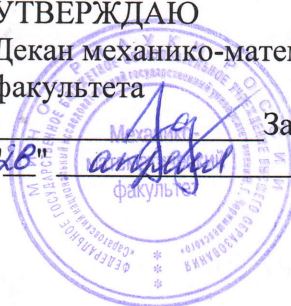


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан механико-математического
факультета

"28"  Захаров А.М.
2023 г.



**Рабочая программа дисциплины
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

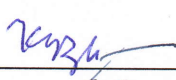
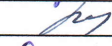

**Направление подготовки бакалавриата
09.03.03 Прикладная информатика**

**Профиль подготовки бакалавриата
Прикладная информатика в экономике**

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Саратов,
2023

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Кузнецова Ирина Александровна		28.04.2023
Председатель НМК	Тышкевич Сергей Викторович		28.04.2023
Заведующий кафедрой	Сидоров Сергей Петрович		28.04.2023
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины

Целью преподавания дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является усвоение понятия вероятности как объективной характеристики явлений и процессов в окружающем мире, изучение вероятностных и статистических закономерностей, а также изучение методов построения вероятностных моделей; методов статистической обработки данных, а также изучение методов построения теоретико-вероятностных и статистических моделей случайных процессов.

В результате освоения данной дисциплины студенты развивают теоретико-вероятностную интуицию, формируют умение строить математические модели реальных случайных явлений и получают необходимые знания для изучения профильных дисциплин.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Данная дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП по направлению подготовки 09.03.03 – Прикладная информатика, профиль «Прикладная информатика в экономике». Дисциплина связана с предметами «Статистика», «Теория игр» и с предметом «Теория систем и системный анализ».

Для освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» необходимы знания, умения и навыки, полученные при изучении таких дисциплин ООП как «Дискретная математика», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Освоение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» необходимо как предшествующее для таких дисциплин как «Теория игр», «Исследование операций», и др.

3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.	Знать: - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. Уметь: - анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие; - осуществлять декомпозицию задачи. Владеть: - навыками анализа и декомпозиции поставленной задачи.

<p>2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками нахождения и анализа информации, необходимой для решения поставленной задачи.
<p>3.1_Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - рассматривать различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками решения задач, различными методами.
<p>4.1_Б.УК-1. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки; - отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками формирования собственных суждений и оценок.
<p>5.1_Б.УК-1. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии.

		<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - определять и оценивать практические последствия возможных решений задачи <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками решения задач, различными методами и оценивания практических последствий
<p>УК-2</p> <p>Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений</p>	<p>1.1_Б.УК-2. Формулирует в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения выделенных задач.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - формулировать в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижения; - определять ожидаемые результаты решения выделенных задач. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками формулировки в рамках поставленной цели проекта совокупности взаимосвязанных задач.
	<p>2.1_Б.УК-2. Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - проектировать решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками выбора оптимального способа решения поставленной задачи.
	<p>3.1_Б.УК-2. Решает конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - решать конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками решения конкретных задач различными методами.

	<p>4.1_ Б.УК-2. Публично представляет результаты решения конкретной задачи проекта.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - публично представлять результаты решения конкретной задачи проекта. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками публичных выступлений.
<p>ПК-13. Способность формировать возможные решения на основе разработанных целевых показателей, дать анализ и обоснование выбранного решения.</p>	<p>1.1_Б.ПК-13. Грамотно использует информацию о: теории межличностной и групповой коммуникации в деловом взаимодействии; теории конфликтов; языках визуального моделирования; методах сбора, анализа, систематизации, хранения и поддержания в актуальном состоянии информации бизнес-анализа; информационных технологиях (программном обеспечении), применяемых в организации, в объеме, необходимом для целей бизнес-анализа; теории систем; предметной области и специфике деятельности организации в объеме, достаточном для решения задач бизнес-анализа.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать информацию о методах сбора, анализа, систематизации, хранения и поддержания в актуальном состоянии информации бизнес-анализа; информационных технологиях (программном обеспечении), применяемых в организации, в объеме, необходимом для целей бизнес-анализа. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - различными методами сбора, анализа, систематизации, хранения и поддержания в актуальном состоянии информации бизнес-анализа.
	<p>2.1_Б.ПК-13. Выявляет, регистрирует, анализирует и классифицирует риски и разрабатывает комплекс мероприятий по их минимизации; оформляет результаты бизнес-анализа в соответствии с выбранными подходами; определяет связи и зависимости между элементами информации бизнес-анализа; применяет информационные технологии в объеме, необходимом для целей</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - выявлять, регистрировать, анализировать и классифицировать риски и разрабатывать комплекс мероприятий по их минимизации; - оформлять результаты бизнес-анализа в соответствии с выбранными подходами; - определять связи и зависимости между

