МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»
Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан механико-математического факультета
__________ А.М. Захаров
"16" __марта__ 2021 г.

Рабочая программа дисциплины

Специальный курс 9.1

Направление подготовки магистратуры
02.04.01 Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки магистратуры
Математические основы компьютерных наук

Квалификация (степень) выпускника
Магистр

Форма обучения
очная

Саратов,
2021

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Поплавский В.Б.		16.03.2021
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		16.03.2021
Заведующий кафедрой	Галаев С.В.		16.03.2021
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Специальный курс 9.1 (Дополнительные главы алгебры)» являются:

– познакомить студентов с основными понятиями и методами современной алгебры и её приложений;

– сформировать правильный научный подход к решению различных задач алгебры;

– развить навыки абстрактного логического мышления;

– расширить научный кругозор и научить студентов свободно оперировать современными математическими терминами.

«Специальный курс 9.1» позволяет студентам овладеть фундаментальными понятиями и методами современной математики, без знания которых невозможна дальнейшая профессиональная подготовка. При освоении данного курса у студентов формируются навыки грамотной постановки научных задач, решения задач с применением математического аппарата, систематизации полученных знаний.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Специальный курс 9.1 (Дополнительные главы алгебры)» (Б1.В.ДВ.04.01) включена в часть, формируемую участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» и относится к дисциплинам по выбору ООП магистратуры по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профилю «Математические основы компьютерных наук». На ее изучение отводится 288 часов (72 часа аудиторной работы, 216 часов СР). Согласно учебному плану направления и профилю подготовки данный курс в третьем и четвертом семестрах заканчивается зачетом.

«Специальный курс 9.1 (Дополнительные главы алгебры)» является важной составляющей фундаментальных математических знаний, для изучения дисциплины необходимы знания основ общей и линейной алгебры. Дисциплина «Специальный курс 9.1 (Дополнительные главы алгебры)» используется при изучении дисциплин: «Специальный курс 7.1» «Специальный курс 10.1», в научно-исследовательской работе магистранта, при написании магистерских работ.

3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных	**1.1_М.УК-1.** Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними.	**Знать:** - современную математическую литературу в данной области и ее применениях; - методы и приемы формализации

ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий		задач. **Уметь:** - выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах, делать обоснованные выводы из научной и учебной литературы; - собирать и анализировать информацию по решаемой задаче, составлять ее математическое описание. **Владеть:** - навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования; - навыками самостоятельного изучения математической литературы по данной тематике.
	1.2_М.УК-1. Осуществляет поиск алгоритмов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации. Определяет в рамках выбранного алгоритма вопросы (задачи), подлежащие дальнейшей детальной разработке. Предлагает способы их решения.	**Знать:** - алгоритмы решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации. **Уметь:** - выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах, делать обоснованные выводы из учебной литературы; **Владеть:** – навыками критического анализа информации из математической литературы по данной тематике.
	1.3_М.УК-1. Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности	**Знать:** – основы планирования целей деятельности. **Уметь:** – планировать цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности. **Владеть:** – навыками постановки и решения задач в рамках поставленной цели; – навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи.
ПК-1 Способен демонстрировать фундаментальные знания математических и	**1.1_М.ПК-1.** Понимает основные концепции, принципы, теории и факты, в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных	**Знать:** - основные понятия современной алгебры; - наиболее важные приложения алгебры в области математических и естественных наук. **Уметь:**

