

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан механико-математического
факультета

Захаров А.М.
2023 г.



**Рабочая программа дисциплины
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

**Направление подготовки бакалавриата
44.03.01 Педагогическое образование**

**Профиль подготовки бакалавриата
Физика**

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Саратов,
2023

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Новиков Владимир Васильевич		07.06.23
Председатель НМК	Тышкевич Сергей Викторович		07.06.23
Заведующий кафедрой	Сидоров Сергей Петрович		07.06.23
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются: изучение основных методов дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных, теории числовых и функциональных рядов, элементов векторного анализа, ознакомление обучающихся с математическим аппаратом и выработка способности его использования в профессиональной и исследовательской деятельности. Овладение навыками практической, исследовательской и педагогической работы физика-педагога немыслимо без знания основ математического анализа.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Математический анализ» (Б1.О.27) относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП по направлению подготовки 44.03.01 – Педагогическое образование, профиль «Физика».

Для освоения дисциплины «Математический анализ» необходимы знания, умения и навыки, полученные при изучении таких дисциплин ООП как алгебра и геометрия.

Освоение дисциплины «Математический анализ» необходимо как предшествующее для таких дисциплин как дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика, методы математической физики и др.

3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применить системный подход к решению поставленных задач	1.1_ Б.УК-1. Способен анализировать задачи, выделяя базовые составляющие	Знать: - методы решения задач дифференциального и интегрального исчисления. Уметь: - применять методы решения задач дифференциального и интегрального исчисления, векторного анализа в моделировании физических процессов. Владеть: - методами решения задач дифференциального и интегрального исчисления.
	2.1_ Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленных задач	Знать: - математические модели физических процессов. Уметь: - применять методы дифференциального и интегрального исчисления для решения поставленных задач. Владеть: - методами решения математических моделей физических процессов.

	<p>3.1_Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их достоинства и недостатки.</p>	<p>Знать: - количественные и качественные оценки методов решения задач. Уметь: - применять методы решения задач дифференциального и интегрального исчисления для решения физических задач. Владеть: - методами решения математических моделей физических задач.</p>
	<p>4.1_Б.УК-1. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p>	<p>Знать: - количественные и качественные оценки методов решения задач. Уметь: - применять методы решения задач дифференциального и интегрального исчисления для решения физических задач. Владеть: - методами решения математических моделей физических задач.</p>
	<p>5.1_Б.УК-1. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи</p>	<p>Знать: - количественные и качественные оценки методов решения задач. Уметь: - применять методы решения задач дифференциального и интегрального исчисления для решения физических задач. Владеть: - методами решения математических моделей физических задач.</p>
<p>ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний</p>	<p>1.1_Б.ОПК-8. Выстраивает учебную и профессиональную деятельность с учетом научной организации педагогического труда и с учетом представлений об инновациях в образовании как ведущем факторе модернизации современной школы.</p>	<p>Знать: - современные методы проведения занятий. Уметь: - адаптировать математические методы для проведения занятий по общей физике в рамках программ основного, общего и среднего общего образования. Владеть: - методикой проведения занятий в рамках программ основного, общего и среднего общего образования.</p>
	<p>2.1_Б.ОПК-8. Обладает научными знаниями по математике</p>	<p>Знать: - методы дифференциального и интегрального исчисления и векторного анализа. Уметь: - применять на практике математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. Владеть: - методами решения задач дифференциального и интегрального исчисления, векторного анализа и математическими пакетами прикладных программ для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.</p>

