ax.$

2. Тройным интегрированием вычислить объем тела, ограниченного параболоидом $z = x^2 + y^2$ и плоскостями $z = 0,\quad y = 1,\quad y = 2x,\quad y = 6 - x.$

Вариант 2

1. Вычислить двойной интеграл: $\iint\limits_D e^{x^2+y^2}\,dxdy$, где D – круг $x^2 + y^2 = r^2$.

2. Тройным интегрированием вычислить объем тела, ограниченного параболоидом $x^2 + y^2 - z = 1$ и плоскостью $z = 0$.

4 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №7

Вариант 1

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_L xdy + ydx$ по контуру треугольника, ограниченного осями координат и прямой $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$;

2) $\int\limits_L \dfrac{xdx}{y} + \dfrac{dy}{y - a}$ по отрезку циклоиды: $x = a(t - \sin t),\ y = a(1 - \cos t)$ от точки $t = \dfrac{\pi}{6}$ до точки $t = \dfrac{\pi}{3}$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F} = x^2 y \cdot \vec{i} + y^2 z \cdot \vec{j} + z^2 x \cdot \vec{k}.$

Вариант 2

1. Вычислить криволинейные интегралы:

1) $\int\limits_L xdy - ydx$ по кривой $y = x^3$ от точки (0;0) до точки (2;8);

2) $\int\limits_L \frac{x^2 dy - y^2 dx}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}$ по астроиде $x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t$ от точки $(a;0)$ до точки $(0;a)$.

2. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F} = xy^2 \cdot \vec{i} - yz \cdot \vec{j} + z^2 \cdot \vec{k}.$

5 семестр

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

Вариант 1

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S x^2 dS,$ где S – боковая поверхность конуса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = \frac{z^2}{c^2}, 0 \le z \le h.$

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_\sigma y^2 dxdz,$ где σ – внутренняя сторона полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, y \ge 0.$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a} = (x - 2z) \cdot \vec{i} + (3z - 4x) \cdot \vec{j} + (5x + y) \cdot \vec{k}$ через треугольник ABC с вершинами *A(1;0;0),B(0;1;0),C(0;0;1),* предполагая, что нормальный вектор составляет острые углы с координатными осями.

4. Пользуясь формулой Стокса, вычислить криволинейный интеграл $I = \int\limits_{ÎÀ} yzdx + 3xzdy + 2xydz,$ где OA – кривая, $x = t\cos t,\ y = t\sin t,\ z = t^2,$ $0 \le t \le 2\pi,$ *O(0;0;0), A(2π(2π;0*^{2} *).*

Вариант 2

1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S x^2 dS,$ где S – нижняя часть полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \le 0.$

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint\limits_\sigma z^4 dxdy,$ где σ – внутренняя сторона поверхности полусферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \ge 0.$

3. Найти поток векторного поля $\vec{a} = (x-2z)\cdot\vec{i} + (3z-4x)\cdot\vec{j} + (5x+y)\cdot\vec{k}$ через треугольник, полученный при пересечении плоскости $6x+2y+3z-6=0$ с плоскостями координат (нормаль составляет острые углы с осями координат).

4. Пользуясь формулой Остроградского-Гаусса, вычислить интеграл $\ddot{I} = \iint\limits_{\Phi} x^2dydz + y^2dzdx + z^2dxdy,$ где Ф – внешняя сторона сферы $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2.$

<u>5 семестр</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

<u>Вариант 1</u>

1. Разложить в ряд Фурье функцию $\mathrm{y} = \mathrm{x}^2$ в интервале $(-\pi, \pi)$. Пользуясь разложением, вычислить сумму ряда: $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + ...$

2. Разложить в ряд Фурье по синусам на интервале $(0, \pi)$ функцию $f(x) = \cos ax$, где a – целое число.

3. Разложить в ряд Фурье функцию $y = |\cos x|$. Пользуясь этим разложением, вычислить суммы рядов: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{4n^2-1}\,\grave{e}\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4n^2-1}$.

