

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Декан механико-математического
факультета

А.М. Захаров

"31" августа 2021 г.

Рабочая программа дисциплины

Спецкурс 1

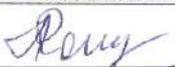
Направление подготовки магистратуры
02.04.01 Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки магистратуры
Математические основы компьютерных наук

Квалификация (степень) выпускника
Магистр

Форма обучения
очная

Саратов,
2021

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Ромакина Л.Н.		31.08.2021
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		31.08.2021
Заведующий кафедрой	Галаев С.В.		31.08.2021
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Спецкурс 1 (Неевклидовы геометрии)» формирует целостное представление о геометрии как совокупности свойств фигур, инвариантных в преобразованиях некоторой группы, знакомит студентов с единым подходом к построению различных геометрических систем, имеющих приложения как в рамках чистой математики, так и в ее приложениях, например, в компьютерном моделировании, теории распознавания образов, физике. Уже в работах основателей неевклидовых геометрий Н.И. Лобачевского, А. Кэли, Ф. Клейна, А. Пуанкаре, Г. Минковского прослеживается тесная содержательная связь исследуемых вопросов с математическим анализом, теорией функций комплексного переменного и стремление авторов найти и расширить поле применения результатов. Это стремление присуще и современным математикам. Например, известный специалист в области неевклидовых геометрий М.П.Замаховский обнаружил возможность применения объектов геометрии Минковского в математической экономике для описания поведения рынка.

Изучение неевклидовых геометрий углубляет и расширяет знания, умения и навыки обучающихся по базовым разделам линейной алгебры («Матрицы и определители», «Системы линейных уравнений», «Теория квадратичных форм»), аналитической геометрии («Векторная алгебра», «Метод координат», «Прямая на плоскости», «Линии второго порядка», «Криволинейные системы координат», «Прямая и плоскость в пространстве», «Поверхности второго порядка», «Многомерные геометрии»), дифференциальной геометрии («Теория кривых», «Теория поверхностей», «Вычисление площадей и объемов»), элементарной геометрии («Решение треугольников», «Многоугольники», «Многогранники») и оснований геометрии («Аксиоматический метод», «Геометрия Лобачевского»).

Таким образом, курс неевклидовых геометрий является синтетическим курсом и призван сыграть важную роль в подготовке специалистов по математическим и прикладным направлениям.

Задачи дисциплины «Спецкурс 1 (Неевклидовы геометрии)»:

- формирование у студентов понимания общей схемы Кэли-Клейна построения различных геометрических систем;
- формирование понимания роли и специфики геометрических преобразований в построении геометрических теорий (геометрий евклидовых и неевклидовых пространств);
- ознакомление студентов с аксиоматическим методом изложения геометрий;
- развитие навыков поиска и доказательств новых геометрических фактов;
- содействие усвоению важнейших положений и результатов неевклидовых геометрий;
- овладение математическим аппаратом, необходимым в решении задач как евклидовой, так и неевклидовых геометрий;
- формирование исследовательского интереса студентов.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Спецкурс 1 (Неевклидовы геометрии)» (Б1.О.07) относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП магистратуры по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профилю «Математические основы компьютерных наук». На ее изучение отводится 108 часов. Согласно учебному плану направления и профиля подготовки данный курс в первом семестре заканчивается зачетом.

Данная дисциплина имеет тесные логические и содержательно-математические взаимосвязи с другими дисциплинами. Для усвоения содержания данной дисциплины студентам необходимо знать ряд вопросов из ранее изученных курсов линейной алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии. Дисциплина необходима для освоения таких дисциплин, как «Спецкурс 5» и др.. Основное содержание дисциплины может быть использовано в научно-исследовательской работе магистранта, при написании курсовых и магистерских работ.