<p>бизнес-анализа.</p>	<p>элементами информации бизнес-анализа; - применять информационные технологии в объеме, необходимом для целей бизнес-анализа. Владеть: - навыками проведения бизнес-анализа с применением информационных технологий в объеме, необходимом для целей бизнес-анализа.</p>
<p>3.1_Б.ПК-13. Анализирует внутренние (внешние) факторы и условия, влияющие на деятельность организации; анализирует требования заинтересованных сторон с точки зрения критериев качества, определяемых выбранными подходами; проводит оценку эффективности решения с точки зрения выбранных критериев; оценивает бизнес-возможность реализации решения с точки зрения выбранных целевых показателей; моделирует объем и границы работ; планирует, организует и проводит встречи и обсуждения с заинтересованными сторонами; использует техники эффективных коммуникаций.</p>	<p>Знать: - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. Уметь: - анализировать внутренние (внешние) факторы и условия, влияющие на деятельность организации; - анализировать требования заинтересованных сторон с точки зрения критериев качества, определяемых выбранными подходами; - проводить оценку эффективности решения с точки зрения выбранных критериев. Владеть: - навыками оценивания эффективности решения с точки зрения выбранных критериев</p>
<p>4.1_Б.ПК-13. Выявляет, собирает и анализирует информацию бизнес-анализа для формирования возможных решений; описывает возможные решения; анализирует решения с точки зрения достижения целевых показателей решений; оценивает ресурсы, необходимые для реализации решений; оценивает эффективность каждого варианта решения как соотношения между ожидаемым уровнем использования ресурсов и ожидаемой ценностью; выбирает решения для реализации в составе группы экспертов.</p>	<p>Знать: - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. Уметь: - выявлять, собирать и анализировать информацию бизнес-анализа для формирования возможных решений; - оценивает ресурсы, необходимые для реализации решений. Владеть: - навыками анализа решения с точки зрения достижения целевых показателей решений.</p>

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Лабораторные	Практические занятия		КСР	СР	Контроль	
						Общая трудоемкость	Из них – практическая подготовка				
1	Случайные события и вероятности случайных событий. Классическое определение вероятности. Формулы исчисления вероятностей.	3	1-4	4	-	4	-	-	12	-	Устный опрос
2	Формула и теорема Бернулли.	3	5,6	2	-	2	0	-	10	-	Устный опрос
3	Законы распределения случайных величин и векторов. Функции распределения вероятностей. Независимость случайных величин. Примеры законов распределения вероятностей.	3	7-10	4	-	4	0	-	10	-	Устный опрос
4	Числовые характеристики случайных величин и векторов и их свойства.	3	11-14	4	-	4	0	-	18	-	Контрольная работа
5	Характеристические функции и основные законы теории вероятностей	3	15, 16	2	-	2	0	2	10	-	Устный опрос
6	Законы больших чисел, предельные теоремы.	3	17, 18	2	-	2	0	-	10	-	Устный опрос
	Промежуточная аттестация	3									Зачет, контр. Работа
	Всего за 3 семестр 108 ч.			18	0	18	0	2	70	0	
7	Эмпирические	4	1-4	8	-	8	-	-	10	-	Контрольная

	характеристики и их свойства.										работа
8	Теория оценок. Основные методы построения оценок.	4	5-8	8	-	8	-	-	12	-	Устный опрос
9	Доверительное оценивание. Доверительные интервалы для параметров распределения Гаусса.	4	9-12	8	-	8	-	-	10	-	Контрольная работа
10	Критерии проверки статистических гипотез. Критерии согласия.	4	13-16	8	-	8	-	2	10	-	Устный опрос
	Промежуточная аттестация	4									Экзамен, 2 контр. работы
	Всего за 4 семестр 144 ч.			32	0	32	0	2	42	36	
	Общая трудоемкость дисциплины	3,4	252								

Содержание дисциплины

Раздел 1. Случайные события и вероятности случайных событий. Классическое определение вероятности. Формулы исчисления вероятностей.