4. Разложить в ряд Фурье функцию $y = f(x)$, заданную на $(-2;2)$ выражением $f(x) = \begin{cases} 0 \quad при -2 < x \le 0, \\ \frac{1}{2}x \quad при\ 0 < x < 2, \end{cases}$ имеющую период $2l = 4$.

5. Разложить в ряд по косинусам функцию $y = x$ на $[0; \pi]$.

<u>Вариант 2</u>

1. Разложить в ряд Фурье функцию $\mathrm{y} = |\mathrm{x}|$ в интервале $(-\pi, \pi)$. Пользуясь разложением, вычислить сумму ряда: $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + ...$

2. Разложить в ряд Фурье по косинусам на интервале $(0, \pi)$ функцию $f(x) = \sin ax$, где a – целое число.

3. Разложить в ряд Фурье функцию $y = x^2$ в промежутке $[-\pi; \pi]$. С помощью полученного ряда показать, что $\frac{\pi^2}{12} = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + ...$

4. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} 1 \quad для -1 \le x < 0, \\ x \quad для\ 0 < x \le 1. \end{cases}$

5. Разложить в ряд по синусам функцию $y = x$ на $[0; \pi)$.

Критерии оценивания контрольных работ:

3. Работа №1 (от 0 до 20 баллов).
Критерии оценки:

- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов
- от 76 % до 100 % - 20 баллов

4. Работа №2 (от 0 до 20 баллов).

- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 7 баллов
- от 51 % до 75 % - 14 баллов
- от 76 % до 100 % - 20 баллов

Таблица. Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку (экзамен):

от 90 до 100 баллов	«отлично»
от 80 до 89 баллов	«хорошо»
от 65 до 79 баллов	«удовлетворительно»
меньше 64 баллов	«неудовлетворительно»

Тесты

<u>6 семестр</u>

ТЕСТ. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 10

I. Решить уравнения.

1. $xydx + (x+1)dy = 0$.

a) $y = C(x+1)e^{-x}; x = -1$ b) $y = C(x-1)e^{-x}; x = 1$ c) $y = C(x+1)e^{-x}; x = -2$

2. $e^{-s}\left(1 + \frac{ds}{dt}\right) = 1$.

a) $e^{s} = 1 + Ce^{t}$ b) $e^{-s} = 1 + Ce^{t}$ c) $e^{-s} = 1 - Ce^{t}$

3. $y' = \cos(y - x)$.

a) $ctg\frac{y+x}{2} = x + C;\ y + x = 2\pi k,\ k = 0, \pm 1, \ldots$

b) $ctg\frac{y}{2} = x + C;\ y = 2\pi k,\ k = 0, \pm 1, \ldots$

c) $ctg\dfrac{y-x}{2}=x+C;\ y-x=2\pi k,\ k=0,\pm1,...$

II. Решить данные уравнения и найти решения, удовлетворяющие начальным условиям.

1. $(x+2y)y'=1;\ \ y(0)=-1.$

a) $x-2y+2=Ce^{y};\ x-2y+2=0$

b) $x+2y+2=Ce^{y};\ x+2y+2=0$

c) $x+2y-2=Ce^{y};\ x+2y-2=0$

2. $y'ctgx+y=2;\ \ y(x)\to-1$ при $x\to0$

a) $y=2-C\cos x;\ y=2-3\cos x$

b) $y=2+C\cos x;\ y=2-3\cos x$

c) $y=2+C\cos x;\ y=2+3\cos x$

3. $x^2y'-cos2y=1;\ \ y(x)=\dfrac{9\pi}{4}$ при $x\to+\infty$

a) $y=arctg\left(1-\dfrac{2}{x}\right)+2\pi$ b) $y=arctg\left(1+\dfrac{2}{x}\right)+2\pi$ c) $y=arcctg\left(1-\dfrac{2}{x}\right)+2\pi$