	3.1_Б.ОПК-8 Решает задачи по математике различного уровня сложности	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методы дифференциального и интегрального исчисления и векторного анализа. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - применять на практике математические методы и системы программирования для решения задач по математике различного уровня сложности. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методами решения задач дифференциального и интегрального исчисления, векторного анализа и математическими пакетами прикладных программ для решения задач по математике различного уровня сложности.
	4.1_Б.ОПК-8 Организует постановку компьютерного эксперимента	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методы дифференциального и интегрального исчисления и векторного анализа для постановки компьютерного эксперимента. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - применять для постановки компьютерного эксперимента математические методы и системы программирования. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методами решения задач дифференциального и интегрального исчисления, векторного анализа и математическими пакетами прикладных программ для постановки компьютерного эксперимента.
	5.1_Б.ОПК-8 Использует методы теоретического анализа результатов наблюдений и экспериментов.	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методы теоретического анализа результатов наблюдений и экспериментов. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - применять методы теоретического анализа результатов наблюдений и экспериментов. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методами теоретического анализа результатов наблюдений и экспериментов.
<p>ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам в рамках программ основного, общего и среднего общего образования</p>	1.1_Б.ПК-1. Формулирует концептуальные и теоретические основы физики и астрономии, их место в общей системе наук и ценностей, историю развития и современное состояние.	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основы физики и астрономии, их место в общей системе наук и ценностей, историю развития и современное состояние. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - формулировать концептуальные и теоретические основы физики и астрономии. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - пониманием основ физики и астрономии, знанием их истории развития и современного состояния.
	2.1_Б.ПК-1. Понимает основные положения по дисциплинам, составляющим основу общей и теоретической физики и астрономии.	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения дифференциального и интегрального исчисления. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - выделять основные положения дисциплин, составляющих основу общей и теоретической физики и астрономии. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - пониманием основ общей и теоретической физики и астрономии.
	3.1_Б.ПК-1. Использует методологические	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории дифференцирования и

	<p>подходы и аппарат при решении задач по физике и астрономии.</p>	<p>интегрирования функций одного переменного;</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные факты дифференциального исчисления в линейных нормированных пространствах; - основы теории числовых и функциональных рядов, в частности, степенных рядов в действительной области и рядов Фурье; - основы теории интегрирования и поверхностных интегралов, основные понятия и факты теории интегралов, зависящих от параметра, основы теории преобразования Фурье и интегралов Фурье. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - применять и модифицировать методы дифференциального и интегрального исчисления и векторного анализа для построения математических моделей при решении задач в области профессиональной деятельности. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками применения методов дифференциального и интегрального исчисления и векторного анализа для построения математических моделей при решении задач в области профессиональной деятельности.
	<p>4.1_Б.ПК-1. Проводит контекстный анализ учебных, учебно-методических материалов по физике и астрономии, анализ педагогических ситуаций, решает педагогические задачи</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения дифференциального и интегрального исчисления. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - решать педагогические задачи; - проводить контекстный анализ учебных, учебно-методических материалов по физике и астрономии. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками анализа учебных, учебно-методических материалов по физике и астрономии, анализа педагогических ситуаций.
	<p>5.1_Б.ПК-1. Анализирует учебные занятия по программам основного общего и среднего общего образования.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения дифференциального и интегрального исчисления. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - анализировать учебные занятия по программам основного общего и среднего общего образования. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками анализа учебные занятия по программам основного общего и среднего общего образования.
<p>ПК-4 Способен вести научно-исследовательскую работу в области профильной дисциплины и методики ее преподавания</p>	<p>1.1_Б.ПК-4. Ставит и самостоятельно решает научно-исследовательские задачи в области физики и астрономии на основе знаний, соответствующих современному состоянию науки</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные методы дифференциального и интегрального исчисления при решении научно-исследовательских задач в области физики и астрономии. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - самостоятельно решать научно-исследовательские задачи в области физики и астрономии на основе знаний, соответствующих современному состоянию науки. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками решения научно-исследовательских задач в области физики и астрономии.

	2.1_Б.ПК-4. Использует математический аппарат методологию программирования и современные компьютерные технологии для решения научно-исследовательских задач	Знать: - основные пакеты программ, предназначенные для решения математических задач; - базовые языки программирования; - основные постановки математических задач. Уметь: - решать математические задачи с помощью пакетов прикладных программ. Владеть: - навыками решения математических задач с помощью пакетов прикладных программ и современных языков программирования.
	3.1_Б.ПК-4. Организует исследовательский эксперимент, обнаруживает закономерности в частных и общих случаях, обрабатывает полученные результаты	Знать: - основные методы дифференциального и интегрального исчисления. Уметь: - организовать исследовательский эксперимент. Владеть: - навыками постановки исследовательского эксперимента; - способностью обнаруживать закономерности в частных и общих случаях, обрабатывать полученные результаты.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных единиц, 540 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)	
				Лекции и	Практическая работа		КСР	СР		Контроль
					Общая трудоемкость	Из них - практическая подготовка				
1	2	3	4	5	6		7	8		
1	Раздел 1. Числа и функции									
	1.1. Натуральные и целые числа	1	1	2	3			3	Устный блиц-опрос, решение задач	
	1.2 Действительные числа.	1	2-3	4	3			3	Устный блиц-опрос, решение задач	
	1.3 Понятие функции	1	4	2	6			6	Устный блиц-опрос, решение задач	
	1.4	1	5	2	3			3	Устный блиц-	