естественных наук, программирования и информационных технологий.	технологий.	- доказывать основные теоремы и решать задачи по темам: алгебра множеств и отношений; теория групп, полугрупп и их обобщений; упорядоченные множества и решетки. **Владеть:** - теориями групп, полугрупп, колец, полуколец, модулей и их обобщений; - основами теории универсальных алгебр и неклассических алгебраических систем.
	2.1_М.ПК-1. Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности.	**Знать:** - основные задачи современной алгебры и их приложения; **Уметь:** - осуществлять выбор методов и средств решения задач исследования; - использовать современный аппарат алгебры в собственной научно-исследовательской деятельности. **Владеть:** - навыками использования методов современной алгебры в решении задач профессиональной деятельности.
	3.1_М.ПК-1. Проводит научно-исследовательские работы в области математики и компьютерных наук.	**Знать**: - применение современной алгебры в области математики и компьютерных наук; - новые научные результаты в области современной алгебры и приложений. **Уметь**: - проводит научно-исследовательские работы в области математики и компьютерных наук, используя аппарат современной алгебры. **Владеть**: - навыками научно-исследовательской работы в области современной алгебры.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины «Специальный курс 9.1 (Дополнительные главы алгебры)» составляет 8 зачетных единицы, 288 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Формы промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				лекции	Пр.занятия		КСР	СР	Контроль	
					Общая трудоемкость	Из них - практическая подготовка				
1.	Раздел 1. Множества. Отображения.	3	1,2	4	4			25		Опрос, проверка домашнего задания
2.	Раздел 2. Бинарные отношения.	3	3, 4	4	4			25		Опрос, проверка домашнего задания
3.	Раздел 3. Алгебраические операции.	3	5-6	4	4			25		Опрос, проверка домашнего задания
4.	Раздел 4. Полугруппы и группы.	3	7-9/7,8	6	4			25		Опрос, проверка домашнего задания
5.	Контрольная работа	3	-/9		2			8		Контрольная работа по разделам 1-4.
6.	Промежуточная аттестация									**Контрольная работа. Зачет.**
7.	**Итого за 3 семестр (144 ч.)**			**18**	**18**	**0**	**0**	**108**	**0**	
8.	Раздел 5. Поля и кольца.	4	1-4	8	8			36		Опрос, проверка домашнего задания
9.	Раздел 6. Алгебры над полем.	4	5-6	4	4			36		Опрос, проверка домашнего задания
10.	Раздел 7. Полугруппы и моноиды.	4	7-9	6	6			36		Опрос, проверка домашнего задания
11.	Промежуточная аттестация	4								**Зачет.**
	Итого за 4 семестр (144 ч.)			**18**	**18**	**0**	**0**	**108**	**0**	
	ИТОГО (288 ч.)	**3,4**		**36**	**36**	**0**	**0**	**216**		

Содержание учебной дисциплины

3 семестр

Раздел 1. Множества. Отображения.

Вложения. Характеристические функции. Мощность множества. Свойства мощности конечных множеств: формула включений и исключений. Теорема о количестве отображений конечных множеств (всевозможных, инъективных и сюръективных).

Раздел 2. Бинарные отношения.

Примеры. Эквивалентности и их свойства. Отношение порядка (предпорядка). Частичные, линейные порядки. Графы отношений. Диаграмма Хосе. Операции над бинарными отношениями. Транзитивные замыкания. Матричные задания отношений на конечных множествах и действия с ними.

Раздел 3. Алгебраические операции.

N–арные операции. Частичные операции. Группоиды. Гомоморфизмы. Изоморфизмы. Таблицы Кэли для конечных множеств. Односторонние и двусторонние единицы и нули. Равенство левой и правой единиц. Идемпотенты. Отношение по модулю n. Сложение, умножение по модулю и их свойства. Обратимость слева и справа. Прямые произведения группоидов.

Раздел 4. Полугруппы и группы.

Примеры. Подполугруппы. Множество порождающих (образующих) полугруппы. Примеры. Односторонние и двусторонние идеалы. Главные идеалы. Простейшие свойства группы. Группы симметрий, подстановок, вычетов, корней из единицы, кватернионов, линейная группа. Циклические группы. Функция Эйлера натурального числа и ее свойства и число образующих в группе Zn. Порядок элемента в группе. Группа подстановок и транспозиции. Правые и левые смежные классы. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа о представлении группы в виде объединения непересекающихся смежных классов по подгруппе. Фактор-группа. Индекс подгруппы. Абелевы группы. Теорема о разложении абелевой группы в прямую сумму примарных компонент и единственность разложения в прямую сумму примарных циклических подгрупп.

