

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»  
Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ  
Декан механико-математического  
факультета

Захаров А.М.  
"25" октября 2024 г.



**Рабочая программа дисциплины  
ТЕОРИЯ ИГР**

**Направление подготовки бакалавриата**  
*38.03.05 Бизнес-информатика*

**Профиль подготовки бакалавриата**  
*Управление бизнес-процессами*

Квалификация (степень) выпускника  
*Бакалавр*

Форма обучения  
*очная*

Саратов,  
20\_\_

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Кузнецова Ирина Александровна	<i>Кузнецова</i>	<i>25.10.2024</i>
Председатель НМК	Тышкевич Сергей Викторович	<i>Тышкевич</i>	<i>25.10.2024</i>
Заведующий кафедрой	Сидоров Сергей Петрович	<i>Сидоров</i>	<i>25.10.2024</i>
Специалист Учебного управления			

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Теория игр» является изучение и системный анализ систем организационного типа, отыскание в них оптимизационных задач, разработка математических моделей, нахождения оптимальных решений и реализации их на практике.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП

Данная дисциплина относится к Блоку «ФТД. Факультативные дисциплины» учебного плана ООП по направлению подготовки 38.03.05 – Бизнес-информатика, профилю подготовки «Управление бизнес-процессами». Дисциплина связана с предметами «Дискретная математика», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и с предметом «Теория вероятностей и математическая статистика».

При изучении дисциплины студенту потребуются следующие знания, умения и готовности, приобретенные в процессе освоения указанных предметов:

- знание основных понятий и теорем;
- умение дифференцировать и интегрировать, решать экстремальные задачи, выполнять операции с матрицами, вычислять характеристики случайных величин;
- использовать усвоенные методы при построении и анализе моделей исследования операций.

Данная дисциплина является одной из завершающих в структуре ООП бакалавриата. Ее изучение в определенной степени подытоживает образование бакалавра, полезно при написании выпускной квалификационной работы и дает базу для желающих продолжить обучение в магистратуре.

## 3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</li><li>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</li><li>- различные подходы к решению статистических игр;</li><li>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</li><li>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</li></ul> <b>Уметь:</b>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие;</li> <li>- осуществлять декомпозицию задачи.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками анализа и декомпозиции поставленной задачи.</li> </ul>
2.1_Б.УК-1.	Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</li> <li>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</li> <li>- различные подходы к решению статистических игр;</li> <li>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</li> <li>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками нахождения и анализ информации, необходимой для решения поставленной задачи.</li> </ul>
3.1_Б.УК-1.	Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</li> <li>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</li> <li>- различные подходы к решению статистических игр;</li> <li>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</li> <li>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- рассматривать различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками решения задач, различными методами.</li> </ul>
4.1_Б.УК-1.	Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</li> <li>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</li> <li>- различные подходы к решению статистических игр;</li> <li>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</li> <li>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки;</li> </ul>

		<p>- отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>- навыками формирования собственных суждений и оценок.</p>
	<p>5.1_ Б.УК-1.</p> <p>Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</li> <li>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</li> <li>- различные подходы к решению статистических игр;</li> <li>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</li> <li>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <p>- определять и оценивать практические последствия возможных решений задачи.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>- навыками решения задач, различными методами и оценивания практических последствий.</p>
<p>УК-2</p> <p>Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений</p>	<p>1.1_Б.УК-2.</p> <p>Формулирует в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение.</p> <p>Определяет ожидаемые результаты решения выделенных задач.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</li> <li>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</li> <li>- различные подходы к решению статистических игр;</li> <li>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</li> <li>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <p>- формулировать в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение; определять ожидаемые результаты решения выделенных задач.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>- навыками формулировки в рамках поставленной цели проекта совокупности взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение.</p>
	<p>2.1_Б.УК-2.</p> <p>Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</li> <li>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</li> <li>- различные подходы к решению статистических игр;</li> <li>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</li> <li>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- проектировать решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками проектирования решения конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.</li> </ul>
	3.1_ Б.УК-2. Решает конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</li> <li>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</li> <li>- различные подходы к решению статистических игр;</li> <li>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</li> <li>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать конкретные задачи проекта заявленного качества и за установленное время.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками решения конкретных задач проекта заявленного качества и за установленное время.</li> </ul>
	4.1_ Б.УК-2. Публично представляет результаты решения конкретной задачи проекта.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</li> <li>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</li> <li>- различные подходы к решению статистических игр;</li> <li>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</li> <li>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- публично представлять результаты решения конкретной задачи проекта.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи проекта.</li> </ul>
ПК -1 Способен обрабатывать и анализировать научно-техническую информацию.	1.1_Б.ПК-1, Обладает фундаментальным и знаниями в области математических и (или) естественных наук.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</li> <li>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</li> <li>- различные подходы к решению статистических игр;</li> <li>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</li> <li>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</li> </ul>