III. Решить однородные уравнения.

1. $xy'=y-xe^{\frac{y}{x}}.$

a) $y=x\ln\ln Cx$ b) $y=-x\ln Cx$ c) $y=-x\ln\ln Cx$

2. $y'=2\left(\dfrac{y+2}{x+y-1}\right)^2.$

a) $y+2=Ce^{-2arctg\frac{y+2}{x-3}}$ b) $y-2=Ce^{-2arctg\frac{y-2}{x-3}}$ c) $y+2=Ce^{2arctg\frac{y+2}{x+3}}$

3. $\dfrac{2}{3}xyy'=\sqrt{x^6-y^4}+y^2.$

a) $\arcsin\dfrac{y^3}{\left|x^2\right|}=\ln Cx^2;\ \left|x^2\right|=y^3$

b) $\arcsin\dfrac{y^2}{|x^3|}=\ln Cx^3;\ |x^3|=y^2$

c) $\arccos\dfrac{y^2}{|x^3|}=\ln Cx^3;\ |x^3|=y^2$

IV. Решить линейное уравнение первого порядка.

1. $y'+ytgx=\sec x.$

a) $y=\cos x+C\sin x$ b) $y=\sin x+C\cos x$ c) $y=\sin x-C\cos x$

2. $xy'-2x^2\sqrt{y}=4y.$

a) $y=x^4\ln^2 Cx;\ y=0$ b) $y=x^4\ln^2 Cx;\ y=1$ c) $y=x^3\ln^2 Cx;\ y=0$

3. $y'+2y=y^2e^x.$

a) $y(e^x+Ce^{2x})=1;\ y=1$ b) $y(e^x+Ce^{2x})=0;\ y=0$ c) $y(e^x+Ce^{2x})=1;\ y=0$

V. С помощью замены переменных или дифференцирования привести уравнения к линейным и решить их.

1. $y(x)=\int\limits_0^x y(t)dt+x+1.$

a) $y=2e^{-x}-1$ b) $y=2e^x-1$ c) $y=2e^x+1$

2. $x(e^y-y')=2.$

a) $e^{-y}=Cx^2+x$ b) $e^{-y}=Cx^2$ c) $e^y=Cx^2+x$

VI. Найдите путем подбора частное решение уравнение $y'+2ye^x-y^2=e^{2x}+e^x.$, приведите уравнение Риккати к уравнению Бернулли и решите его.

a) $y=e^{-x}-\dfrac{1}{x+C};\ y=e^{-x}$ b) $y=e^x+\dfrac{1}{x+C};\ y=e^x$ c) $y=e^x-\dfrac{1}{x+C};\ y=e^x$

VII. Решить уравнения, если они являются уравнениями в полных дифференциалах.

1. $\dfrac{3x^2+y^2}{y^2}dx-\dfrac{2x^3+5y}{y^3}dy=0.$

a) $x+\frac{x^3}{y^2}+\frac{5}{y}=C$ b) $x-\frac{x^3}{y^2}-\frac{5}{y}=C$ c) $x-\frac{x^3}{y^2}+\frac{5}{y}=C$