4 семестр

Раздел 5. Поля и кольца**.**

Определение и примеры полей. Характеристика поля. Простое подполе. Поле комплексных чисел. Многочлены над полем. Квадратные и кубические уравнения в поле. Неприводимые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые множители. Теорема Виета. Многочлены с целыми и рациональными коэффициентами. Кольца. Определение и примеры колец. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Подкольца и идеалы. Фактор-кольцо. Теорема об изоморфизме для колец. Некоторые вопросы теории коммутативных колец. Расширения полей. Конечные поля. Производная многочлена и кратность корня. Алгебраическое замыкание.

Раздел 6. Алгебры над полем.

Алгебра кватернионов. Теорема Фробениуса о существовании ровно трёх ассоциативных конечномерных алгебр с делением над полем действительных чисел. Полупростота, нильпотентность и строение конечномерных алгебр. Представления (матричные) конечных групп. Полугруппы, языки, автоматы (полигоны). Другие алгебраические системы.

Раздел7. Полугруппы и моноиды.

Полугруппы и строение их главных идеалов (классы Грина). Частичные полугруппы булевых матриц всевозможных размеров. Идемпотенты полугрупп. Экстремальные свойства идемпотентов частично упорядоченных полугрупп с единицей (моноидов)

Темы практических занятий

3 семестр

Практическое занятие 1,2. Множества. Отображения.

Практическое занятие 3,4. Бинарные отношения. Эквивалентности и их свойства. Отношение порядка (предпорядка). Частичные, линейные порядки.

Практическое занятие 5 . Графы отношений. Диаграмма Хосе.

Практическое занятие 6. Операции над бинарными отношениями. Транзитивные замыкания.

Практическое занятие 7. Матричные задания отношений на конечных множествах и действия с ними.

Практическое занятие 8. Полугруппы и группы. Подполугруппы. Множество порождающих (образующих) полугруппы

Практическое занятие 9. Контрольная работа.

4 семестр

Практические занятия 1-3. Группы симметрий, подстановок, вычетов, корней из единицы, кватернионов, линейная группа. Циклические группы. Функция Эйлера натурального числа и ее свойства и число образующих в группе Zn.

Практические занятия 3-5. Многочлены над полем. Квадратные и кубические уравнения в поле. Разложение многочлена на неприводимые множители. Теорема Виета. Многочлены с целыми и рациональными коэффициентами.

Практические занятия 5-9. Полугруппы и моноиды. Главные идеалы и классы Грина. Идемпотенты полугрупп. Частичные полугруппы булевых матриц всевозможных размеров. Экстремальные свойства идемпотентов частично упорядоченных полугрупп с единицей (моноидов). Вычисления для 0,1-матриц небольших размеров.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

В учебном процессе при реализации компетентностного подхода используются активные и интерактивные формы проведения занятий:

1) при проведении лекционных занятий: информационные лекции, проблемные лекции, лекции беседы, лекции дискуссии, лекции с заранее запланированными ошибками.

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором студенты не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установления связей с ранее освоенным материалом.

2) при проведении практических занятий: традиционные занятия, занятия исследования, проблемные ситуации, ситуации с ошибкой.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий ставятся следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем; отработка у обучающихся навыков взаимодействия в составе коллектива; закрепление основ теоретических знаний.

Проведение некоторых практических занятий основывается на интерактивном методе обучения, при котором обучающиеся взаимодействуют не только с преподавателем, но и друг с другом. При этом доминирует активность обучающихся в процессе обучения. Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности обучающихся на достижение целей занятия.

3) при организации самостоятельной работы студентов: поиск и обработка информации, в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий; исследование проблемной ситуации; постановка и решение задач из предметной области; отработка навыков применения стандартных методов к решению задач предметной области.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу студентов и руководство этой работой со стороны преподавателей. Применяются следующие формы контроля: устный опрос, проверка решения практических задач, контрольная работа.

При проведении лекционных и практических занятий предусматривается использование информационных технологий: пакеты офисных программ (LibreOffice и др.) для создания презентаций, которые могут быть использованы при введении нового материала, а также для быстрого обзора предыдущего теоретического материала к текущему занятию; стандартные пакеты программ для визуализации и решения задач; языки программирования для решения практических заданий.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов не могут составлять более 50% аудиторных занятий.