Тема 1.1. Аксиоматика Колмогорова.

Исторический обзор, сигма-алгебра и ее свойства. Борелевские множества. Аксиоматика Колмогорова. Свойства вероятностной меры. Примеры вероятностных пространств.

Тема 1.2. Формулы исчисления вероятностей случайных событий.

Условная вероятность и ее свойства, теорема умножения. Независимость событий. Критерий независимости. Независимость в совокупности. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Темы практических занятий к разделу 1:

- 1) Классическое и геометрическое определение вероятности.
- 2) Формулы исчисления вероятностей.

Раздел 2. Формула и теорема Бернулли.

Тема 2.1. Последовательность независимых испытаний. Примеры.

Тема 2.2. Формула Бернулли.

Тема 2.3. Теорема Бернулли.

Тема 2.4. Теорема Пуассона.

Тема практического занятия к разделу 2:

- 1) Последовательность независимых испытаний, формула Бернулли.
- 2) Теорема Пуассона.

Раздел 3. Законы распределения случайных величин и векторов. Функции распределения вероятностей. Независимость случайных величин. Примеры законов распределения вероятностей.

Тема 3.1. Случайные величины, распределения случайных величин, функции распределения вероятностей.

Тема 3.2. Независимость случайных величин. Критерий независимости. Распределение Гаусса.

Темы практических занятий к разделу 3:

1) Функции распределения дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин.

2) Биномиальный закон.

3) Распределение Гаусса.

Раздел 4. Числовые характеристики случайных величин и векторов и их свойства.

Тема 4. 1. Математическое ожидание и его свойства.

Интеграл Лебега от измеримой функции и его свойства. Вычисление математического ожидания. Математическое ожидание основных законов распределения. Свойства математического ожидания.

Тема 4. 2. Дисперсия случайных величин, ее свойства. Моменты.

Дисперсия случайных величин, ее свойства. Моменты. Дисперсии основных законов распределения. Ковариация и ее свойства. Коэффициент корреляции и его свойства.

Темы практических занятий к разделу 4:

1) Вычисление математического ожидания и дисперсии для дискретных и непрерывных случайных величин.

2) Вычисление математического ожидания, дисперсии для основных законов распределения.

Раздел 5. Характеристические функции и основные законы теории вероятностей

Тема 5.1. Характеристические функции.

Характеристические функции и их свойства. Характеристические функции основных законов распределения, теоремы обращения и единственности, слабая сходимость функций распределения. Темы практических занятий к разделу 5:

1) Характеристические функции основных законов распределения.

Раздел 6. Законы больших чисел, предельные теоремы.

Тема 6.1. Законы больших чисел (ЗБЧ). Предельные теоремы в теории вероятностей.

Закон больших чисел. Теоремы ЗБЧ Маркова, Чебышева, и Бернулли. Теорема Хинчина. Центральная предельная теорема (ЦПТ) для независимых одинаково распределенных слагаемых. Теорема Пуассона.

Темы практических занятий к разделу 6:

1) Закон больших чисел, центральная предельная теорема, теорема Пуассона.

Раздел 7. Эмпирические характеристики и их свойства.

Тема 7. 1. Эмпирические характеристики.

Выборка. Группировка данных. Гистограмма и полигон. Эмпирическая функция распределения, ее свойства. Эмпирические характеристики и их свойства. Теорема Гливленко.

Тема 7. 2. Распределения вероятностей, связанные с распределением Гаусса.

Распределение хи-квадрат. Распределение Стьюдента. Теорема об отношении Стьюдента. Теорема о распределении эмпирических характеристик нормальной генеральной совокупности.

Темы практических занятий к разделу 7:

1) Получение выборки. Графическое представление выборки. Группировка выборочных данных. Вычисление эмпирических характеристик.