		<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.</li> </ul>
2.1_Б.ПК-1	Осуществляет проведение работ по сводке, группировке и обработке научно-технической информации.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</li> <li>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</li> <li>- различные подходы к решению статистических игр;</li> <li>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</li> <li>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- осуществлять проведение работ по сводке, группировке и обработке научно-технической информации.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью осуществлять проведение работ по сводке, группировке и обработке научно-технической информации.</li> </ul>
3.1_Б.ПК-1	Формирует и обосновывает возможные решения на основе анализа полученной научно-технической информации.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</li> <li>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</li> <li>- различные подходы к решению статистических игр;</li> <li>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</li> <li>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- формировать и обосновывать возможные решения на основе анализа полученной научно-технической информации.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- способностью формировать и обосновывать возможные решения на основе анализа полученной научно-технической информации.</li> </ul>
4.1_Б.ПК-1	Оформляет результаты исследований.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные принципы математического моделирования, способы задания цели операции;</li> <li>- различные способы сведения многокритериальных задач к однокритериальным;</li> <li>- различные подходы к решению статистических игр;</li> <li>- проблемы, связанные с моделированием ситуаций, в которых отсутствует антагонизм интересов, на примере биматричных игр;</li> </ul>

	<p>- основные методы моделирования распределений случайных величин.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>- оформлять результаты исследований.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>- способностью оформлять результаты исследований.</p>
--	--

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции и	Практические занятия		КСР	СР	Контроль	
					Общая трудоемкость	Из них - практическая подготовка				
1	Предмет и модели исследования операций	5	1	3	3	-	1	2	-	
2	Многокритериальные задачи	5	2	3	3	-	2	2	-	
3	Антагонистические игры	5	3, 4	4	4	-	1	2	-	
4	Матричные игры и методы их решения	5	5, 6	4	4	-	2	2	-	Контроль самостоятельной работы студентов по темам 1-4
5	Теория статистических решений	5	7	2	2	-	1	4	-	
6	Биматричные игры	5	8, 9	4	4	-	1	2	-	
7	Принятие решений в иерархических системах	5	10, 11	4	4	-	2	2	-	
8	Потоки в сетях	5	12, 13	4	4	-	1	2	-	
9	Основные понятия теории массового обслуживания и теории надежности	5	14, 15	4	4	-	1	2	-	Контрольная работа
10	Введение в статистическ	5	16,17, 18	4	4	-	2	2	-	Контроль самостоятельной

	ое моделирован ие									работы студентов по темам 5-10
	Промежуточ ная аттестация	5								<b>Зачет, контрольная работа</b>
	<b>Общая трудоемкост ь дисциплины 108 часов</b>			36	36	0	14	22	0	

## Содержание дисциплины

### Раздел 1. Предмет и модели исследования операций

#### Тема 1.1. Предмет и содержание исследования операций

Предмет и история исследования операций. Роль исследования операций в эффективном управлении производством. Постановка задач исследования операций. Основные этапы операционного исследования.

#### Тема 1.2. Модели исследования операций

Принципы математического моделирования. Оперирующая сторона, ее активные средства и стратегии. Управляемые и неуправляемые переменные. Типы моделей исследования операций. Примеры моделей исследования операций. Методы принятия решений.

### Раздел 2. Многокритериальные задачи

#### Тема 2.1. Критерии эффективности

Цель операции, способы ее задания. Критерий эффективности в детерминированных и вероятностных задачах. Отношение предпочтения как способ задания цели операции. Условия представимости отношения предпочтения с помощью функции полезности.

#### Тема 2.2. Свертывание критериев

Векторный критерий эффективности. Различные способы свертывания векторного критерия эффективности в скалярный. Оптимальность по Парето. Связь оптимальности по Парето с максимизацией свернутого критерия.

### Раздел 3. Антагонистические игры

#### Тема 3.1. Основные характеристики антагонистических игр

Определение и примеры антагонистических игр. Нижняя и верхняя цена игры, связь между ними. Цена игры. Седловая точка. Оптимальные стратегии. Теорема о минимаксе.