3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
ОПК-2 Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, совершенствовать и разрабатывать концепции, теории и методы	1.1_М.ОПК-2. Создает и исследует новые математические модели в естественных науках.	Знать: методы неевклидовых геометрий, применяемые в построении математических моделей в естественных науках. Уметь: - применять понятия неевклидовых геометрий к решению задач визуализации математических объектов и понятий; - математически грамотно формулировать задачи неевклидовых геометрий и проводить их анализ. Владеть: методами построения неевклидовых геометрий и навыками моделирования при решении профессиональных задач.
	2.1_М.ОПК-2. Используя методы математического моделирования, находит эффективные решения научных и прикладных задач.	Знать: методы построения неевклидовых геометрий, методы поиска и доказательств новых математических фактов и применение этих методов в решении научных и прикладных задач. Уметь: - применять методы неевклидовых геометрий в решении научных и прикладных задач. Владеть: навыками применения методов

		неевклидовых геометрий в решении научных и прикладных задач.
	3.1_М.ОПК-2. Совершенствует и разрабатывает методы математического моделирования, оценивает пригодность модели, ее соответствие практике.	Знать: методы математического моделирования в области неевклидовых геометрий и их приложений, Уметь: - совершенствовать и разрабатывать методы математического моделирования в области неевклидовых геометрий и их приложений; - оценивать пригодность математической модели, ее соответствие практике. Владеть: навыками разработки модели методами неевклидовых геометрий.
ПК-1 Способен демонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.	1.1_М.ПК-1. Понимает основные концепции, принципы, теории и факты в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	Знать: - основные понятия неевклидовых геометрий; - основные результаты неевклидовых геометрий. Уметь: - решать типовые задачи неевклидовых геометрий; - использовать современный аппарат неевклидовых геометрий в научно-исследовательской деятельности. Владеть: навыками получения и визуализации фактов неевклидовых геометрий.
	2.1_М.ПК-1. Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности.	Знать: основные задачи неевклидовых геометрий и их приложения в математике и физике; Уметь: формулировать и решать задачи в собственной научно-исследовательской деятельности, используя теорию неевклидовых геометрий и ее приложения. Владеть: - приемами и методами неевклидовых геометрий; - навыками решения задач и проблем различных областей математики, опирающиеся на знания теории неевклидовых геометрий.
	3.1_М.ПК-1. Проводит научно-исследовательские работы в области математики и компьютерных наук.	Знать: - применение неевклидовых геометрий в области математики и компьютерных наук; - новые научные результаты в области неевклидовых геометрий и их приложений. Уметь: проводит научно-исследовательские работы в области

		математики и компьютерных наук, используя неевклидовы геометрии и их приложения. Владеть: навыками научно-исследовательской работы в области неевклидовых геометрий и их приложений.
--	--	--

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				лекции	Пр.занятия		КСР	СР	Контроль	
					Общая трудоемкость	Из них - практическая подготовка				
1	Тема 1. Основные факты проективной геометрии	1	2,4		4	4		30		Проверка домашнего задания; опрос
2	Тема 2 Общая схема Кэли-Клейна построения геометрий	1	6,8		4	4		20		Проверка домашнего задания; опрос
3	Тема 3 Аксиоматическое построение различных геометрических систем	1	10, 12		4	4		20		Проверка домашнего задания; опрос
4	Тема 4. Методы визуализации объектов евклидовой и неевклидовых геометрий.	1	14, 16		4	4		20		Проверка домашнего задания; опрос
5	Контрольная работа	1	18		2	2				Отчет по практической подготовке. Контрольная работа по темам 1-4.
6	Промежуточная аттестация	1								Зачет, контрольная работа
	ВСЕГО (108ч.)			0	18	18	0	90	0	

Содержание учебной дисциплины

1. Основные факты проективной геометрии

Пропедевтические задачи введения бесконечно удаленных объектов на евклидовой плоскости и в трехмерном евклидовом пространстве. Понятие n -мерного проективного пространства с фиксированной вещественной компонентой, в частности, понятие вещественной проективной плоскости, пополненной мнимыми точками. Понятие проективных систем координат, координат точек, прямых и m -мерных плоскостей. Формулы преобразования проективных координат точек в n -мерном проективном пространстве. Уравнения прямой на проективной плоскости. Уравнения m -мерной плоскости в проективном n -мерном пространстве. Принцип двойственности проективного пространства и малый принцип двойственности проективной плоскости. Теорема Дезарга. Сложное отношение четырех точек прямой и сложное отношение четырех прямых пучка. Полный четырехвершинник. Проективные преобразования. Основная теорема о проективном преобразовании. Отрезки проективной прямой. Линии второго порядка на проективной плоскости (определение, основные свойства, классификация).

2. Общая схема Кэли-Клейна построения геометрий

Различные подходы к построению геометрических систем. Классическая схема Кэли-Клейна построения различных геометрий (ее преимущества и недостатки). Современная проективная интерпретация неевклидовых геометрий. Абсолюты и фундаментальные группы евклидовой и неевклидовых плоскостей как подгруппы группы проективных преобразований. Проективная интерпретация евклидовой геометрии. Поиск и доказательство геометрических фактов в проективных моделях различных неевклидовых плоскостей. Процесс построения геометрии в проективной модели на примере плоскости Лобачевского.