2) Законы распределения, используемые в математической статистике.

Раздел 8. Теория оценок. Основные методы построения оценок.

Тема 8. 1. Оценки и их свойства.

Эмпирический метод определения оценок. Функция правдоподобия. Несмещенные и состоятельные оценки. Теорема о несмещенной оценке с минимальной дисперсией. Неравенство Крамера-Рао. Эффективные оценки.

Тема 8.2. Методы отыскания оценок.

Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок максимального правдоподобия.

Темы практических занятий к разделу 8:

1) Методы отыскания оценок.

2) Линейные модели, МНК - оценки.

Раздел 9. Доверительное оценивание. Доверительные интервалы для параметров распределения Гаусса.

Тема 9.1. Доверительные интервалы и многомерные доверительные области.

Доверительные интервалы и области. Теорема Тьюки.

Тема 9.2. Доверительные интервалы для параметров распределения Гаусса.

Темы практических занятий к разделу 9:

1) Доверительные интервалы.

2) Доверительное оценивание параметров распределения Гаусса.

Раздел 10. Критерии проверки статистических гипотез. Критерии согласия. Ошибки 1-го и 2-го рода. Мощность критерия.

Тема 10.1. Критерии согласия и значимости.

Статистический критерий. Критерий согласия. Критерии Колмогорова и Пирсона.

Тема 10. 2 Метод Неймана-Пирсона

Лемма Неймана-Пирсона.

Темы практических занятий к разделу 10:

1) Критерии согласия.

2) Метод Неймана-Пирсона.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Лекции, разбор конкретных ситуаций, обсуждение возможностей практического применения получаемых знаний и навыков, мозговой штурм, мастер-класс.

Реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, работа над проектами) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Эффективность применения интерактивных форм обучения обеспечивается реализацией следующих условий:

- создание диалогического пространства в организации учебного процесса;
- использование принципов социально – психологического обучения в учебной и внеучебной деятельности;
- мониторинг личностных особенностей и профессиональной направленности студентов;
- формирование психологической готовности преподавателей к использованию интерактивных форм обучения, направленных на развитие внутренней активности студентов.

Использование интерактивных форм и методов обучения направлено на достижение ряда важнейших образовательных целей:

- стимулирование мотивации и интереса в области анализа сложных систем и обработки данных и в общеобразовательном, общекультурном и профессиональном плане;
- повышение уровня активности и самостоятельности обучаемых;
- развитие навыков анализа, критичности мышления, взаимодействия, коммуникации;
- саморазвитие и развитие обучаемых благодаря активизации мыслительной деятельности и диалогическому взаимодействию с преподавателем и другими участниками образовательного процесса.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью

При обучении лиц с ограниченными возможностями используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение

соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Контрольные вопросы

Дискретное вероятностное пространство. Вероятность события и ее свойства.

Условная вероятность. Независимость событий.

Прямое произведение вероятностных пространств, его свойства. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Случайная величина (с.в.) ее распределение. Математическое ожидание с.в. его с-ва (в дискретном вероятностном пространстве).

Независимость с.в. Критерий независимости, свойства.

Дисперсия с.в., ее свойства.

Ковариация и коэффициент корреляции, их свойства.

Испытания Бернулли. Распределение Бернулли, его характеристики. Теорема Пуассона. Распределение Пуассона, его характеристики.

Неравенство Чебышева. Закон больших чисел.

Вероятностное пространство общего вида. Аксиоматика Колмогорова.

С.в., ее распределение. Мат. ожидание с.в., его свойства (в вероятностном пространстве общего вида).

Дискретные распределения. Примеры дискретных распределений (Бернулли, Пуассона), их характеристики.

Абсолютно-непрерывные распределения. Плотность распределения, ее свойства. Примеры абсолютно непрерывных распределений (равномерное, показательное, нормальное), их характеристики.

Случайные векторы (сл.в.) их распределения. Преобразование сл. векторов. Формула свертки.

Выборки. Оценки. Вариация оценки и ее свойства. Несмещенные, состоятельные и эффективные оценки. Неравенство Рао-Крамера и следствия из него. Критерий эффективности оценки. Достаточные оценки. Критерий достаточности оценки.