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидностью используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

-*для слабовидящих:*

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- *для глухих и слабослышащих:*

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- *для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих* все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Студентам требуется самостоятельно изучить некоторые разделы, необходимые для усвоения основного материала. На лекции вводятся основные понятия, после чего обширный теоретический материал выносится на самостоятельную подготовку. В качестве самостоятельной работы студентам предлагается также решение задач по различным темам.

Объём самостоятельной работы по темам варьирует от 4 до10 часов. Опрос и проверка домашнего задания являются формой текущего контроля.

Темы самостоятельных работ

1. Множества. Мощность множества. Теорема о количестве отображений конечных множеств.

2. Бинарные отношения и операции над ними. Эквивалентности. Отношение порядка (предпорядка). Графы отношений и диаграмма Хосе.

3. Матричные задания отношений на конечных множествах и действия с ними. Вычисление транзитивных замыканий.

4. Алгебраические операции. Группоиды. Гомоморфизмы. Таблицы Кэли для конечных множеств.

5. Односторонние и двусторонние единицы и нули. Равенство левой и правой единиц. Идемпотенты. Обратимость слева и справа.

6. Полугруппы и группы. Множество порождающих (образующих) полугруппы.

7. Односторонние и двусторонние идеалы. Главные идеалы. Простейшие свойства группы. Группы симметрий, подстановок, вычетов, корней из единицы, кватернионов, линейная группа.

8. Циклические группы. Функция Эйлера натурального числа и ее свойства и число образующих в группе Zn. Порядок элемента в группе.

9. Группа подстановок и транспозиции. Матричные представления.

10. Факторгруппа. Теорема Лагранжа о представлении группы в виде объединения непересекающихся смежных классов по подгруппе. Индекс подгруппы.

11. Абелевы группы. Теорема о разложении абелевой группы в прямую сумму примарных компонент и единственность разложения в прямую сумму примарных циклических подгрупп.

12. Определение и примеры полей. Характеристика поля. Простое подполе. Поле комплексных чисел.

13. Многочлены над полем. Квадратные и кубические уравнения в поле. Неприводимые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые множители. Теорема Виета. Многочлены с целыми и рациональными коэффициентами.

14. Кольца. Определение и примеры колец. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Подкольца и идеалы. Факторкольцо. Теорема об изоморфизме для колец. Некоторые вопросы теории коммутативных колец.

15. Расширения полей. Конечные поля. Производная многочлена и кратность корня. Алгебраическое замыкание.

16. Алгебры над полем. Алгебра кватернионов. Теорема Фробениуса о существовании ровно трёх ассоциативных конечномерных алгебр с делением над полем действительных чисел.

17. Полупростота, нильпотентность и строение конечномерных алгебр. Представления (матричные) конечных групп.

18. Полугруппы, языки, автоматы (полигоны).

19. Полугруппы и строение их главных идеалов (классы Грина). Частичные полугруппы булевых матриц всевозможных размеров.

Примерные варианты задач для контрольной работы

1. Определить, какими из основных свойств (рефлексивность, транзитивность, симметричность, антисимметричность) обладают следующие отношения на множестве Z целых чисел:

$a\,\rho_1\, b \Leftrightarrow a \neq b$; $a\,\rho_2\, b \Leftrightarrow |a-b| \leq 2$; $a\,\rho_3\, b \Leftrightarrow |a| = |b|$; $a\,\rho_4\, b \Leftrightarrow a \geq 2b$; $a\,\rho_5\, b \Leftrightarrow a = -b$; $a\,\rho_9\, b \Leftrightarrow |a| \geq |b|$.

Какие из этих отношений являются отношениями эквивалентности, отношения порядка?