	ная аттестация									задач. Итоговый опрос
	Итого за 1 семестр 144 часа	1		34	51	0	0	59		Зачет
4	Интегралы									
	4.1. Понятие первообразной	2	1	3	6			6		Устный блиц-опрос, решение задач
	4.2. Методы нахождения первообразной	2	2	3	6			6		Устный блиц-опрос, решение задач
	4.3. Понятие интеграла по отрезку и интегрируемой функции	2	3-9	3	6			6		
	4.4. Теоремы об определенном интеграле	2	3	3	6			6		Устный блиц-опрос, решение задач
	4.5. Несобственные интегралы	2	4	3	6			6		Устный блиц-опрос, решение задач
	4.6. Бета-функция (интеграл Эйлера первого рода)	2	5	3	6			6		Устный блиц-опрос, решение задач
	4.7. Гамма-функция (интеграл Эйлера второго рода)	2	6	3	6			6		Контрольная работа № 3
5	Ряды									
	5.1. Понятие сходящегося ряда	2	8	3	6			6		Устный блиц-опрос, решение задач
	5.2. Признаки сходимости рядов	2	9	3	6			6		Решение задач
	5.3. Абсолютная и условная сходимость	2	10-11	3	6			6		

	5.4. Степенные ряды	2	10	3	6			6		Устный блиц-опрос, решение задач
	5.5. Тригонометрические ряды	2	11	3	6			6		Контрольная работа № 4
	Промежуточная аттестация	2								Экзамен
	Итого за 2 семестр 216 часов			36	72	0	0	72	36	
6	Предел и непрерывность функции многих переменных									
	6.1. Точки и множества пространства R^n	3	1-2	2	4			4		Устный блиц-опрос, решение задач
	6.2. Предел функции многих переменных	3	3-4	4	8			4		Устный блиц-опрос, решение задач
	6.3. Непрерывность функции многих переменных	3	5-8	4	8			8		Устный блиц-опрос, решение задач
7	Дифференциальное исчисление функции многих переменных	3								
	7.1. Частные производные и дифференциал	3	9-10	2	4			4		Устный блиц-опрос, решение задач
	7.2. Производная по направлению и градиент	3	11-14	4	8			6		Устный блиц-опрос, решение задач
	7.3. Производные и дифференциалы высших порядков	3	15-18	2	4			6		Решение задач. Итоговый опрос
	7.4. Экстремум	3		4	8			4		Контрольная работа № 5

	функции многих переменных										
8	Интегрирование функций многих переменных										
	8.1. Кратные интегралы	3		4	8			2		Устный блиц-опрос, решение задач	
	8.2. Криволинейные интегралы	3		4	8			2		Устный блиц-опрос, решение задач	
	8.3. Поверхностные интегралы	3		4	8			2		Контрольная работа № 6	
	Промежуточная аттестация	3							36	Экзамен	
	Итого за 3 семестр 180 часов			34	68	0	0	42	36		
	Общая трудоемкость дисциплины			540							

Содержание дисциплины 1 семестр

§1. ЧИСЛА И ФУНКЦИИ

1.1. Натуральные и целые числа

Определение и обозначение натуральных чисел. Факториал и число сочетаний (биномиальные коэффициенты). Метод математической индукции
Определение и обозначение множества целых чисел.

1.2. Действительные числа

Понятие рационального числа. Представление рационального числа десятичной дробью. Перевод периодической десятичной дроби в обыкновенную. Понятие действительного числа. Обозначение множества действительных чисел.

1.3. Понятие функции

Определение функции. Основные способы задания функции. Определение возрастающей (убывающей) функции. Понятие выпуклости. Аналитическая запись условия выпуклости. Обратная функция.

1.4. Элементарные функции

Степенная функция. Показательная функция. Логарифмическая функция. Основные тригонометрические функции. Производные тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции. Гиперболические функции.