Эмпирическое среднее и эмпирическая дисперсия, их св-ва.

Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.

Распределение χ^2 . Теорема сложения для χ^2 . Распределение Стьюдента. Теорема о распределении выборочных характеристик из нормальной совокупности.

Доверительные интервалы. Построение доверительных интервалов для $N(\theta_1, \sigma)$,

$N(a, \theta_2)$, $N(\theta_1, \theta_2)$.

Проверка статистических гипотез. Ошибки 1 и 2 рода. Мощность критерия. Критерии χ^2 , Колмогорова, Смирнова, Стьюдента, знаков.

Коэффициент корреляции и корреляционное отношение, выборочные коэффициент корреляции и корреляционное отношение, их свойства. Ранговые коэффициенты корреляции по Спирмену и по Кэндаллу.

Моделирование случайных величин. Метод Монте-Карло.

Итоговый тест

Вариант по теории вероятностей.

1. Если $P(A) = \frac{1}{3}$, то $P(\bar{A})$ равна

1). $\frac{1}{3}$,

2). $\frac{2}{3}$,

3). $-\frac{1}{3}$,

4). $\frac{1}{2}$.

2. Если A и B независимы, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, то $P(A \cap B)$ равна

1). $\frac{1}{24}$,

2). $\frac{1}{16}$,

3). $\frac{1}{12}$,

4). $\frac{7}{12}$.

3. Условная вероятность события A относительно события B определяется равенством

1). $P_{A|B} = \frac{P_{A \cap B}}{P_A}$,

2). $P_{A|B} = \frac{P_{A \cap B}}{P_B}$,

3). $P_{A|B} = \frac{P_{A \cap B}}{P_A}$,

4). $P_{A|B} = P_{A \cap B}$.

4. Пусть распределение случайной величины ξ задается таблицей:

ξ	x_1	...	x_i	...	x_n
P	p_1	...	p_i	...	p_n

Тогда $(M\xi)^6$ можно вычислять по формуле

а) $\sum_{i=1}^n (x_i \cdot p_i)^6$

б) $\sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i^6$

в) $\sum_{i=1}^n x_i^6 \cdot p_i$

г) $(\sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i)^6$

5. Пусть $D\xi = 7$, $D\eta = 3$, $\text{cov}(\xi, \eta) = c$. Тогда $D(4\xi - 3\eta)$ равна

а) 19

б) 37

в) 85

г) 139

6. Фрагментом доказательства, какого утверждения является равенство:

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} c \cdot P(c) = \sum_{c \in \mathcal{C}} c^2 \cdot P(c)$$

а) $Mc = c$

б) $M(c^2) = cM^2$

в) $Dc = 0$

г) $D(c^2) = c^2 D\xi$

7. Если распределение случайной величины ξ задано таблицей,

ξ	-5	5
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

то $D\xi$ равно:

- а) -2,5
- б) 0
- в) 5
- г) 25

8. Если $D\xi = 7$, то $D(-\xi)$ равна

- а) -49
- б) -7
- в) 0
- г) 7

9. Если случайные величины ξ и η независимы, то независимыми являются и

- а) e^ξ и $\ln \xi$
- б) e^η и $\ln \eta$
- в) $e^{\xi+\eta}$ и $e^{\xi-\eta}$
- г) e^ξ и $\ln \eta$

10. Какое из следующих равенств неверно?

а) ~~$D(\xi + \eta) = D\xi + D\eta$~~

б) ~~$D(\xi - \eta) = \sqrt{D\xi + D\eta}$~~

в) ~~$D(\xi \eta) = \sqrt{D\xi D\eta}$~~

г) ~~$D(\xi \eta) = \sqrt{D\xi} \sqrt{D\eta}$~~

11. Если $D\xi = 25$, $D\eta = 4$, $\cos \xi \eta = -1$, то $K(\xi, \eta)$ равен

- а) -0,1
- б) 0,1
- в) 1
- г) -1

12. Если ξ имеет распределение Бернулли с параметрами $n = 100$, $p = 0,4$, то верны оба равенства

- а) $M\xi = 4$, $D\xi = \sqrt{24}$
- б) $M\xi = 4$, $D\xi = 24$
- в) $M\xi = 40$, $D\xi = \sqrt{24}$
- г) $M\xi = 40$, $D\xi = 24$

13. Если ξ имеет распределение Пуассона с параметром $\lambda = 10$, то $M\xi^2$ равны

- а) 100
- б) 110
- в) 90
- г) 10

14. Какие условия накладываются на параметры n и p в форме Бернулли?