2. Определить, какими из основных свойств (рефлексивность, транзитивность, симметричность, антисимметричность) обладают следующие отношения на множестве $P(X)$ всех подмножеств множества X, где $|X| \geq 2$:

$A\tau_1 B \Leftrightarrow |A| = |B|$; $A\tau_2 B \Leftrightarrow |B| \leq |A|$; $A\tau_3 B \Leftrightarrow B \subseteq A$; $A\tau_4 B \Leftrightarrow B \subset A$; $A\tau_5 B \Leftrightarrow A \cap B = \varnothing$; $A\tau_6 B \Leftrightarrow A \cap B \neq \varnothing$; $A\tau_7 B \Leftrightarrow A = X \setminus B$; $A\tau_8 B \Leftrightarrow A = B$ или $A = X \setminus B$; $A\tau_9 B \Leftrightarrow A \cup B = X$.

Какие из этих отношений являются отношениями эквивалентности, отношения порядка?

3. Выяснить, является ли транзитивным отношение, которое одновременно симметрично и антисимметрично.

4. Привести пример транзитивного отношения σ такого, что $\sigma^2 \neq \sigma$.

5. Доказать, что если $\sigma^{-1} \subseteq \sigma$, то $\sigma^{-1} = \sigma$.

6. Какое отношение на множестве A является одновременно отношением эквивалентности и отношением порядка?

7. Является ли пересечение отношений эквивалентности также отношением эквивалентности? Объединение отношений эквивалентности?

8. Является ли пересечение отношений порядка также отношением порядка? Объединение отношений порядка?

9. На множестве всех бесконечных последовательностей натуральных чисел заданы следующие бинарные отношения:

а) $(a_1, a_2, \ldots)\, \rho_2\, (b_1, b_2, \ldots)$, если $\exists n\, \forall k > n \quad a_k = b_k$;

в) $(a_1, a_2, \ldots)\, \rho_3\, (b_1, b_2, \ldots)$, если $\exists n\, \forall k > n \quad a_k \leq b_k$;

с) $(a_1, a_2, \ldots)\, \rho_4 (b_1, b_2, \ldots)$, если $\exists n\, \forall k \neq n \quad a_k \leq b_k$.

Какие из этих отношений являются отношениями квазипорядка, порядка, отношениями эквивалентности? Какие включения имеют место для этих отношений?

10. Пусть A – множество из n элементов. (а) Сколько различных алгебраических операций можно ввести на множестве A? Сколько из них: (б) коммутативны, (в) сократимы слева? Сколько алгебраических операций на A

таких, что: (г) A имеет единицу, (д) A имеет нуль, (е) A имеет единицу и нуль? (ж) Сколько на множестве A частичных алгебраических операций?

11. Для следующих множеств A с операциями выяснить, является ли операция на A коммутативной, ассоциативной, обратимой слева, справа, сократимой слева, справа:

а) A – множество всех положительных действительных чисел, $a*b=a^b$.

б) A=Z, $a*b=2a+b$.

в) $A=[-1,1]$, $a*b=\begin{cases} 1, & \text{если} \quad a+b>1, \\ a+b, & \text{если} \quad -1\le a+b\le 1, \\ -1, & \text{если} \quad a+b<-1. \end{cases}$

г) $A=P(X)$ (множество всех подмножеств множества X), $|X|\ge 2$; операция: $M\setminus N$ $(M,N\subseteq X)$.

д) A – множество всех многочленов с действительными коэффициентами, операция: $(f*g)(x)=f(g(x))$.

12. Выяснить, является ли полугруппой множество M с заданной на нём операцией:

(а) M=Z, операция – вычитание;

(б) M – множество матриц $\|a_{ij}\|_{1\le i,j\le n}$, где a_{ij} – неотрицательные целые числа; операция – матричное умножение;

(в) $M=[a,b]$ – отрезок числовой прямой, операция: $x*y=\dfrac{x+y}{2}$;

(г) M – множество всех матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, где $a,b,c,d\in\square$ и $a,d>0$ с операцией матричного сложения;

(д) то же множество, что в пункте (г), с операцией матричного умножения.