§2. ПРЕДЕЛЫ

2.1. Предел последовательности

Понятие последовательности. Понятие окрестности. Определение предела последовательности. Математическая запись определения. Единственность предела. Переход к пределу в неравенстве. Теорема о «промежуточной последовательности». Предел суммы, произведения, частного. Определение числа e .

2.2. Предел функции

Определение предела функции (по Коши и по Гейне). Математическая запись. Основные свойства предела функции. Первый замечательный предел. Следствие. Второй замечательный предел. Следствие (третий замечательный предел). Следствие (четвертый замечательный предел).

2.3. Методы вычисления пределов

Нахождение предела дробно-рациональной функции при $x \rightarrow \infty$. Нахождение предела дробно-рациональной функции при $x \rightarrow a$. Нахождение пределов выражений с радикалами. Применение первого замечательного предела. Применение второго замечательного предела.

2.4. Непрерывность функции

Понятие непрерывности. Простейшие свойства непрерывных функций. Первая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса. Теорема о промежуточном значении. Точки разрыва и их классификация.

§3. ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ

3.1. Понятие производной и дифференциала

Определение производной. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали. Физический смысл производной. Понятие дифференциала. Выражение дифференциала через производную.

3.2. Правила вычисления производных

Производная суммы и разности. Производная произведения. Производная дроби. Производная сложной функции. Таблица производных элементарных функций.

3.3. Применение производных для вычисления пределов

Первое правило Лопиталья (раскрытие неопределенностей вида $0/0$). Второе правило Лопиталья (раскрытие неопределенностей вида ∞/∞). Раскрытие

неопределенностей вида $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, степенно-показательных неопределенностей.

3.4. Дифференциальные теоремы о среднем

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши

3.5. Применение производных для изучения поведения функции

Связь производных с монотонностью. Связь второй производной с выпуклостью. Алгоритм построения графика функции.

3.6. Формула Тейлора

Понятие производной n -го порядка. Формула Тейлора для произвольной функции. Разложение по формуле Тейлора функций $\sin x$, $\cos x$, e^x , $\ln(1+x)$. Применение формулы Тейлора для приближенных вычислений.

3.7. Приближенное решение уравнений

Постановка задачи. Метод хорд. Метод касательных. Комбинированный метод.

2 семестр

§ 4. ИНТЕГРАЛЫ

4.1. Понятие первообразной

Интегрирование, как операция, обратная дифференцированию. Таблица неопределенных интегралов. Основные свойства первообразной.

4.2. Методы нахождения первообразной

Использование свойств дифференциала для сведения к табличным интегралам. Замена переменной. Формула интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных функций.

4.3. Понятие интеграла по отрезку и интегрируемой функции

Определение интеграла по отрезку. Геометрический смысл определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу. Первое свойство сумм Дарбу. Второе свойство сумм Дарбу. Интегралы Дарбу. Критерий интегрируемости.

4.4. Теоремы об определенном интеграле

Простейшие свойства определенного интеграла. Интегральная теорема о среднем. Интеграл, как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в интеграле по отрезку. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла.

4.5. Несобственные интегралы

Определение несобственных интегралов. Простейшие свойства несобственных интегралов. Сходимость интегралов от степенной функции. Признак сравнения. Следствие. Признак Дирихле. Признак Абеля.

Абсолютная сходимость несобственных интегралов. Понятие равномерной сходимости. Признаки равномерной сходимости интегралов.

4.6. Бета-функция (интеграл Эйлера первого рода)

Определение. Симметричность. Представление в виде интеграла по полуоси. Представление в виде интеграла от тригонометрических функций. Формулы понижения. Формула дополнения. Применение для вычисления определенных интегралов.

4.7. Гамма-функция (интеграл Эйлера второго рода)

Определение. Формула понижения. Связь с факториалом. Связь с бета-функцией. Формула дополнения. Применение для вычисления определенных интегралов

§ 5. РЯДЫ

5.1. Понятие сходящегося ряда

Определение ряда, общего члена ряда, частной суммы ряда. Понятие сходящегося ряда. Простейшие свойства сходящихся рядов. Критерий Коши сходимости ряда. Критерий сходимости рядов с неотрицательными членами. Необходимое условие сходимости.