3. Аксиоматическое построение различных геометрических систем

Аксиоматический метод. Требования, предъявляемые к системам аксиом. Исторический обзор развития неевклидовых геометрий. Николай Иванович Лобачевский и его геометрия.

Геометрии с аффинной базой. Векторная аксиоматика Вейля евклидовой и псевдоевклидовой плоскостей. Вывод основных метрических формул евклидовой геометрии в проективной модели. Первые следствия их аксиом псевдоевклидова пространства, в частности, псевдоевклидовой плоскости (типы векторов, понятие ортонормированного базиса, вычисление скалярного произведения векторов в ортонормированном базисе, длина вектора в ортонормированном базисе, классификация и измерение углов, классификация линий второго порядка, в частности, классификация окружностей, решение треугольников псевдоевклидовой плоскости, типы сфер в трехмерном псевдоевклидовом пространстве).

Реализация неевклидовых геометрий на сферах псевдоевклидова пространства.

4. Методы визуализации объектов евклидовой и неевклидовых геометрий

Переход от неоднородных координат к однородным в геометриях с аффинной базой. Исследование объектов евклидовой плоскости и евклидова пространства вблизи бесконечности, визуализация результатов с помощью программных средств. Визуализация объектов и понятий неевклидовых геометрий с помощью программных средств (прямые и окружности псевдоевклидовой плоскости, поверхности второго порядка пространства Минковского, линии второго и третьего порядков расширенной гиперболической плоскости при различных вариантах визуализации абсолюта, асимптотический характер прямых и плоскостей).

Содержание практической подготовки

Практическое занятие 1.

Определение проективного пространства. Основные факты проективной геометрии на плоскости. Пропедевтические задачи введения бесконечно удаленных объектов на евклидовой плоскости и в трехмерном евклидовом пространстве. Понятие n -мерного проективного пространства с фиксированной вещественной компонентой, в частности, понятие вещественной проективной плоскости, пополненной мнимыми точками. Понятие проективных систем координат, координат точек, прямых и m -мерных плоскостей. Формулы преобразования проективных координат точек на проективной плоскости. Уравнения прямой на проективной плоскости. Малый принцип двойственности проективной плоскости. Теорема Дезарга. Сложное отношение четырех точек прямой и сложное отношение четырех прямых пучка. Полный четырехвершинник. Проективные преобразования. Основная теорема о проективном преобразовании. Отрезки проективной прямой.

Практическое занятие 2.

Основные факты проективной геометрии на плоскости и в пространстве. Уравнения m -мерной плоскости в проективном n -мерном пространстве. Принцип двойственности проективного пространства. Линии второго порядка на проективной плоскости (определение, основные свойства, классификация).

Практическое занятие 3.

Проективная интерпретация геометрий. Различные подходы к построению геометрических систем. Классическая схема Кэли-Клейна построения различных геометрий (ее преимущества и недостатки). Современная проективная интерпретация неевклидовых геометрий. Абсолюты и фундаментальные группы евклидовой и неевклидовых плоскостей как подгруппы группы проективных преобразований. Проективная интерпретация евклидовой геометрии.

Практическое занятие 4.

Построение геометрических теорий в проективной модели. Поиск и доказательство геометрических фактов в проективных моделях различных

неевклидовых плоскостей. Процесс построения геометрии в проективной модели на примере плоскости Лобачевского.

Практическое занятие 5.

Аксиоматический метод построения геометрий. Аксиоматический метод. Требования, предъявляемые к системам аксиом. Исторический обзор развития неевклидовых геометрий. Николай Иванович Лобачевский и его геометрия.

Геометрии с аффинной базой. Векторная аксиоматика Вейля евклидовой и псевдоевклидовой плоскостей. Вывод основных метрических формул евклидовой геометрии в проективной модели.

Практическое занятие 6.

Основные факты псевдоевклидовой геометрии в аксиоматическом изложении. Первые следствия их аксиом псевдоевклидова пространства, в частности, псевдоевклидовой плоскости (типы векторов, понятие ортонормированного базиса, вычисление скалярного произведения векторов в ортонормированном базисе, длина вектора в ортонормированном базисе, классификация и измерение углов, классификация линий второго порядка, в частности, классификация окружностей, решение треугольников псевдоевклидовой плоскости, типы сфер в трехмерном псевдоевклидовом пространстве).