2. $(1+y^2\sin 2x)dx-2y\cos^2 x dy=0.$

a) $x+y^2\cos^2 x=C$ b) $x-y^2\cos^2 x=C$ c) $x-y^2\sin^2 x=C$

VIII. Найти все решения данного уравнения, выделить особые решения (если они есть).

$yy'^3+x=1.$

a) $y(x-C)^2=1;\ y=0$ b) $y(x+C)^2=1;\ y=1$ c) $y(x+C)^2=1;\ y=0$

IX. Решить уравнение методом введения параметра.

$x=y'\sqrt{y'^2+1}.$

a) $x=p\sqrt{p^2+1},\ 3y=(2p^2-1)\sqrt{p^2+1}+C$

b) $x=p\sqrt{p^2+1},\ y=(2p^2-1)\sqrt{p^2+1}+C$

c) $x=p\sqrt{p^2+1},\ 3y=(2p^2+1)\sqrt{p^2+1}+C$

X. Решить уравнения Лагранжа и Клеро.

1. $xy'-y=\ln y'.$

a) $y=Cx-\ln C;\ y=\ln x-1$

b) $y=Cx+\ln C;\ y=\ln x-1$

c) $y=Cx-\ln C;\ y=\ln x+1$

2. $y+xy'=4\sqrt{y'}.$

a) $x\sqrt{p}=\ln p+C,\ y=\sqrt{p}(4+\ln p+C);\ y=0$

b) $x\sqrt{p}=\ln p+C,\ y=\sqrt{p}(4-\ln p-C);\ y=0$

c) $x\sqrt{p}=\ln p+C,\ y=\sqrt{p}(4-\ln p-C);\ y=1$

Коллоквиум

Коллоквиум - средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися по изученным ранее темам.

Критерии оценки.

Коллоквиум по курсу лекций проводится в виде индивидуального собеседования по вопросам, входящих в число экзаменационных - от **0 до 25 баллов**.

Критерии оценки:

- менее 25% - 0 баллов
- от 25% до 50% - 5 баллов
- от 51 % до 75 % - 15 баллов
- от 76 % до 100 % - 25 баллов

1.2 <u>Промежуточная аттестация</u>

1) Список вопросов к устному экзамену:

Вопрос	***Компетенция в соответствии с РПД***
<u>Вопросы к экзамену в 1 семестре</u> 1. Существование верхней и нижней грани ограниченного множества. 2. Различные определения сходящейся последовательности, ограниченность сходящейся последовательности. 3. Монотонные последовательности, критерий сходимости монотонной последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности. 4. Неравенство Бернулли, число e, вычисление пределов, связанных с числом e. 5. Предел функции в точке, различные определения предела в точке, свойства предела, связанные с арифметическими операциями. 6. Предельный переход в неравенствах. 7. Непрерывные функции в точке и их свойства, непрерывность элементарных функций. 8. Точки разрыва и их классификация. 9. Функции непрерывные на отрезке и их свойства. Равномерно непрерывные функции на множестве. 10. Обратная функция и ее непрерывность. Замечательные пределы. 11. Дифференцируемые функции. Производная и дифференциал. Свойства производной, связанные с арифметическими операциями. 12. Теоремы Роля, Лагранжа и Коши. 13. Производные и дифференциалы высших порядков, формулы Лейбница. 14. Формула Тейлора, различные формы остаточного члена (форма Коши, Лагранжа, Пеано). 15. Монотонность функции в точке и на отрезке, необходимые и достаточные условия. 16. Экстремумы функции, необходимое и достаточные условия. 17. Асимптоты и их нахождение. 18. Выпуклые и вогнутые функции, необходимые и достаточные условия выпуклости. 19. Правило Лопиталя, их применение к вычислению пределов. 20. Исследование функции и построение графика.	*УК-1* *ПК-1*