- а) n - натуральное, $p \in (0,1)$
- б) n - натуральное, P - натуральное
- в) $n \in (0,1)$, P - натуральное
- г) $n \in (0,1)$, $p \in (0,1)$

15. Неравенство Чебышева имеет вид

1).
$$P\left\{ \left| \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}} \right| \geq \frac{\lambda}{\sigma} \right\} \leq \frac{\sigma^2}{\lambda^2}$$

2).
$$P\left\{ \left| \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}} \right| \geq \frac{\lambda}{\sigma} \right\} \leq \frac{\sigma^2}{\lambda^2}$$

3).
$$P\left\{ \left| \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}} \right| \geq \frac{\lambda}{\sigma} \right\} \leq \frac{\sigma^2}{\lambda^2}$$

4).
$$P\left\{ \left| \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}} \right| \geq \frac{\lambda}{\sigma} \right\} \leq \frac{\sigma^2}{\lambda^2}$$

16. Плотность распределения случайной величины ξ обладает свойствами:

1).
$$f(x) \geq 0$$

2).
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

3).
$$f(x) \geq 0$$

4).
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

17. Если ξ имеет распределение задаваемое таблицей $\begin{matrix} \xi & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ P & p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{matrix}$, то дисперсию ξ можно вычислить по формуле

1).
$$D\xi = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - \mu^2$$

3).
$$D\xi = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - \mu^2$$

2).
$$D\xi = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - \mu^2$$

4).
$$D\xi = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - \mu^2$$

18. Если случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром $\lambda > 0$, то верно равенство

1).
$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

2).
$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

3).
$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

4).
$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

19. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[2,14]$. Тогда выполняется равенство

а) $D\xi=19$; б) $D\xi=10$; в) $D\xi=36$; г) $D\xi=12$.

20. Плотность распределения нормальной случайной величины имеет вид

$f_{\xi}(x) = \frac{1}{\sqrt{42\pi}} e^{-\frac{x^2}{42}}$. Тогда верны равенства

а) $M\xi=1$; б) $M\xi=2$; в) $M\xi=3$; г) $M\xi=4$.

21. Функция распределения случайной величины ξ определяется равенством

1). $F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$

2). $F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$

3). $F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$

4). другое

22. Если $F_{\xi}(x)$ - функция распределения, а f_{ξ} - плотность распределения абсолютно - непрерывной случайной величины ξ и $x_1 < x_2$, то выполняется равенство

1). $F_{\xi}(x_2) - F_{\xi}(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f_{\xi}(x) dx$

2). $f_{\xi}(x_2) - f_{\xi}(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} F_{\xi}(x) dx$

3). $F_{\xi}(x_2) - F_{\xi}(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} F_{\xi}(x) dx$

4). $f_{\xi}(x_2) - f_{\xi}(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f_{\xi}(x) dx$

23. Если $f_{\xi\eta}(x, y)$ - плотность распределения случайного вектора (ξ, η) , то справедливо равенство

1). $f_{\eta}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi\eta}(x, y) dx$

2). $f_{\xi}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi\eta}(x, y) dy$

3). $\int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi\eta}(x, y) dx dy = 1$

4). $f_{\xi}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi\eta}(x, y) dy$

24. Если случайные величины ξ и η независимы, то выполняется равенство

1). $f_{\xi\eta}(x, y) = f_{\xi}(x) + f_{\eta}(y)$

2). $f_{\xi\eta}(x, y) = f_{\xi}(x) \cdot f_{\eta}(y)$

3). ~~$\Phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$~~

4). ~~$\Phi(x) = \frac{\varphi(x)}{\sigma(x)}$~~

25. Функция Лапласа $\Phi(x)$ определяется равенством

1). ~~$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt$~~

2). ~~$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2\sigma}} dt$~~

3). ~~$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt$~~

4). ~~$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2\sigma}} dt$~~

Вариант по математической статистике

1) Пусть $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - выборка объема n , $a = \min_{1 \leq i \leq n} x_i$, $b = \max_{1 \leq i \leq n} x_i$, h - длина интервала, получаемого при группировке данных. Тогда размахом выборки называется число

а) $b+a$; б) $b-a$; в) $\frac{b-a}{n}$; г) $\frac{b-a}{h}$.