Реализация неевклидовых геометрий на сферах псевдоевклидова пространства. Виды отделимости выпуклых множеств: собственная и сильная отделимость выпуклых множеств. Условия отделимости выпуклых множеств.

Практическое занятие 7.

Исследование объектов евклидовой геометрии вблизи бесконечности. Переход от неоднородных координат к однородным в геометриях с аффинной базой. Исследование объектов евклидовой плоскости и евклидова пространства вблизи бесконечности, визуализация результатов с помощью программных средств.

Практическое занятие 8.

Визуализация объектов и понятий неевклидовых геометрий с помощью программных средств. Прямые и окружности псевдоевклидовой плоскости. Поверхности второго порядка пространства Минковского. Линии второго и третьего порядков расширенной гиперболической плоскости при различных вариантах визуализации абсолюта. Асимптотический характер прямых и плоскостей.

Практическое занятие 9. Контрольная работа.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

В учебном процессе при реализации компетентного подхода используются активные и интерактивные формы проведения занятий.

1. *Практическая подготовка* осуществляется путем проведения практических занятий, предусматривающих участие обучающихся в

выполнение отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Проведение практических занятий формирует способность проводить исследовательскую деятельность в математике, формулировать и решать стандартные задачи в исследовательской деятельности. Обучающиеся продолжают формировать профессиональные умения и навыки в практической подготовке по дисциплинам Спецкурс 3, Спецкурс 4, при прохождении *Производственных практик* (Научно-исследовательская работа, Проектно-технологическая практика), при написании магистерских работ.

Примеры профессиональных действий: умение работать с литературой, сравнивать изложение одних и тех же вопросов в различных источниках; решение задач аналитического характера; оформление результатов научно-исследовательских работ.

Примеры задач. При проведении практической подготовки студенты решают задачи, направленные на формирование исследовательских умений и навыков в использовании аппарата неевклидовых геометрий для решения математических задач, применении основ теории неевклидовых геометрий при решении практических задач. Это достигается следующими приемами: навыками самостоятельных доказательств отдельных фактов и результатов неевклидовых геометрий; сравнением различных доказательств одного и того же результата в различных моделях; навыками приведения примеров, иллюстрирующих некоторую общую конструкцию; умение обобщать факты и переходить к более общим формулировкам теорем, умение выделять частные случаи в доказательствах теорем.

Предусмотрено проведение некоторых практических занятий интерактивным методом обучения, при котором обучающиеся взаимодействуют с преподавателем и друг с другом. В процессе обучения предполагается доминирование активности обучающихся. Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности обучающихся на достижение целей занятия.

2. *Самостоятельная работа студентов* предполагает следующие виды деятельности: поиск и обработка информации, в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий; исследование проблемной ситуации; постановка и решение задач из предметной области; отработка навыков применения стандартных методов к решению задач предметной области.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу студентов и руководство этой работой со стороны преподавателей. Применяются следующие формы контроля: устный опрос, проверка решения практических задач, контрольная работа.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий.

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидностью используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для *слабовидящих* обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс, для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство, задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);
- для *глухих и слабослышащих* обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
- для *лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих* все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Чтобы научить студентов самостоятельно работать с источниками, в процессе самостоятельной работы студентам рекомендовано использовать указанные в списке литературы монографии и пособия по неевклидовым геометриям. Конкретные указания для самостоятельной работы над различными темами должны быть даны преподавателем на каждом практическом занятии. Текущий контроль должен быть проведен на каждом практическом занятии в форме проверки домашнего задания.

Поскольку программа курса охватывает большой материал как по содержанию, так и по объему, по усмотрению преподавателя, с учетом общей математической подготовки студентов, некоторые объемные вопросы курса могут быть вынесены на самостоятельную подготовку, в процессе которой студенту необходимо использовать указания преподавателя по соответствующим разделам курса и предлагаемые источники, приведенные в списке литературы.

Тема 1	[1]
Тема 2	[1,2]
Тема 3	[1,2]
Тема 4	[1]

Текущий контроль усвоения знаний проводится во время проведения практических занятий преподавателем, ведущим занятие.