13. Выяснить, какие из следующих подмножеств полугруппы A^* являются её подполугруппами, если $A=\{a,b\}$: (а) $\{a^k \mid k\ge 0\}$; (б) $\{au \mid u\in A^*\}$; (в) $\{ab^k \mid k\ge 0\}$; (г) $\{a^{i_1}b^{j_1}a^{i_2}b^{j_2}\dots a^{i_k}b^{j_k} \mid i_1+\ldots+i_k=j_1+\ldots+j_k\}$.

14. Какие из следующих подмножеств полугруппы (Z,+) являются её подполугруппами: (а) $A_1=\{n \mid n\,\vdots\,3\}$; (б) $A_2=\{n \mid n\,\vdots\,3 \text{ или } n\ge 11\}$; (в) $A_3=\{n \mid n \text{ – составное число}\}$; (г) $A_4=\{2^k \mid k\in\square\}$?

15. В полугруппе $S=\{1,2,3,6\}$ с операцией $a*b=$НОК(a,b) (наименьшее общее кратное) найти все подполугруппы, содержащие более двух элементов.

16. Пусть $M=[a,b]$. Для $x,y\in M$ положим $x\wedge y=\min(x,y)$, $x\wedge y=\min(x,y)$. Доказать, что $(M,\wedge)\cong(M,\vee)$. Указать какой-либо изоморфизм.

17. Найти все идеалы полугруппы T_n преобразований множества из n элементов.

18. Пусть S – множество всех натуральных делителей числа 180. Операция на S – взятие наибольшего общего делителя: $a*b=(a,b)$. Представить полугруппу S в виде прямого произведения полугрупп.

19. Произвести вычисления в полугруппе T_X. А именно, пусть

$\alpha=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&2&1&2\end{pmatrix}$, $\beta=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&1&3&2\end{pmatrix}$. Вычислить: $\alpha\beta,\ \beta\alpha,\ (\alpha\beta)^2,\ \alpha^2\beta^2,\ (\beta\alpha\beta)^{100}$.

20. Найти все левые, правые, двусторонние единицы и нули:

(а) полугруппы T_X всех преобразований множества X (с произведением “слева направо”;

(б) полугруппы B_X бинарных отношений на множестве X.

Можно ли считать T_X подполугруппой полугруппы B_X ?

21. Доказать, что если e – идемпотент полугруппы S, то $S^1e=Se$ и $eS^1=eS$. Кроме того, $eS\cap Se=eSe$ и, вообще, $eS\cap Sf=eSf$ для любых идемпотентов e, f. Привести пример полугруппы, в которой $aS\cap Sa\neq aSa$ для некоторого элемента a.

22. Чем является единица полугруппы S (если она существует) и нуль полугруппы S (если он существует) в частично упорядоченном множестве $E(S)$ всех идемпотентов полугруппы S?

23. Пусть S – полугруппа, a и b – её элементы. Выяснить, какие из следующих подмножеств полугруппы S являются её подполугруппами, левыми (правыми, двусторонними) идеалами: (а) $Sa\cap aS$ (если оно непусто); (б) Sa; (в) aS^1; (г) SaS; (д) $Sa\cup SaS$; (е) $Sa\cup aS$; (ж) aSb; (з) $aS\cup bS$; (и) $SaSb$.

Вопросы для текущего контроля успеваемости

3 семестр

1. Бинарные отношения. Эквивалентности. Отношение порядка .
2. Матричные задания отношений на конечных множествах и действия с ними.
3. Таблицы Кэли для конечных множеств.
4. Односторонние и двусторонние единицы и нули. Обратимость слева и справа.
5. Полугруппы и группы.
6. Односторонние и двусторонние идеалы группы. Главные идеалы.
7. Циклические группы.
8. Фактор-группа.
9. Абелевы группы. Теорема о разложении абелевой группы в прямую сумму циклических подгрупп.

4 семестр

1. Определение и примеры полей. Характеристика поля. Простое подполе. Поле комплексных чисел.
2. Кольца. Определение и примеры колец. Фактор-кольцо.
3. Расширения полей. Конечные поля.
4. Полугруппы и моноиды.
5. Регулярные полугруппы.
6. Частичные полугруппы матриц всевозможных размеров над полукольцами.
7. Идемпотенты полугрупп и их роль для регулярных полугрупп.