#### Тема 3.2. Свойства антагонистических игр

Теорема об эквивалентности седловых точек и взаимозаменяемости оптимальных стратегий в антагонистической игре. Условия существования седловой точки в антагонистической игре.

### Раздел 4. Матричные игры и методы их решения

#### Тема 4.1. Определение и основные свойства матричных игр



Определение матричной игры. Седловая точка матрицы. Смешанные стратегии, функция выигрыша. Основная теорема теории матричных игр. Свойства оптимальных смешанных стратегий матричной игры.

#### Тема 4.2. Специальные типы матричных игр

Симметричные матричные игры и их свойства. Игры  $2 \times m$  и  $n \times 2$ , их решение графическим методом.

#### Тема 4.3. Основные методы решения матричных игр

Сведение решения матричной игры к задаче линейного программирования специального вида. Итеративный метод Брауна-Робинсона решения матричных игр.

### Раздел 5. Теория статистических решений

#### Тема 5.1. Байесовский подход к решению статистических игр

Априорное распределение вероятностей. Байесовский подход. Существование и свойства байесовской стратегии.

#### Тема 5.2. Минимаксный подход к решению статистических игр

Сущность минимаксного подхода. Определение и свойства минимаксной стратегии.

#### Тема 5.3. Статистические игры с экспериментом

Эксперимент. Нерандомизированные и рандомизированные решающие функции. Идеальный эксперимент. Теорема о сведении игры с экспериментом к игре без эксперимента.

### Раздел 6. Биматричные игры

#### Тема 6.1. Определение и свойства биматричных игр

Определение биматричной игры. Ситуация равновесия. Теорема о существовании ситуации равновесия в биматричной игре.

#### Тема 6.2. Примеры биматричных игр

Существование в биматричной игре двух неэквивалентных ситуаций равновесия на примере игры "Семейный спор". Существование в биматричной игре неоптимальной по Парето ситуации равновесия на примере игры "Дилемма заключенного".

### Раздел 7. Принятие решений в иерархических системах

#### Тема 7.1. Основные понятия теории иерархических игр

Иерархические системы. Интересы Центра и Производителя. Правило выбора. Наибольший гарантированный результат Центра.

#### Тема 7.2. Метод управления иерархическими системами

Различные способы организации обмена информацией в иерархических системах. Система цен и штрафов-премий. Теорема об оптимальном способе организации обмена информацией.

### Раздел 8. Поток в сетях

#### Тема 8.1. Сетевое планирование и его характеристики

Задачи о потоках в сетях, их особенности. Понятия узла, дуги, цепи, пути. Пропускная способность дуги. Уравнение сохранения.

#### Тема 8.2. Задача максимизации потока

Формулировка задачи о максимальном потоке. Разрез сети. Теорема о связи величины потока с пропускной способностью разреза. Критерий единственности минимального разреза.

#### Тема 8.3. Методы нахождения максимальных потоков

Метод расстановки пометок решения задачи о максимальном потоке. Нахождение максимального потока в случае нескольких источников и стоков. Потоки в неориентированных и смешанных сетях.

#### Раздел 9. Основные понятия теории массового обслуживания и теории надежности

##### Тема 9.1. Основные понятия теории массового обслуживания

Входной поток требований и его характеристики. Пуассоновский поток. Простейший поток и его свойства.

##### Тема 9.2. Исследование сетей массового обслуживания (СМО)

Марковские СМО. Вывод системы дифференциальных уравнений. Процессы гибели и размножения. СМО с ожиданием. Многоканальные СМО.

##### Тема 9.3. Основные понятия теории надежности

Функция надежности. Интенсивность отказов. Характеристика надежности элемента. Основные законы распределения в теории надежности. Оценка надежности стареющих элементов.

#### Раздел 10. Введение в статистическое моделирование

##### Тема 10.1. Статистическое моделирование случайных величин

Псевдослучайные числа. Равномерный датчик. Стандартный метод моделирования случайных величин (метод обратных функций). Специальные методы моделирования основных распределений.

##### Тема 10.2. Имитационное моделирование

Основные принципы и этапы имитационного моделирования. Моделирование СМО. Оценка надежности простейших систем методом Монте-Карло.

### **5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины**

Лекции, разбор конкретных ситуаций, обсуждение возможностей практического применения получаемых знаний и навыков, мозговой штурм, мастер-класс.

Реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, работа над проектами) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Эффективность применения интерактивных форм обучения обеспечивается реализацией следующих условий:

- создание диалогического пространства в организации учебного процесса;
- использование принципов социально – психологического обучения в учебной и внеучебной деятельности;

- мониторинг личностных особенностей и профессиональной направленности студентов;
- формирование психологической готовности преподавателей к использованию интерактивных форм обучения, направленных на развитие внутренней активности студентов.

Использование интерактивных форм и методов обучения направлено на достижение ряда важнейших образовательных целей:

- стимулирование мотивации и интереса в области анализа сложных систем и обработки данных и в общеобразовательном, общекультурном и профессиональном плане;
- повышение уровня активности и самостоятельности обучаемых;
- развитие навыков анализа, критичности мышления, взаимодействия, коммуникации;
- саморазвитие и развитие обучаемых благодаря активизации мыслительной деятельности и диалогическому взаимодействию с преподавателем и другими участниками образовательного процесса.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

### **Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью**

При обучении лиц с ограниченными возможностями используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

#### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

С целью контроля знаний предусмотрена контрольная и работа по разделам 3, 4, 6, 7.

Промежуточная аттестация состоит в контроле посещаемости и выполнения текущих домашних заданий. Итоговая аттестация проводится по теоретическим вопросам курса или вопросам тестирования.

##### Контрольные вопросы.

1. Постановка задачи исследования операций.
2. Примеры модулей исследования операций.
3. Критерий эффективности в детерминированных и вероятностных задачах.
4. Векторный критерий эффективности и способы его преобразования в скалярный.
5. Определение и примеры антагонистических игр.
6. Понятие седловой точки и условия ее существования в антагонистической игре.
7. Матричные игры. Основная теорема теории матричных игр.
8. Основные методы решения матричных игр.
9. Байесовский подход к решению статистических игр.
10. Минимаксный подход к решению статистических игр.
11. Статистические игры с экспериментом, их особенности.
12. Биматричные игры. Теорема о существовании ситуации равновесия в биматричной игре.
13. Примеры экономических и политических ситуаций, моделируемых с помощью биматричных игр.
14. Иерархические системы. Наибольший гарантированный результат Центра.
15. Методы управления иерархическими системами.
16. Задачи о потоках в сетях, их особенности.
17. Методы нахождения максимальных потоков.
18. Основные понятия теории массового обслуживания.
19. Методы исследования марковских систем массового обслуживания.

20. Основные законы распределения в теории надежности.
21. Статистическое моделирование случайных величин.
22. Основные принципы и этапы имитационного моделирования.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Дана задача принятия решения. В таблице - прибыль города при различных вариантах проведения праздника (тыс. руб.).

Погода	Праздник на открытом воздухе	Праздник в театре
Солнечно (60 %)	1000	750
Дождь (40 %)	200	500

Установить, где следует проводить праздник по критериям Лапласа, Вальда и математического ожидания? Каким будет  $\alpha$  в критерии Гурвица, если предпочтение отдано театру?

Ответ: в театре, в театре, на открытом воздухе,  $\alpha > \frac{5}{11}$ .

2. Найти в антагонистической игре седловую точку, если она есть.

$$X = \left[0; \frac{\pi}{2}\right]; Y = \left[0; \frac{\pi}{2}\right]; F(x, y) = \sin(x + y).$$

Ответ: седловой точки нет.

$$X = [0;1]; Y = [0;1]; F(x, y) = \sin\left(\frac{\pi}{2}xy\right).$$

Ответ: (0,1).

3. Матрица  $A$  в матричной игре имеет вид  $\begin{pmatrix} x & 2 & 3 \\ y & 5 & 4 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$ .

Установить, при каких  $x$  и  $y$  в матрице есть седловые точки.

Ответ: при  $x \leq 6, y \leq 6$ .

4. Матрица  $A$  в матричной игре имеет вид  $\begin{pmatrix} x & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

Установить, при каких  $x$  в матрице есть седловые точки.

Ответ: при любых значениях  $x$  седловых точек нет.

5. Задача о зимней эксплуатации лесовозной дороги.

Предположим, что при заготовке леса зимой есть выбор - делать или не делать предварительную расчистку дороги. При этом известны предполагаемые высоты снежного покрова и матрица доходов при применении той или иной стратегии. Заготовитель – игрок 1, природа – игрок 2.

1 \ 2	20 мм	40 мм	60 мм	100 мм
Не делать	2	2	3	-1

Делать	4	3	2	6
--------	---	---	---	---

Найти цену игры.