Оценочные средства по практической подготовке

По итогам *практической подготовки* составляется письменный отчет. Студенты представляют на кафедру отчеты о практической подготовке в печатной и электронной форме, оформленные в соответствии с правилами и требованиями, установленными Университетом. После проверки и предварительной оценки этих отчетов руководителями практической подготовки (с их подписью) студенты устно отчитываются по практике. Основными целями отчета являются:

- краткое изложение теоретических и практических основ изученных ранее результатов, использованных в ходе прохождения практической подготовки;
- формализация и детальное изложение разработок, осуществленных студентом в ходе прохождения практической подготовки;
- выводы, полученные в результате выполнения работ по практической подготовке.

Типовой отчет по практике включает следующие разделы:

1. титульный лист с наименованием темы работы, выполненной на практике;
2. введение с обоснованием актуальности изучаемой задачи, формулировкой целей работы, ее кратким содержанием и возможных применений;
3. постановка задачи, построение ее математической модели и теоретическое обоснование решения задачи;
4. разработка алгоритма решения рассматриваемой задачи;
5. реализация алгоритма на одном из языков программирования и проверка правильности программы на конкретном примере;
6. список литературы, использованной при работе и цитированной в отчете;
7. приложения с основными текстами программы и результатами выполнения программы (если они есть).

ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Вариант № 1

1. Определите на расширенной евклидовой плоскости проективный смысл понятий: аффинный репер; ортогональный репер; ортонормированный репер.

2. Проверьте справедливость утверждений:

а) все преобразования первого рода евклидовой плоскости образуют разрешимую группу Ли;

б) все преобразования второго рода евклидовой плоскости образуют разрешимую группу Ли.

3. Абсолют флаговой плоскости состоит из прямой и точки на ней. Определите матрицу фундаментальной группы преобразований флаговой плоскости, задав абсолют уравнениями наиболее простого вида. Найдите особенности расположения вершин и единичной точки канонических

реперов относительно абсолютных элементов, соответствующие уравнениям абсолюта. Укажите типы прямых флаговой плоскости.

4. Проведите классификацию овальных линий копсевдоевклидовой плоскости, абсолют которой состоит из двух вещественных прямых, учитывая расположение овальной линии по отношению к абсолюту.

5. Найдите формулы для вычисления угла между прямыми на расширенной псевдоевклидовой плоскости (плоскости Минковского), если абсолютные элементы заданы координатами $l (0:0:1)$, $P (1:0:0)$, $K (0:1:0)$.

Вариант № 2

1. Абсолют псевдоевклидовой плоскости состоит из действительной прямой и пары действительных точек на ней. Проведите классификацию овальных линий псевдоевклидовой плоскости, учитывая расположение овальной линии по отношению к абсолюту.

2. Определите фундаментальную группу преобразований псевдоевклидовой плоскости.

3. Проведите классификацию сфер пространства Минковского.

4. Определите инварианты двух точек и двух прямых на расширенной плоскости Лобачевского. Найдите формулы для вычисления расстояния между точками на плоскости Лобачевского, задав абсолют наиболее простым уравнением.

5. Сформулируйте аксиомы скалярного произведения векторов в аксиоматике Вейля для евклидовой и псевдоевклидовой плоскостей.

Вопросы для текущего контроля успеваемости

1. Укажите отличия евклидовой плоскости и расширенной евклидовой плоскости.

2. Сформулируйте определение n -мерного проективного пространства.

3. Существуют ли параллельные прямые на проективной плоскости?

4. Сформулируйте определения проективной системы координат и проективных координат точки на проективной плоскости и в n -мерном проективном пространстве.

5. Выведите формулы преобразования проективных координат точек в n -мерном проективном пространстве.

6. Выведите параметрические уравнения прямой на проективной плоскости.

7. Составьте общее уравнение прямой на проективной плоскости.

8. Составьте уравнения m -мерной плоскости в проективном n -мерном пространстве.

9. Сформулируйте принцип двойственности проективного пространства и малый принцип двойственности проективной плоскости.

10. Сформулируйте и докажите теорему Дезарга.

11. Определите сложное отношение четырех точек прямой.

12. Определите сложное отношение четырех прямых пучка.

13. Определите полный четырехвершинник и докажите его свойства.