5.2. Признаки сходимости рядов

Признак сравнения (1-ая форма). Признак сравнения (2-ая форма).

Признак сравнения (предельная форма). Интегральный признак. Признак Даламбера. Признак Коши. Сравнение признаков Даламбера и Коши. Признак Лейбница. Признак Дирихле. Признак Абеля.

5.3. Абсолютная и условная сходимость

Определение. Теорема о связи абсолютной сходимости ряда и сходимости. Теорема о представлении суммы абсолютно сходящегося ряда. Переместительное свойство абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана.

5.4. Степенные ряды

Определение степенного ряда. Понятие радиуса и промежутка сходимости. Формулы для радиуса сходимости. Вычисление коэффициентов степенного ряда. Разложение функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$, $1/(1-x)$. Применение рядов для приближенных вычислений.

5.5. Тригонометрические ряды

Тригонометрические коэффициенты Фурье (ТКФ) и тригонометрический ряд Фурье (ТРФ)

Лемма об ортогональности тригонометрической системы. Интегральное представление частной суммы ТРФ (интеграл Дирихле). Ряды только по косинусам и по синусам. Ряд Фурье для произвольного промежутка.

3 семестр

§6. ПРЕДЕЛ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

6.1. Точки и множества пространства R^n

Определение пространства R^n . Понятие расстояния для точек пространства R^n и его свойства, окрестность в пространстве R^n . Определение предела последовательности. Связь сходимости с координатной сходимостью.

6.2. Предел функции многих переменных

Понятие функции многих переменных. Определение предела функции (по Коши и по Гейне). Понятие предела по направлению. Понятие повторного предела. Теорема о равенстве повторных пределов.

6.3. Непрерывность функции многих переменных

Определение непрерывности. Непрерывность на множестве и непрерывность по переменной. Связь непрерывности с непрерывностью по переменным. Непрерывность суммы, произведения, частного функций. Непрерывность сложной функции. Устойчивость знака. Теорема о промежуточном значении. Достижение наибольшего и наименьшего значений. Понятие равномерной непрерывности. Теорема Кантора.

§7. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

7.1. Частные производные и дифференциал

Определение и обозначение частных производных. Определение дифференцируемости и дифференциала. Связь непрерывности с существованием частных производных. Связь дифференцируемости и непрерывности. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Выражение дифференциала через частные производные. Геометрический смысл дифференцируемости в случае R^2 . Производная сложной функции.

7.2. Производная по направлению и градиент

Определение градиента. Определение производной по направлению. Физический смысл производной по направлению. Физический смысл градиента.

7.3. Производные и дифференциалы высших порядков

Производные высших порядков. Условия независимости смешанных производных от порядка дифференцирования. Вычисление дифференциала второго порядка. Формула для дифференциала k -го порядка.

7.4. Экстремум функции многих переменных

Определение локального экстремума. Необходимое условие экстремума. Понятие квадратичной формы и ее определенности. Достаточное условие экстремума. Замечание о полуопределенной форме. Критерий Сильвестра. Алгоритм нахождения экстремума функции многих переменных. Понятие об условном экстремуме.

§8. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

8.1. Кратные интегралы

Понятие измеримого множества пространства R^n . Определение кратного интеграла и функции n переменных, интегрируемой на множестве пространства R^n . Геометрический и физический смысл кратных интегралов. Вычисление кратных интегралов.

8.2. Криволинейные интегралы

Кривая в пространстве R^n . Длина кривой. Определение криволинейного интеграла первого типа. Вычисление криволинейного интеграла первого типа. Определение криволинейного интеграла второго типа. Вычисление криволинейного интеграла второго типа. Формула Грина.

8.3. Поверхностные интегралы

Поверхность в пространстве R^3 . Касательная плоскость, нормаль, ориентация поверхности. Площадь поверхности. Определение поверхностного интеграла первого типа. Вычисление поверхностного интеграла первого типа. Определение поверхностного интеграла второго типа. Вычисление поверхностного интеграла второго типа. Формула Стокса. Формула Остроградского.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Лекции, разбор конкретных ситуаций, обсуждение возможностей практического применения получаемых знаний и навыков, мозговой штурм, мастер-класс.

Реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, работа над проектами) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Эффективность применения интерактивных форм обучения обеспечивается реализацией следующих условий:

- создание диалогического пространства в организации учебного процесса;
- использование принципов социально – психологического обучения в учебной и внеучебной деятельности;

- мониторинг личностных особенностей и профессиональной направленности студентов;
- формирование психологической готовности преподавателей к использованию интерактивных форм обучения, направленных на развитие внутренней активности студентов.

Использование интерактивных форм и методов обучения направлено на достижение ряда важнейших образовательных целей:

- стимулирование мотивации и интереса в области анализа сложных систем и обработки данных и в общеобразовательном, общекультурном и профессиональном плане;
- повышение уровня активности и самостоятельности обучаемых;
- развитие навыков анализа, критичности мышления, взаимодействия, коммуникации;
- саморазвитие и развитие обучаемых благодаря активизации мыслительной деятельности и диалогическому взаимодействию с преподавателем и другими участниками образовательного процесса.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью

При обучении лиц с ограниченными возможностями используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышающих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов по результатам выполнения самостоятельных работ. Основными формами текущего контроля являются:

- обсуждение вынесенных в план самостоятельной работы вопросов и задач;
- решение на практических занятиях задач и их обсуждение;
- выполнение контрольных заданий и обсуждение результатов;

Темы самостоятельных и контрольных работ

Раздел 1-2

Контрольная работа №1 «Вычисление пределов»

Раздел 3

Контрольная работа №2 «Производные и их применение»

Раздел 4

Контрольная работа №3 «Интегралы»

Раздел 5

Контрольная работа №4 «Ряды»

Раздел 6-7

Контрольная работа №5 «Дифференцирование функций многих переменных»

Раздел 8

Контрольная работа №6 «Интегрирование функций многих переменных»

Контрольные вопросы к курсу

1 семестр

1. Натуральные, рациональные, действительные числа

2. Понятие функции. Способы задания. Монотонность. Выпуклость.
3. Элементарные функции.
4. Понятие последовательности и предела последовательности.
5. Единственность предела.
6. Переход к пределу в неравенстве.
7. Терема о двух милиционерах. Понятие об условном экстремуме.
8. Предел суммы, произведения, частного.
9. Определение числа e .
10. Определение предела функции (по Коши и по Гейне).
11. Основные свойства предела функции.
12. Первый замечательный предел. Следствие.
13. Второй замечательный предел. Следствия.
14. Методы вычисления пределов.
15. Понятие непрерывности. Простейшие свойства непрерывных функций.
16. Теоремы Вейерштрасса.
17. Теорема о промежуточном значении.
18. Точки разрыва и их классификация.
19. Определение производной. Физический смысл производной
20. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали.
21. Понятие дифференциала. Выражение дифференциала через производную.
22. Правила вычисления производных.
23. Применение производных для вычисления пределов.
24. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
25. Связь производных с монотонностью.
26. Связь второй производной с выпуклостью.
27. Формула Тейлора для произвольной функции.
28. Разложение по формуле Тейлора функций $\sin x$, $\cos x$, e^x , $\ln(1+x)$.
29. Применение формулы Тейлора для приближенных вычислений.
30. Приближенное решение уравнений.

2 семестр

31. Понятие первообразной. Основные свойства первообразной.
32. Таблица неопределенных интегралов.
33. Методы нахождения первообразной.
34. Интегрирование рациональных функций.
35. Интегрирование иррациональных функций.
36. Определение интеграла по отрезку. Геометрический смысл. Необходимое условие интегрируемости.
37. Суммы Дарбу.
38. Критерий интегрируемости.
39. Интегральная теорема о среднем.