Вопросы для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

3 семестр

1. Бинарные отношения и операции над ними. Эквивалентности. Отношение порядка (предпорядка). Графы отношений и диаграмма Хосе.
2. Матричные задания отношений на конечных множествах и действия с ними. Транзитивные замыкания.
3. Группоиды. Таблицы Кэли для конечных множеств. Гомоморфизмы.
4. Односторонние и двусторонние единицы и нули. Равенство левой и правой единиц. Обратимость слева и справа.
5. Полугруппы и группы. Множество порождающих (образующих) полугруппы.
6. Односторонние и двусторонние идеалы группы. Главные идеалы. Примеры групп симметрий, подстановок, вычетов, корней из единицы, кватернионов, линейная группа.
7. Циклические группы. Порядок элемента в группе. Функция Эйлера натурального числа и ее свойства и число образующих в группе Zn.
8. Фактор-группа. Теорема Лагранжа о представлении группы в виде объединения непересекающихся смежных классов по подгруппе. Индекс подгруппы.
9. Абелевы группы. Теорема о разложении абелевой группы в прямую сумму примарных компонент и единственность разложения в прямую сумму примарных циклических подгрупп.

4 семестр

1. Определение и примеры полей. Характеристика поля. Простое подполе. Поле комплексных чисел.
2. Многочлены над полем. Квадратные и кубические уравнения в поле. Неприводимые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые множители. Теорема Виета. Многочлены с целыми и рациональными коэффициентами.
3. Кольца. Определение и примеры колец. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Подкольца и идеалы. Фактор-кольцо. Теорема об изоморфизме для колец. Некоторые вопросы теории коммутативных колец.
4. Расширения полей. Конечные поля. Производная многочлена и кратность корня. Алгебраическое замыкание.
5. Алгебры над полем. Алгебра кватернионов. Теорема Фробениуса о существовании ровно трёх ассоциативных конечномерных алгебр с делением над полем действительных чисел.
6. Полупростота, нильпотентность и строение конечномерных алгебр. Матричные представления конечных групп.
7. Полугруппы, языки, автоматы. Регулярные полугруппы.
8. Эквивалентности и классы Грина. Частичные полугруппы булевых матриц всевозможных размеров.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабора-торные занятия	Практи-ческие занятия	Самостоя-тельная работа	Автоматизи-рованное тестирование	Другие виды учебной деятельно сти	Промежу-точная аттеста-ция	Итого
3	20	0	20	20	0	10	30	100
4	20	0	20	20	0	0	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента
3 семестр

Лекции

Посещаемость, самостоятельность при выполнении работы, активность работы в аудитории, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д. (от 0 до20 баллов)

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены

Практические занятия

Посещаемость, самостоятельность при выполнении работы, активность работы в аудитории, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д. (от 0 до20 баллов)

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

Самостоятельная работа

Качество и количество выполненных домашних работ, правильность выполнения и т.д. (от 0 до 20 баллов)

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;

- от 76% до 100% – 20 баллов.

Автоматизированное тестирование
Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности
Контрольная работа (от 0 до 10 баллов)

Промежуточная аттестация – от 0 до 30 баллов
Формой промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в 3 семестре является *зачёт*, который проводится в виде ответа на билет, состоящий из двух вопросов. Задаются еще два – три дополнительных вопроса из перечня вопросов для промежуточной аттестации. На прохождение аттестации студенту отводится 20 минут.

При проведении промежуточной аттестации
ответ на «отлично» / «зачтено» оценивается от 23 до 30 баллов;
ответ на «хорошо» / «зачтено» оценивается от 16 до 22 баллов;
ответ на «удовлетворительно» / «зачтено» оценивается от 8 до 15 баллов;
ответ на «неудовлетворительно» / «не зачтено» оценивается от 0 до 7 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 3 семестр по дисциплине «Специальный курс 9.1 (Дополнительные главы алгебры)» составляет 100 баллов.