Ответ:  $v=2.5$ .

6. Найти с помощью графического метода, предварительно вычеркнув доминируемый столбец или строку, решение матричной игры с

матрицей  $A = \begin{pmatrix} 7 & 9 & 10 & 8 & 11 \\ 8 & 3 & 2 & 4 & 1 \\ 6 & 2 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

Ответ:  $\bar{x} = (0.8, 0.2, 0)$ ;  $\bar{y} = (0.8, 0, 0, 0.2, 0)$ ,  $v = 7.2$

7. Найти оптимальные стратегии игроков в игре с матрицей  $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \\ 2 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Ответ:  $\bar{x} = (1/3, 2/3, 0)$ ;  $\bar{y} = (1/5, 3/5, 1/5)$ .

8. Матрица  $A$  в биматричной игре имеет вид  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

Установить, какой должна быть матрица  $B$ , чтобы игра имела чистые ситуации равновесия.

Ответ: должно выполняться хотя бы одно из трех условий:

а)  $b_{13}$  – максимум в первой строке; б) во второй строке есть элементы, не меньшие, чем  $b_{22}$ ; в) в третьей строке есть элементы, не меньшие, чем  $b_{33}$ .

9. Найти смешанные ситуации равновесия в игре с матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ответ:  $\bar{x} = (2/5, 3/5)$ ;  $\bar{y} = (2/3, 1/3)$ .

Задания для контрольной работы.

№ варианта	Величины, входящие в расчеты				№ варианта	Величины, входящие в расчеты			
	$s$	$t$	$u$	$v$		$s$	$t$	$u$	$v$
1	1	1	1	1	16	2	1	1	1
2	1	1	2	2	17	2	1	2	2
3	1	1	3	2	18	2	1	3	1
4	1	1	1	3	19	2	1	1	3
5	1	1	2	3	20	2	1	2	3
6	1	2	3	1	21	3	2	3	2
7	1	2	1	2	22	3	2	1	3
8	1	2	2	1	23	3	2	2	3
9	1	2	3	3	24	3	2	3	1
10	1	2	1	3	25	3	2	1	1
11	2	3	2	3	26	3	3	2	1
12	2	3	3	1	27	3	3	3	2
13	2	3	1	1	28	3	3	1	1
14	2	3	2	2	29	3	3	2	3
15	2	3	3	2	30	3	3	3	3

I. Подсчитать  $\underline{u}, \underline{v}$  и найти седловые точки (если они есть) для игр со следующими матрицами:

$$1) A = \begin{pmatrix} t+12 & v+20 & u+15 & t+12 \\ t+12 & u+15 & v+7 & u+3 \\ u+3 & u+3 & t+12 & u+15 \\ s & v+20 & v+7 & v+7 \end{pmatrix};$$

$$2) A = \begin{pmatrix} v+4 & t+8 & s & u+11 \\ s & v+4 & v+16 & u+11 \\ v+4 & t+8 & u+11 & s \\ u+11 & v+4 & v+4 & v+4 \end{pmatrix};$$

$$3) A = \begin{pmatrix} u+2 & v+6 & u+2 & t+10 & v+17 \\ t-2 & v+17 & t-2 & u+14 & v+6 \\ s-6 & v+6 & t-2 & u+2 & v+6 \\ u+2 & v+6 & u+2 & t+10 & t+10 \end{pmatrix}.$$

Предположим, что элемент  $a_{ut}$  неизвестен. Как в зависимости от значения этого элемента меняется множество седловых точек?

II. Пусть  $\Gamma=(X, Y, F)$  - антагонистическая игра, где  $X=Y=[-u, v]$ ,  $F(x, y) = sx^{2v-1} + y^{2t-1} + u$ .

Найти  $\varphi(x) = \min_{y \in Y} F(x, y), \quad \psi(y) = \max_{x \in X} F(x, y),$

$$\underline{v} = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} F(x, y) = \max_{x \in X} \varphi(x),$$

$$\bar{v} = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} F(x, y) = \min_{y \in Y} \psi(y)$$

и седловые точки (если они есть).

III. Найти чистые ситуации равновесия в биматричной игре с матрицами

$$A = \begin{pmatrix} v+18 & v+6 & v+6 \\ t+2 & s-10 & v-7 \\ t+14 & u+10 & t+2 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} v+6 & u-2 & s+10 \\ u-2 & v-7 & v+6 \\ s+10 & v+18 & t+2 \end{pmatrix}.$$

Предположим, что элементы  $a_{uv}, b_{vt}$  неизвестны. Как в зависимости от значений этих элементов меняется множество ситуаций равновесия?