40. Интеграл, как функция верхнего предела.
41. Формула Ньютона-Лейбница. Следствия: замена переменной в интеграле по отрезку, формула интегрирования по частям для определенного интеграла.
42. Определение несобственных интегралов. Простейшие свойства.
43. Сходимость интегралов от степенной функции.
44. Признаки сходимости интегралов.
45. Абсолютная сходимость несобственных интегралов.
46. Понятие равномерной сходимости. Признаки равномерной сходимости интегралов.
47. Бета-функция (интеграл Эйлера первого рода)
48. Гамма-функция (интеграл Эйлера второго рода).
49. Понятие сходящегося ряда. Простейшие свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда.
50. Критерий Коши сходимости ряда.
51. Критерий сходимости рядов с неотрицательными членами.
52. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.
53. Признак Лейбница.
54. Признаки Дирихле и Абеля сходимости рядов.
55. Абсолютная и условная сходимость рядов.
56. Теорема о представлении суммы абсолютно сходящегося ряда.
57. Переместительное свойство абсолютно сходящегося ряда.
58. Теорема Римана.
59. Степенные ряды.
60. Тригонометрические ряды

3 семестр

61. Точки и множества пространства R^n .
62. Предел функции многих переменных.
63. Понятие предела по направлению.
64. Понятие повторного предела. Теорема о равенстве повторных пределов.
65. Непрерывность функции многих переменных. Свойства непрерывных функций.
66. Частные производные и дифференциал. Связь с непрерывностью.
67. Необходимое условие дифференцируемости.
68. Достаточное условие дифференцируемости. Выражение дифференциала через частные производные.

69. Геометрический смысл дифференцируемости в случае R^2 .
70. Производная сложной функции.
71. Производная по направлению и градиент.
72. Условия независимости смешанных производных от порядка дифференцирования.
73. Вычисление дифференциала второго порядка.
74. Формула для дифференциала k -го порядка.
75. Экстремум функции многих переменных.
76. Кратные интегралы. Геометрический и физический смысл.
77. Вычисление кратных интегралов.
78. Кривая в пространстве R^n . Длина кривой. Параметрическое задание.
79. Определение криволинейного интеграла первого типа.
80. Вычисление криволинейного интеграла первого типа.
81. Определение криволинейного интеграла второго типа.
82. Вычисление криволинейного интеграла второго типа.
83. Формула Грина.
84. Поверхность в пространстве R^3 . Касательная плоскость, нормаль, ориентация поверхности. Площадь поверхности.
85. Определение поверхностного интеграла первого типа.
86. Вычисление поверхностного интеграла первого типа.
87. Определение поверхностного интеграла второго типа.
88. Вычисление поверхностного интеграла второго типа.
89. Формула Стокса.
90. Формула Остроградского.

Самостоятельная работа

Выполнение домашних заданий, самостоятельное изучение дополнительных разделов дисциплины, пакета прикладных программ Mathematica, применение полученных знаний для решения задач дифференциального и интегрального исчисления, векторного анализа, разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.

Формой промежуточной аттестации является экзамен в каждом семестре. Экзамен проводится в устной форме в виде ответов на вопросы билета и два дополнительных вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации. Билет содержит три вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	5	0	15	20	0	20	40	100
2	5	0	15	20	0	20	40	100
3	5	0	15	20	0	20	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента 1 семестр

Лекции

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 5.

Лабораторные занятия. Не предусмотрены.

Практические занятия

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 15.

Критерий оценки:

при освоении студентом практической части дисциплины на

«отлично» – 15 баллов,

«хорошо» – 10 баллов,

«удовлетворительно» – 5 баллов;

«неудовлетворительно» – 0 баллов.

Самостоятельная работа

Оценивается качество домашних работ, проверяется грамотность в оформлении и правильность выполнения – 0 до 20 баллов

Критерий оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 10 баллов;
- от 51% до 75% – 15 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

Автоматизированное тестирование – не предусмотрено

Другие виды учебной деятельности

Контрольная работа №1 – 10 баллов;

Контрольная работа №2 – 10 баллов.

Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации: *зачет*; количество баллов – от 0 до 40.

Зачет проводится в устной форме в виде ответов на вопросы билета и два дополнительных вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации. Билет содержит три вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации.

31-40 баллов – ответ на «отлично» / «зачтено»

16-30 баллов – ответ на «хорошо» / «зачтено»

6-15 баллов – ответ на «удовлетворительно» / «зачтено»

0-5 баллов – неудовлетворительный ответ / «не зачтено».

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «Математический анализ» составляет **100** баллов.

Таблица 2.1. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку (зачет):

81 балл и более	«отлично» / «зачтено»
61-80 баллов	«хорошо» / «зачтено»
30-60 баллов	«удовлетворительно» / «зачтено»
Менее 30 баллов	неудовлетворительно / «не зачтено»

2,3 семестры

Лекции

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 5.