<u>Вопросы к экзамену во 2 семестре</u> 1. Определенный интеграл. 2. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. 3. Определенный интеграл Римана. 4. Необходимое условие его существования. 5. Интегральные суммы Дарбу и их свойства. 6. Критерий существования определенного интеграла. 7. Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва. 8. Основные свойства определенного интеграла. 9. Теорема о среднем значении. 10. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. 11. Существование первообразной функции. 12. Связь определенного интеграла с неопределенным, формула Ньютона-Лейбница. 13. Вычисление определенного интеграла заменой переменной и методом интегрирования по частям. 14. Определение несобственного интеграла Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственных интегралов. 15. Числовые ряды, сходимость, необходимое условие, критерий Коши. 16. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Признаки сравнения, Коши, Даламбера, интегральный. 17. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признаки условной сходимости: Дирихле, Лейбница. 18. Перестановка членов абсолютно и условно сходящихся рядов. Теорема Римана. 19. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов 20. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов. 21. Степенной ряд, радиус сходимости, интервал сходимости. 22. Почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда в интервале сходимости 23. Степенной ряд как ряд Тейлора. 24. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Приближенное вычисление суммы числового и степенного ряда.	*УК-1* *ПК-1*
<u>Вопросы к экзамену в 3 семестре</u> 1. m-мерное арифметическое пространство R^m, расстояние, норма и скалярное произведение в R^m, топология в R^m. 2. Сходящиеся и фундаментальные последовательности в R^m, их свойства, критерий Коши. 3. Теорема Больцано-Вейерштрасса в R^m. 4. Компактные множества в R^m. 5. Функции в R^m, предел и непрерывность функции в точке, повторный предел функции в точке. 6. Свойства функций, непрерывных на ограниченном замкнутом множестве в R^m. 7. Отображения из R^m в R^n, непрерывность сложного отображения. 8. Дифференцируемость скалярной функции многих переменных, частные производные. Дифференциал функции. 9. Производная по направлению, градиент и его геометрический смысл. 10. Касательная плоскость к графику функции, уравнение	*УК-1* *ПК-1*

касательной плоскости. 11. Непрерывность дифференцируемой функции. 12. Производная сложной функции. 13. Частные производные высших порядков, смешанные частные производные. Теорема о независимости смешанных частных производных от порядка дифференцирования. 14. Дифференциал высшего порядка, его выражение через частные производные. 15. Формула Тейлора для функций многих переменных, различные формы остаточного члена в формуле Тейлора. 16. Локальный экстремум функции многих переменных, необходимое условие. 17. Дифференциал второго порядка как квадратичная форма. Достаточное условие экстремума функции многих переменных в терминах второго дифференциала. 18. Якобиан отображения из R^m в R^m, Якобиан композиции отображений. 19. Теоремы существования и дифференцируемости неявной функции. 20. Условный экстремум, стационарные точки, необходимое условие. 21. Метод множителей Лагранжа, необходимое условие условного экстремума, достаточное условие условного экстремума.	
<u>Вопросы к экзамену в 4 семестре</u> 1. Мера Жордана, множества, измеримые по Жордану 2. Интеграл Римана от функции многих переменных по прямоугольнику, интегрируемость непрерывной функции. 3. Повторный интеграл. Сведение двойного интеграла к повторному. 4. Замена переменных в кратном интеграле Римана. 5. Непрерывная кривая и ее длина. 6. Регулярная поверхность и ориентированная регулярная поверхность в трехмерном пространстве. 7. Площадь поверхности, ее инвариантность относительно параметризации и ориентации. 8. Криволинейный интеграл I типа, его независимость от параметризации и ориентации кривой. Определение и вычисление. 9. Криволинейный интеграл II типа, его независимость от параметризации кривой и зависимость от ориентации кривой. Вычисление криволинейного интеграла. 10. Интеграл по замкнутому контуру, формула Грина. Механический смысл криволинейного интеграла. 11. Поверхностный интеграла I типа, его независимость от параметризации и ориентации поверхности, определение и вычисление. 12. Поверхностный интеграла II типа, его независимость от параметризации поверхности и смена знака при смене ориентации поверхности, определение и вычисление. 13. Формулы Стокса и Гаусса-Остроградского. 14. Дивергенция и ротор тор как инварианты векторного поля. 15. Потенциальное векторное поле, критерий потенциальности поля.	*УК-1* *ПК-1*
<u>Вопросы к экзамену в 5 семестре</u> 1. Интегралы, зависящие от параметра. Переход к пределу, непрерывность, инегрируемость и дифференцируемость интегралов, зависящих от параметра. 2. Гамма-функция, бета-функция, их свойства. 3. Пространство L^2 и его полнота 4. Ортогональные функции, ортогональные и ортонормированные	*УК-1* *ПК-1*