IV. Решить графическим методом матричную игру с матрицей  $A$

$$A = \begin{pmatrix} u-3 & v+12 & t-5 & v+5 \\ t+2 & s+10 & u+6 & u-2 \end{pmatrix}.$$

Выполнить поиск решения той же игры методом Брауна-Робинсон (5 итераций), предположив, что на первом шаге каждый игрок выбирает стратегию 1. На каждом шаге найти  $i_k, j_k, v_1(k), v_2(k)$ .

V. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} s+5 & t+6 & u+7 & v+8 \\ t & v & s & u+20 \\ u & t+15 & v+15 & s+15 \\ u+15 & s & v & t \end{pmatrix}.$$

Найти стратегии игрока, оптимальные в смысле критериев Лапласа, Вальда, Гурвица (при  $\alpha = 0.1$ ) и математического ожидания (при  $\bar{y} = (0.7; 0.1; 0.1; 0.1)$ ).

### Итоговый тест

1. Антагонистическая игра может быть задана:

- а) множеством стратегий первого и второго игрока.
- б) множеством стратегий обоих игроков и функцией выигрыша второго игрока.

2. Цена игры всегда равна верхней цене игры, если обе цены существуют:

- а) да.
- б) нет.



в) вопрос некорректен.

3. Максимум по  $x$  минимума по  $y$  и минимум по  $y$  максимума по  $x$  функции выигрыша первого игрока:

а) всегда равны друг другу.

б) всегда отличаются друг от друга.

в) могут быть и равны, и не равны.

4. Может ли в какой-то антагонистической игре сумма значений функции выигрыша обоих игроков положительна?

а) да.

б) нет.

в) ответ неоднозначен.

5. Пусть в антагонистической игре  $X=(1;2)$  – множество стратегий 1-го игрока,  $Y=(5;8)$  – множество стратегий 2-го игрока. Является ли пара  $(1;9)$  седловой точкой в этой игре:

а) всегда.

б) иногда.

в) никогда.

6. Если известно, что функция выигрыша 1-го игрока всегда больше 1, то значения этой функции в седловой точке могут принимать значения:

а) любые.

б) только положительные.

в) только не более числа 1.

7. Если в антагонистической игре на отрезке  $[0;1]*[0;1]$  функция выигрыша 1-го игрока  $F(x, y)$  равна  $C(x-y)^2$ , то при отрицательном значении числа  $C$ :

а) седловых точек нет никогда.

б) седловые точки есть всегда.

в) седловые точки могут существовать, и не существовать.

8. Антагонистическая игра может быть задана:

а) множеством стратегий игроков и ценой игры.

б) множеством стратегий обоих игроков и функцией выигрыша первого игрока.

в) обязательно каким-то иным способом.

9. Верхняя цена игры больше верхней цены игры, если оба показателя существуют.

а) да.

б) не всегда.

в) никогда.

10. Смешанная стратегия – это:

а) число.

б) вектор.

в) матрица.

11. Пусть в антагонистической игре  $X=(1;2)$  – множество стратегий 1-го игрока,  $Y=(2;8)$  – множество стратегий 2-го игрока. Является ли пара  $(1;2)$  седловой точкой в этой игре:

а) всегда.

- б) иногда.  
в) никогда.
12. Седловая точка – это:
- 1) стратегия одного из игроков.
  - 2) упорядоченная пара, в которой первая составляющая – стратегия первого игрока, вторая – стратегия второго игрока.
  - 3) что-то иное.
13. Функция выигрыша первого игрока зависит:
- а) от одной переменной.
  - б) от двух переменных.
  - в) от трех переменных.
14. Матричная игра – это частный случай антагонистической игры, при котором обязательно выполняется одно из требований:
- а) один из игроков имеет бесконечное число стратегий.
  - б) оба игрока имеют бесконечно много стратегий.
  - в) сумма функций выигрыша игроков постоянна.
15. Пусть матричная игра задана матрицей, в которой все элементы одинаковы.  
Цена игры существует:
- а) да.
  - б) нет.
  - в) нет однозначного ответа.
16. Оптимальная смешанная стратегия для матричной игры состоит из положительных чисел.
- а) да.
  - б) нет.
  - в) нет однозначного ответа.
17. Цена игры существует для матричных игр в чистых стратегиях всегда.
- а) да.
  - б) нет.
18. Чистая стратегия является частным случаем смешанной:
- а) да.
  - б) нет.
  - в) не всегда.
19. Если в матрице все столбцы одинаковы и имеют вид ( 4 3 2 1), то какая стратегия оптимальна для 2-го игрока?
- а) первая.
  - б) вторая.
  - в) любая из четырех.
20. Какое максимальное число седловых точек может быть в игре размерности  $2 \times 3$  (матрица может содержать любые числа)
- а) 2.
  - б) 3.
  - в) 5.
  - г) иное число.