14. Дайте определение проективного преобразования.
15. Сформулируйте основные свойства проективных преобразований.
16. Сформулируйте и докажите основную теорему о проективном преобразовании.
17. Введите понятие отрезка проективной прямой.
18. Определите понятие линии второго порядка на проективной плоскости и докажите основные свойства линий второго порядка.
19. Проведите классификацию линий второго порядка на проективной плоскости.
20. Укажите различные подходы к построению геометрических систем.
21. Охарактеризуйте идеи Клейна построения различных геометрий, указывая их преимущества и недостатки.
22. Чем отличается современная проективная интерпретация неевклидовых геометрий от интерпретации Клейна?
23. Как связаны фундаментальные группы евклидовой и неевклидовых плоскостей с группой проективных преобразований?
24. Опишите абсолюты классических плоскостей в системе Кэли-Клейна.
25. В чем заключается проективная интерпретация евклидовой геометрии?
26. На каком методе основан поиск и доказательство геометрических фактов в проективных моделях различных неевклидовых плоскостей?
27. Охарактеризуйте процесс построения геометрии в проективной модели на примере плоскости Лобачевского.
28. В чем заключается аксиоматический метод построения геометрий?
29. Какие требования предъявляются к системам аксиом?
30. Каковы были исторические предпосылки появления и развития неевклидовых геометрий?
31. Опишите логику рассуждений Николая Ивановича Лобачевского в решении проблемы пятого постулата Евклида.
32. Сформулируйте аксиому Лобачевского и первые следствия из нее.
33. Приведите примеры геометрии с аффинной базой.
34. Сформулируйте аксиомы векторной аксиоматики Вейля евклидовой плоскости.
35. Сформулируйте аксиомы векторной аксиоматики Вейля псевдоевклидовой плоскости.
36. На чем основан вывод основных метрических формул евклидовой геометрии в проективной модели?
37. Какие следствия из аксиом псевдоевклидова пространства Вам знакомы?
38. Какие типы векторов существуют в псевдоевклидовом пространстве?
39. Как вычислить скалярное произведение векторов в ортонормированном базисе в псевдоевклидовом пространстве?

40. Как найти длину вектора в ортонормированном базисе в псевдоевклидовом пространстве?

41. На чем основана классификация и измерение углов псевдоевклидовой плоскости?

42. На чем основана классификация линий второго порядка псевдоевклидовой плоскости?

43. Какие типы окружностей псевдоевклидовой плоскости Вам знакомы?

44. Какие существуют типы сфер в трехмерном псевдоевклидовом пространстве?

45. В чем заключается метод исследования объектов вблизи бесконечности?

46. Какие программные средства могут быть применены для визуализации объектов неевклидовых геометрий?

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	0	0	20	20	0	30	30	100

Программа оценивания учебной деятельности студента

1 семестр

Лекции

Не предусмотрены

Лабораторные занятия

Не предусмотрены

Практические занятия

Посещаемость, самостоятельность при выполнении работы, активность работы в аудитории, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д. (от 0 до 20 баллов)

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;

- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

Самостоятельная работа

*Качество и количество выполненных домашних работ, правильность выполнения и т.д.
(от 0 до 20 баллов)*

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности – от 0 до 30 баллов

Контрольная работа (от 0 до 15 баллов)

Анализ результатов практической подготовки проводится по следующим параметрам:

- 1) объем и качество выполненной работы;
- 2) качество выводов и предложений;
- 3) соблюдение сроков выполнения работы;
- 4) самостоятельность, инициативность, творческий подход к работе.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

Промежуточная аттестация – от 0 до 30 баллов

Формой промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в 1 семестре является *зачет*, который проводится в виде ответа на билет, состоящий из двух вопросов. Задаются еще два–три дополнительных вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации. На прохождение аттестации студенту отводится 20 минут.

При проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» / «зачтено» оценивается от 23 до 30 баллов;

ответ на «хорошо» / «зачтено» оценивается от 16 до 22 баллов;

ответ на «удовлетворительно» / «зачтено» оценивается от 8 до 15 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» / «не зачтено» оценивается от 0 до 7 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «Спецкурс 1 (Неевклидовы геометрии)» составляет **100** баллов.