системы в L^2, их линейная независимость. 5. Теорема о наименьшем уклонении. Неравенство Бесселя и сходимость ряда из квадратов коэффициентов Фурье. 6. Замкнутость и полнота ортогональных систем, эквивалентность этих понятий в пространстве L^2. 7. Тригонометрическая система функций, ее ортогональность и полнота. 8. Тригонометрические ряды Фурье для суммируемых на отрезке функций. 9. Представление частных сумм тригонометрического ряда интегралом Дирихле. Средние Фейера, теорема Фейера. Теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывной на отрезке функции тригонометрическими 10. Теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывной на отрезке функции и алгебраическими полиномами. 11. Теорема Римана-Лебега о коэффициентах Фурье. 12. Теорема Римана о локализации. 13. Признаки Липшица, Дирихле и Жордана сходимости тригонометрического ряда. Равномерная сходимость тригонометрического ряда для гладких функций.	
<u>Вопросы к экзамену в 6 семестре</u> 1. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешённые относительно производной. 2. Геометрическая интерпретация. Интегральные кривые. 3. Простейшие уравнения, интегрируемые в квадратурах: уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним, однородные и приводящиеся к ним, обобщённые однородные, линейные. 4. Уравнения Бернулли и Риккати. 5. Уравнения в полных дифференциалах. 6. Интегрирующий множитель и методы его нахождения. 7. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка, разрешённого относительно производной. 8. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров. 9. Уравнения Клеро и Лагранжа. 10. Дифференциальные уравнения n-го порядка. Основные определения. Простейшие типы уравнений, допускающих интегрирование в квадратурах. Уравнения, допускающие понижение порядка. 11. Гладкость решения уравнения n-го порядка. 12. Интегрирование уравнений с помощью рядов. 13. Линейные уравнения n-го порядка. 14. Задача Коши для линейного уравнения n-го порядка. 15. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. 16. Свойства определителя Вронского. 17. Существование фундаментальной системы решений для линейного однородного уравнения n-го порядка. 18. Вид общего решения линейного однородного и неоднородного уравнения n-го порядка. 19. Построение линейного однородного уравнения n-го порядка по заданной фундаментальной системе решений. 20. Понижение порядка линейного дифференциального уравнения при наличии известных частных решений.	*УК-1* *ПК-1*

21. Построение частного решения линейного линейного неоднородного уравнения n-го порядка методом вариации постоянных.	

Методические рекомендации по подготовке и процедуре осуществления контроля.

Промежуточная аттестация по дисциплине «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» проводится в виде экзамена в 1-6 семестрах. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период лекционных и семинарских занятий, а также в специально отведенное время для подготовки перед аттестацией.

Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, основной и дополнительной литературой по дисциплине.

Критерии оценивания.

Промежуточная аттестация проводится в виде письменных ответов на вопросы и индивидуальных собеседований.

При проведении промежуточной аттестации
ответ на **«отлично»** оценивается от **31 до 35 баллов**;
ответ на **«хорошо»** оценивается от **25 до 30 баллов**;
ответ на **«удовлетворительно»** оценивается от **20 до 24 баллов**;
ответ на **«неудовлетворительно»** оценивается **0 баллов.**

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 2 семестр по дисциплине «Математический анализ» составляет 100 баллов.

Таблица 2.2. Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку (экзамен):

от 90 до 100 баллов	«отлично»
от 80 до 89 баллов	«хорошо»
от 65 до 79 баллов	«удовлетворительно»
меньше 64 баллов	«неудовлетворительно»

ФОС для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры математического анализа (**протокол № 1 от 29 августа 2022 года**).

Авторы:
Доцент, к.ф.-м.н. Гордиенко В.Г.
Доцент, к.ф.-м.н. Захаров А.М.
Доцент, к.ф.-м.н. Осипцев М.А.