21. В матричной игре размерности  $2 \times 2$  имеется 5 седловых точек:
- а) всегда.
  - б) иногда.
  - в) никогда.
22. Пусть в матричной игре одна из смешанных стратегий 1-го игрока имеет вид  $(0.5, 0.5)$ , а одна из смешанных стратегий 2-го игрока имеет вид  $(0.5, 0.3, 0.1, 0.1)$ . Какова размерность этой матрицы?
- а)  $2 \times 4$ .
  - б)  $4 \times 2$ .
  - в) другая размерность.
23. Принцип доминирования позволяет удалять из матрицы за один шаг:
- а) целиком столбцы.
  - б) отдельные числа.
  - в) подматрицы меньших размеров.
24. В графическом методе решения игр  $2 \times m$  непосредственно из графика можно найти:
- а) оптимальную стратегию 1-го игрока .
  - б) оптимальную стратегию 2-го игрока.
  - в) и то, и другое.
25. График нижней огибающей для графического метода решения игр  $2 \times m$  может быть:
- а) гиперболой.
  - б) прямой.
  - в) параболой.
26. Чем можно задать матричную игру:
- а) одной матрицей.
  - б) седловой точкой.
  - в) ценой игры.
27. Биматричная игра может быть определена:
- а) двумя матрицами одинаковой размерности.
  - б) двумя произвольными матрицами.
  - в) одной матрицей.
28. В биматричной игре размерности  $2 \times 4$  ситуаций равновесия бывает:
- а) не более 2.
  - б) не более 6.
  - в) не более 8.
  - г) нет однозначного ответа.
29. Если в матрицах А и В в биматричной игре все элементы одинаковы, то ситуации равновесия есть:
- а) всегда.
  - б) иногда.
  - в) никогда.
30. Седловая точка – это частный случай ситуации равновесия:
- а) да.
  - б) нет.

в) вопрос некорректен

31. В биматричной игре элемент  $b_{ij}$  представляет собой:

а) выигрыш 2-го игрока при использовании им  $i$ -й стратегии, а 2-м –  $j$ -й стратегии.

б) оптимальную стратегию 1-го игрока при использовании противником  $i$ -й или  $j$ -й стратегии.

в) выигрыш 2-го игрока при использовании им  $j$ -й стратегии, а 1-м –  $i$ -й стратегии.

32. В биматричной игре элемент  $a_{ij}$  соответствует ситуации равновесия. Возможны следующие ситуации:

а) этот элемент строго больше всех в столбце.

б) этот элемент меньше всех в столбце.

в) в столбце есть элементы и больше, и меньше, чем этот элемент.

33. Биматричная игра может быть определена:

а) стратегиями игроков.

б) стратегиями игроков и функцией выигрыша 1-го игрока.

в) чем-то иным.

34. В биматричной игре размерности  $2 \times N$  может быть ситуаций равновесия:

а) не более  $2+N$ .

б) не более  $N$ .

в) не более  $2 \times N$ .

35. Бывает ли в биматричной игре размерности  $3 \times 3$  ровно 7 ситуации равновесия?

а) всегда.

б) иногда.

в) никогда.

36. Матричная игра – это частный случай биматричной, при котором всегда справедливо:

а) матрица  $A$  равна матрице  $B$ , взятой с обратным знаком.

б) матрица  $A$  не совпадает с матрицей  $B$ .

в) Произведение матриц  $A$  и  $B$  -единичная матрица..

37. В биматричной игре элемент  $b_{ij}$  представляет собой:

а) выигрыш 2-го игрока при использовании им  $j$ -й стратегии, а 1-м –  $i$ -й стратегии,

б) оптимальную стратегию 2-го игрока при использовании противником  $i$ -й или  $j$ -й стратегии/

в) что-то иное.