Таблица 2.1 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Спецкурс 1 (Неевклидовы геометрии)» в оценку (зачет):

<u>55</u> баллов и более	«зачтено»
меньше <u>55</u> баллов	«не зачтено»

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) литература:

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия (в 2-х частях). Ч. 2. [Электронный ресурс] / Атанасян Л.С., Базылев В.Т. - Москва : КноРус, 2017. - 424 с. - ISBN 978-5-406-05977-7 : Б. ц. Перейти к внешнему ресурсу <http://www.book.ru/book/927669> Книга находится в ЭБС "BOOK.ru" ✓

2. Гусева Н.И. Сборник задач по геометрии в 2-х частях. Часть 2 [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Гусева Н.И., Денисова Н.С., Тесля О.Ю. - Москва : КноРус, 2021. - 528 с. - URL: <https://www.book.ru/book/938045>. - Internet access. - ISBN 978-5-406-05200-6 : Б. ц. Режим доступа: book.ru Книга находится в ЭБС "BOOK.ru" ✓

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Атанасян Л.С. Геометрия Лобачевского : учебное пособие [Электронный ресурс] / Л.С. Атанасян. - Москва : Лаборатория знаний, 2021. - 467 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/166727> - ISBN 978-5-93208-508-0 : Б. ц. - Текст : электронный. Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ"
2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" предоставляет свободный доступ к полнотекстовой электронной учебно-методической библиотеке для профессионального образования. <http://window.edu.ru/>
3. Научная электронная библиотека <http://elibrary.ru/defaultx.asp>.
4. Свободное программное обеспечение: LibreOffice, wxMaxima.
5. Свободное программное обеспечение: GeoGebra.
6. Лицензионное программное обеспечение: ОС Microsoft Windows 7, ОС Microsoft Windows 8, Microsoft Office 2007.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Практические занятия проводятся в аудитории на 20 посадочных мест. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски для требуемой визуализации излагаемой информации.

Практическая подготовка в рамках практических занятий проводится на кафедре геометрии и в других структурных подразделениях университета: научно-образовательный математический центр «Математика технологий будущего», Образовательно-научный институт наноструктур и биосистем, Управление цифровых и информационных технологий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки и профилю подготовки «Математические основы компьютерных наук».

Автор
доцент кафедры геометрии

Л.Н. Ромакина

Программа одобрена на заседании кафедры геометрии от 31 августа 2021 года, протокол №1.

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература:

8. Атанасян Л.С. Геометрия Лобачевского : учебное пособие [Электронный ресурс] / Л.С. Атанасян. - Москва : Лаборатория знаний, 2021. - 467 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/166727> - ISBN 978-5-93208-508-0 : Б. ц. - Текст : электронный. Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ"
9. Клейн Ф. Неевклидова геометрия / Ф. Клейн. – М. – Л. : ОНТИ НКТП СССР, 1936.
10. Клейн Ф. Сравнительное обозрение новейших геометрических исследований («Эрлангенская программа») / Пер. Д.М. Синцова // В кн.: Об основаниях геометрии Сборник классических работ по геометрии Лобачевского и развитию ее идей / под ред. А.П. Нордена. М. : ГИТТЛ, 1956. С. 399 – 434.
11. Кэли А. Шестой мемуар о формах / Пер. Б.Л. Лаптева // В кн.: Об основаниях геометрии Сборник классических работ по геометрии Лобачевского и развитию ее идей / под ред. А.П. Нордена. М. : ГИТТЛ, 1956. С. 222 – 252.
12. Певзнер С.Л. Проективная геометрия / С.Л. Певзнер. М. : Просвещение, 1980. 128 с.
13. Понарин Я.П. Неевклидовы геометрии с аффинной базой / Я.П. Понарин. Киров : Кировский гос. пед. ин-т 1991. 121 с.
14. Розенфельд Б.А., Замаховский М.П. Геометрия групп Ли. Симметрические, параболические и периодические пространства / Б.А. Розенфельд. М. : МЦНМО, 2003. 560 с.
15. Розенфельд Б.А. Неевклидовы пространства / Б.А. Розенфельд. М. : Наука, 1969. 548 с.
16. Ромакина Л.Н. Геометрии коевклидовой и копсевдоевклидовой плоскостей / Л.Н. Ромакина. Саратов : ООО Изд-во «Научная книга», 2008. 279 с.
17. Ромакина Л.Н. Геометрия гиперболической плоскости положительной кривизны : в 4 ч. Часть 1 : Тригонометрия / Л.Н. Ромакина. Саратов : Изд-во Саратов. гос. ун-та, 2013. 244 с.
18. Ромакина Л.Н. Геометрия гиперболической плоскости положительной кривизны : в 4 ч. Часть 2 : Преобразования и простые разбиения / Л.Н. Ромакина. Саратов : Изд-во Саратов. гос. ун-та, 2013. 274 с.