Лабораторные занятия. Не предусмотрены.

Практические занятия

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 15.

Критерий оценки:

при освоении студентом практической части дисциплины на

«отлично» – 15 баллов,

«хорошо» – 10 баллов,

«удовлетворительно» – 5 баллов;

«неудовлетворительно» – 0 баллов.

Самостоятельная работа

Выполнение домашних заданий; количество баллов – от 0 до 20.

Критерий оценки:

- при полностью правильном и своевременном выполнении студентом домашних заданий – 20 баллов;

- при частично правильном выполнении (правильно выполненных заданий – не менее 70%) – 10 баллов;

- в остальных случаях – 0 баллов.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрены.

Другие виды учебной деятельности

Контрольная работа №3-4 – 10 баллов;

Контрольная работа №5-6 – 10 баллов.

Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации: *экзамен*; количество баллов – от 0 до 40.

Экзамен проводится в устной форме в виде ответов на вопросы билета и два дополнительных вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации.

Билет содержит три вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации.

ответ на «отлично» оценивается от 31 до 40 баллов;
ответ на «хорошо» оценивается от 21 до 30 баллов;
ответ на «удовлетворительно» оценивается от 11 до 20 баллов;
ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 10 баллов

Критерий оценки ответа на каждый вопрос при проведении промежуточной аттестации:

- на вопрос дан правильный, полный, развернутый ответ (допускаются незначительные погрешности) – 8 баллов;
- на вопрос дан правильный, но неполный ответ (например, при доказательстве теоремы, изложении метода отсутствуют отдельные логические шаги; допущена ошибка при вычислении; имеются другие неточности) – 6-7 баллов;
- на вопрос дан краткий ответ, содержащий только верно сформулированные факты – 5 баллов;
- в остальных случаях – 0 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 2,3 семестры по дисциплине «Математический анализ» составляет **100** баллов в каждом семестре.

Таблица 2.2. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку (экзамен):

81 балл и более	«отлично»
61-80 баллов	«хорошо»
40-60 баллов	«удовлетворительно»
Менее 40 баллов	неудовлетворительно

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

а) литература:

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. - М. : Высш. шк., 1989. - 352 с.

2. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник : в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020 — Том 1 — 2020. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-5841-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/147144>

3. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт.: учебник для вузов: в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Том 2: Курс дифференциального и интегрального исчисления — 2022. — 800 с. — ISBN 978-5-8114-7377-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/159505>

4. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт.: учебник для вузов: в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 12-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Том 3 — 2022. — 656 с. — ISBN 978-5-8114-8779-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/180824>

5. Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной [Текст]: учеб. для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд., стер. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 335, [1] с. : рис. - (Классический университетский учебник / пред. ред. совета В. А. Садовничий) (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова [и др.] ; вып. 5). - Библиогр.: с. 331 (12 назв.). - Предм. указ.: с. 332-335. - ISBN 5-9221-0133-1 (вып. 5) (в пер.). - ISBN 5-9221-0134-X. ЭБС ИНФРА-М

6. Комплексный анализ: учебное пособие для студентов механико-математического и физического факультетов / А. В. Шаталина [и др.] ; Сарат. нац. исслед. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского. - Саратов : Издательство Саратовского университета, 2017. - 75, [5] с. - Библиогр.: с. 77 (8 назв.). - ISBN 978-5-292-04439-0

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Лицензионное программное обеспечение:

1. операционная система Windows 7, или более поздняя версия
2. Microsoft Office Word,
3. Microsoft Office Excel,
4. Microsoft Office PowerPoint.

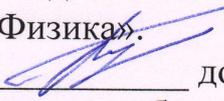
Интернет-ресурсы:

- 1) <https://course.sgu.ru/course/view.php?id=1517>;
- 2) <https://course.sgu.ru/course/view.php?id=1465>;
<https://course.sgu.ru/course/view.php?id=1307>

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Доска, мел. Самостоятельная работа студентов также включает применение ИКТ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование» и профилю подготовки «Физика».

Автор:  доцент кафедры ТФиСА, к.ф.-м. наук В.В. Новиков.

Программа одобрена на заседании кафедры теории функций и стохастического анализа 07 июня 2023 года, протокол № 17.