38. В биматричной игре элемент  $b_{ij}$  соответствует ситуации равновесия. Возможны следующие ситуации:

а) в столбце есть элементы, равные этому элементу.

б) этот элемент меньше некоторых в строке.

в) этот элемент меньше всех в строке.

Рекомендации к самостоятельной работе студентов.

Наименование разделов:

1. Предмет и модели исследования операций
2. Многокритериальные задачи
3. Антагонистические игры
4. Матричные игры и методы их решения
5. Теория статистических решений
6. Биматричные игры
7. Принятие решений в иерархических системах
8. Потоки в сетях
9. Основные понятия теории массового обслуживания и теории надежности.
10. Введение в статистическое моделирование

К основным учебно-методическим средствам обеспечения самостоятельной работы студентов относятся ресурсы научной библиотеки СГУ, электронные методические материалы, указанные в п.8.

### 7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
5	10	0	30	10	0	10	40	100

#### Программа оценивания учебной деятельности студента

##### 5 семестр

**Лекции.** Оценивается посещаемость лекций и активность студента. Диапазон баллов от 0 до 10.

Количество лекций	Количество баллов
0	0
1-2	1
3-4	2
5-6	3
7-8	4
9-10	5
11-12	6
13-14	7
15-16	8
17	9
18	10

**Практические занятия.** Оценивается посещаемость, уровень подготовки к занятиям, активность работы в аудитории. Диапазон баллов от 0 до 30.

Количество	Количество
------------	------------

занятий	баллов
0	0
1-2	2
3-4	4
5-6	6
7-8	8
9-10	10
11-12	12
13-14	14
15-16	16
17-18	18

За активность на занятиях добавляется от 1 до 12 баллов.

#### **Самостоятельная работа.**

Оценивается качество и количество выполненных домашних работ. Диапазон баллов от 0 до 10.

Количество выполненных заданий	Количество баллов
0	0
1-2	1
3-4	2
5-6	3
7-8	4
9-10	5
11-12	6
13-14	7
15-16	8
17	9
18	10

#### **Автоматизированное тестирование.**

Не предусмотрено.

#### **Другие виды учебной деятельности.**

Предусмотрена одна контрольная работа. Диапазон баллов от 0 до 10.

№ задачи	Количество баллов
1	2
2	3
3	5
Итого	10

#### **Промежуточная аттестация.**

Представляет собой устный опрос по билетам. Диапазон баллов от 0 до 40.

Ответ на «удовлетворительно»/«зачтено» оценивается от 11 до 40 баллов;

Ответ на «неудовлетворительно»/«не зачтено» оценивается от 0 до 10 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 5 семестр по дисциплине «Теория игр» составляет 100 баллов.

**Таблица 2.1.** Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Теория игр» в оценку (зачет):

60-100 баллов	«зачтено»
0-59 баллов	«не зачтено»

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

### а) литература:

1. **Салмина Н.Ю.** Теория игр [Электронный ресурс] : учебное пособие / Салмина Н.Ю.- Томск : Эль Контент, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2015.-92с.-ISBN 978-5-4332-0079-1 :Б.ц. Книга находится в базовой версии ЭБС IPRboors. ✓

2. **Кузнецова И. А.** Теория игр [Текст] : учеб.-метод. пособие для студентов мех.-мат. фак. / И. А. Кузнецова, А. Д. Луньков, А. В. Харламов. - Саратов : Издательство Саратовского университета, 2002. - 60 с. : ил. - (Библиотека "Основы математики" ; вып. 13). - Библиогр. - ISBN 5-292-02910-6. ✓4

3. **Кузнецова И. А.** Руководство к решению задач по теории игр [Текст] : учебно-методическое пособие для студентов механико-математического факультета / И. А. Кузнецова, Н. В. Плешакова ; Сарат. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского. - Саратов : Издательство Саратовского университета, 2004. - 20, [4] с. : табл. - (Библиотека "Основы математики" ; вып. 27). - Библиогр.: с. 22 (11 назв.). - ISBN 5-292-03297-2. ✓2

### б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. <http://www.sgu.ru/node/34044> учебное пособие по теории игр.



## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Преподавание данной дисциплины не требует специальной материально-технической базы. Возможно проведение занятий в компьютерном классе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.05 «Бизнес-информатика» и профилю «Управление бизнес-процессами».

Автор: доцент кафедры ТФиСА, к.ф.-м. наук Кузнецова И.А.

Программа разработана на заседании кафедры теории функций и стохастического анализа от 25 октября 2021 года, протокол № 2.