Таблица 2.1. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Специальный курс 9.1 (Дополнительные главы алгебры)» в оценку (зачет):

55 баллов и более	«зачтено»
менее 55 баллов	«не зачтено»

4 семестр

Лекции
Посещаемость, самостоятельность при выполнении работы, активность работы в аудитории, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д. (от 0 до20 баллов)
Критерии оценки:
- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

Практические занятия

Посещаемость, самостоятельность при выполнении работы, активность работы в аудитории, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д. (от 0 до20 баллов)

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены

Самостоятельная работа

Качество и количество выполненных домашних работ, правильность выполнения и т.д. (от 0 до 20 баллов)

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Не предусмотрены

Промежуточная аттестация – *от 0 до 40 баллов*

Формой промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в 4 семестре является *зачет*, который проводится в виде ответа на экзаменационный билет, состоящий из двух вопросов. Задаются еще два – три дополнительных вопроса из перечня вопросов для промежуточной аттестации. На прохождение аттестации студенту отводится 20 минут.

При проведении промежуточной аттестации

на «отлично» / «зачтено» оценивается от 31 *до* 40 *баллов;*

на «хорошо» / «зачтено» оценивается от 21 *до* 30 *баллов;*

на «удовлетворительно» / «зачтено» оценивается от 11 *до* 20 *баллов;*

на «неудовлетворительно» / «не зачтено» оценивается от 0 *до* 10 *баллов.*

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 4 семестр по дисциплине «Специальный курс 9.1 (Дополнительные главы алгебры)» составляет 100 баллов.

Таблица 2.1. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Специальный курс 9.1 (Дополнительные главы алгебры)» в оценку (зачет):

55 баллов и более	«зачтено»
менее 55 баллов	«не зачтено»

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) *литература*:

1. Ефимов Н.В. Линейная алгебра и многомерная геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. В. Ефимов. - 3. - Москва : Издательство физико-математической литературы, 2004. - 464 с. - URL: http://znanium.com/go.php?id=544609. - Б. ц. Книга находится в ЭБС "ИНФРА-М".

2. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре [Электронный ресурс] : учебник для вузов / А. Г. Курош. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 556 с. - URL: https://e.lanbook.com/book/147341. - ISBN 978-5-8114-6477-7 : Б. ц. Книга из коллекции Лань - Математика. Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ"

б) *программное обеспечение и Интернет-ресурсы:*

1. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" предоставляет свободный доступ к полнотекстовой электронной учебно-методической библиотеке для профессионального образования. http://window.edu.ru/
2. Научная электронная библиотека http://elibrary.ru/defaultx.asp.
3. Свободное программное обеспечение: LibreOffice, wxMaxima.
4. Лицензионное программное обеспечение: ОС Microsoft Windows 7, ОС Microsoft Windows 8, Microsoft Office 2007.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционные и практические занятия проводятся в аудиториях на 20 посадочных мест. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски для визуализации информации.

В ходе лекционных и практических занятий применяются учебно-демонстрационные мультимедийные презентации, которые обеспечиваются следующим техническим оснащением:

1. Компьютеры (в комплекте с колонками)
2. Мультимедийный проектор
3. Экран.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки и профилю подготовки «Математические основы компьютерных наук

Автор
профессор кафедры геометрии В.Б. Поплавский

Программа одобрена на заседании кафедры геометрии от 16 марта 2021 года, протокол №14.

Приложение

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература:

1. Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры [Текст] : учеб. пособие / Д.В. Беклемишев. - 2-е изд., доп. и перераб. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2008. - 490 с.
2. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты [Текст] : учеб. пособие для мат. направлений и специальностей / Г.С. Шевцов. - Москва : Финансы и статистика, 2003. - 575 с.
3. Ефимов Н.В. Линейная алгебра и многомерная геометрия [Текст] / Н.В. Ефимов, Э.Р. Розендорн. - 4-е изд., стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 463 с. :
4. Окунев Л.Я. Высшая алгебра [Электронный ресурс] / Л.Я. Окунев. - 3-е изд.,стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 336 с. - Книга из коллекции Лань - Математика