2) Эмпирическая дисперсия s^2 определяется равенством

а) $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$; б) $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})$; в) $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$; г) $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$.

3) Вариация оценки $\tilde{\theta}$ параметра θ определяется равенством

а) $V(\tilde{\theta}) = M(\tilde{\theta} - \theta)$; б) $V(\tilde{\theta}) = M(\tilde{\theta} - \theta)^2$; в) $V(\tilde{\theta}) = M\tilde{\theta}$; г) $V(\tilde{\theta}) = M\tilde{\theta}^2$.

4) Если генеральная совокупность ξ имеет распределение Пуассона с неизвестным параметром θ , то оценка $\tilde{\theta}$, найденная с помощью метода моментов, определяется равенством

а) $\tilde{\theta} = \bar{x}$; б) $\tilde{\theta} = \frac{1}{\bar{x}}$; в) $\tilde{\theta} = s^2$; г) $\tilde{\theta} = \frac{1}{s^2}$.

5) Если $f(x, \theta) = e^{-\alpha x}$, $x \geq 0$, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $\forall 1 \leq i \leq n$, то верно равенство

а) ~~$L(X, \theta) = e^{-\theta \sum_{i=1}^n x_i}$~~ ; б) ~~$L(X, \theta) = e^{-\theta \sum_{i=1}^n x_i}$~~ ; в) ~~$L(X, \theta) = e^{-\theta \prod_{i=1}^n x_i}$~~ ; г) ~~$L(X, \theta) = e^{-\theta \prod_{i=1}^n x_i}$~~ .

6) Какое свойство математического ожидания используется в равенстве

~~$M\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\right) = \frac{1}{n} M\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)$?~~

а) ~~$MC = C$~~ ; б) ~~$MC = CA$~~ ; в) ~~$M(CA) = A \cdot M(C)$~~ ; г) ~~$M(CA) = A \cdot M(C)$~~ .

7) Если ξ имеет распределение $N(a, \sigma)$, то $\frac{ns^2}{\sigma^2}$ имеет распределение

а) χ^2_{n-1} ; б) χ^2_n ; в) St_{n-1} ; г) St_n .

8) Доверительный интервал для параметра θ_1 при $\xi \sim N(\theta_1, \sigma)$ имеет вид:

а) $\left(\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$; б) $\left(\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$;

в) $\left(\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$; г) $\left(\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$.

9) При проверке гипотезы с помощью критерия знаков используются таблицы распределения: а) Колмогорова; б) нормального; в) Бернулли; г) Стьюдента.

10) Случайная величина $\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ используется при проверке гипотез по критерию а) знаков; б) Колмогорова; в) Смирнова; г) Пирсона.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
3	10	0	20	10	0	20	40	100
4	10	0	20	10	0	20	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента

3 семестр

Лекции. Оценивается посещаемость лекций. Диапазон баллов от 0 до 10.

Количество лекций	Количество баллов
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6

7	7
8	8
9	10

Практические занятия. Оценивается посещаемость, уровень подготовки к занятиям, активность работы в аудитории. Диапазон баллов от 0 до 20.

Количество занятий	Количество баллов
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12
7	14
8	16
9	18

За особую активность на занятиях добавляется от 1 до 2 баллов.

Самостоятельная работа. Оценивается качество и количество выполненных домашних работ. Диапазон баллов от 0 до 10.

Количество выполненных заданий	Количество баллов
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	10

Автоматизированное тестирование. Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности. Предусмотрена одна контрольная работа. Диапазон баллов от 0 до 20 баллов.

№ задачи	Количество баллов
----------	-------------------

1	4
2	6
3	10
Итого	20

Промежуточная аттестация.

Представляет собой устный опрос по билетам. Диапазон баллов от 0 до 40. Ответ на «отлично» / «зачет» оценивается от 31 до 40 баллов, ответ на «хорошо» / «зачет» оценивается от 21 до 30 баллов, ответ на «удовлетворительно» / «зачет» оценивается от 11 до 20 баллов, ответ на «неудовлетворительно» / «не зачет» оценивается от 0 до 10 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 3 семестр по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» составляет 100 баллов.

Таблица 1.1. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» в оценку (зачет):

60 баллов и более	«зачтено»
меньше 60 баллов	«не зачтено»

4 семестр

Лекции.

Оценивается посещаемость лекций. Диапазон баллов от 0 до 10.

Количество лекций	Количество баллов
0	0
1-2	1
3-4	2
5-6	3
7-8	4
9-10	5
11-12	6
13-14	8
15-16	10

Практические занятия. Оценивается посещаемость, уровень подготовки к занятиям, активность работы в аудитории. Диапазон баллов от 0 до 20.

Количество занятий	Количество баллов
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10
11	11
12	12
13	13
14	14
15	15
16	16

За особую активность на занятиях добавляется от 1 до 4 баллов.

Самостоятельная работа. Оценивается качество и количество выполненных домашних работ. Диапазон баллов от 0 до 10.

Количество выполненных заданий	Количество баллов
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	10

Автоматизированное тестирование.
Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности. Предусмотрено две контрольные работы. Диапазон баллов от 0 до 20 (от 0 до 10 за каждую работу).

№ задачи	Количество баллов
1	2
2	3
3	5
Итого	10

Промежуточная аттестация. Представляет собой устный опрос по билетам. Диапазон баллов от 0 до 40. Ответ на «отлично» оценивается от 31 до 40 баллов, ответ на «хорошо» оценивается от 21 до 30 баллов, ответ на «удовлетворительно» оценивается от 11 до 20 баллов, ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 10 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 4 семестр по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» составляет 100 баллов.

Таблица 2.2. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» в оценку (экзамен):

90-100 баллов	«отлично»
75-89 баллов	«хорошо»
60-74 баллов	«удовлетворительно»
0-59 баллов	«не удовлетворительно»

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

а) литература:

1. **Гмурман, Владимир Ефимович.** Теория вероятностей и математическая статистика [Текст: Электронный ресурс] : Учебник / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - Электрон. дан. col. - Москва : Издательство Юрайт, 2010. - 479 с. - (Бакалавр. Прикладной курс). - Internet access. - ISBN 978-5-534-00211-9. V56

2. **Смирнов, Анатолий Константинович.** Вероятностные методы анализа. Теория вероятностей [Текст] : учебное пособие / А. К. Смирнов. - Саратов : Издательский центр "Наука", 2013. - 93 с. : табл. - Библиогр.: с. 92 (11 назв.). - ISBN 978-5-9999-1718-8. V60

3. **Боровков, Александр Алексеевич.** Математическая статистика [Текст] : учебник / А. А. Боровков. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2010. - 703, [1] с. - (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники). - Библиогр.: с. 692-697 (140 назв.). - Предм. указ.: с. 701-703. - ISBN 978-5-8114-1013-2 (в пер.). V

4. **Гмурман, Владимир Ефимович.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - Москва : Юрайт : ИД Юрайт, 2010. - 403, [13] с. - (Основы наук). - ISBN 978-5-9916-0700-1 (Изд-во Юрайт) (в пер.). - ISBN 978-5-9692-0930-5 (ИД Юрайт). V52

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Лицензионное программное обеспечение:

1. операционная система Windows 7, или более поздняя версия
2. Microsoft Office Word,
3. Microsoft Office Excel,
4. Microsoft Office PowerPoint.

Интернет-ресурсы:

www.sgu.ru

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Преподавание данной дисциплины не требует специальной материально-технической базы. Возможно проведение занятий в компьютерном классе. Самостоятельная работа студентов также включает применение ИКТ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика» и профилю «Прикладная информатика в экономике».

Автор: доцент кафедры ТФиСА, к.ф.-м. наук Кузнецова И.А.

Программа актуализирована на заседании кафедры теории функций и стохастического анализа от 28 апреля 2023 года, протокол № 14.