

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ  
Декан механико-математического  
факультета А.М. Захаров

«12» \_\_\_\_\_ 2021 г.

Рабочая программа дисциплины  
МАТЕМАТИКА




Направление подготовки бакалавриата  
05.03.01 Геология

Профиль подготовки бакалавриата  
«Разведочная геология и экологический мониторинг»

Квалификация выпускника  
Бакалавр

Форма обучения  
Очная

Саратов,  
2021

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Брагина И.Г.		12.11.2021
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		12.11.2021
Заведующий кафедрой	Кондаурова И.К.		12.11.2021
Специалист Учебного управления			

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математика» являются ознакомление слушателей с основными математическими понятиями, привитие им математической культуры, необходимой для работы в области геологии, связанной, в частности, с построением математических моделей различных процессов и математической обработкой геологической информации.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Математика» (Б1.О.07) входит в обязательную часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана основной образовательной программы бакалавриата. Для ее успешного изучения достаточно знаний и умений, приобретенных в средней школе. Освоение дисциплины «Математика» является основанием для дальнейшего изучения базового курса «Физика», «Введение в геологическую графику», а также курса по выбору «Моделирование в геологии», могут помочь в научно-исследовательской работе.

## 3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять знания фундаментальных разделов о Земле, базовые знания естественно-научного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач	1.1_Б.ОПК-1. Использует основные законы естественнонаучных дисциплин при решении стандартных профессиональных задач	<i>Знать:</i> <ul style="list-style-type: none"><li>– основные свойства и приемы вычисления определителей;</li><li>– критерии проверки совместности и определенности систем линейных уравнений;</li><li>– методы решения систем линейных уравнений;</li><li>– основные виды уравнения прямой на плоскости;</li><li>– канонические уравнения линий второго порядка на плоскости;</li><li>– правила вычисления производных;</li><li>– необходимые и достаточные признаки существования экстремумов функций;</li><li>– свойства неопределенного интеграла;</li><li>– приемы интегрирования функций различных классов;</li><li>– свойства определенного интеграла;</li><li>– геометрические приложения определенного интеграла;</li><li>– свойства и приемы вычисления кратных интегралов;</li><li>– геометрические и механические приложения кратных интегралов;</li><li>– способы выполнения простейших операций с векторами, свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов;</li><li>– свойства и правила дифференцирования векторных функций скалярного аргумента;</li><li>– основные типы и методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядка;</li><li>– способы представления комплексных чисел: алгебраическое, тригонометрическое, экспоненциальное;</li><li>– основные операции над множествами;</li><li>– основные теоремы о вычислении вероятностей случайных событий;</li></ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- способы задания дискретных и непрерывных случайных величин;</li> <li>- правила вычисления числовых характеристик дискретных и непрерывных случайных величин;</li> <li>- методы статистического оценивания;</li> <li>- критерии проверки статистических гипотез.</li> </ul> <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- вычислять определители различных порядков путем разложения их по элементам строки или столбца;</li> <li>- решать системы линейных алгебраических уравнений;</li> <li>- составлять уравнения прямой в различных формах;</li> <li>- составлять уравнения линий второго порядка на плоскости;</li> <li>- раскрывать неопределенности различных типов при вычислении пределов функций;</li> <li>- дифференцировать функции различных классов;</li> <li>- использовать производную при исследовании функции и построении ее графика;</li> <li>- интегрировать функции различных классов;</li> <li>- вычислять площади фигур с помощью определенного интеграла;</li> <li>- расставлять пределы интегрирования и вычислять двойные и тройные интегралы;</li> <li>- вычислять площади фигур и объемы тел с помощью кратных интегралов;</li> <li>- производить действия над векторами;</li> <li>- интегрировать некоторые типы дифференциальных уравнений первого и второго порядков;</li> <li>- вычислять вероятности случайных событий;</li> <li>- вычислять числовые характеристики случайных величин;</li> <li>- использовать различные критерии для проверки статистических гипотез.</li> </ul> <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- математическим аппаратом;</li> <li>- методами построения математических моделей при решении профессиональных задач.</li> </ul>
--	--	--

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 часов.

№ п / п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практ. занятия		СР	КСР	Всего	
					Общая трудоемкость	Из них – практическая подготовка				
1	1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия 1.1. Определители и их основные свойства 1.2. Системы линейных уравнений 1.3. Алгебра матриц 1.4. Комплексные числа 1.5. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	1	1-7	8	8	–	32	4	52	
2	2. Дифференциальное и интегральное исчисления 2.1. Понятие функции 2.2. Производная функции и ее дифференциал	1	8-18	10	10	–	32	4	56	Контр. работа
	<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>1</b>								<b>Зачет</b>
<b>Итого в 1 семестре – 108 ч</b>				<b>18</b>	<b>18</b>	<b>–</b>	<b>64</b>	<b>8</b>	<b>108</b>	
	2.3. Неопределенный и определенный интегралы 2.4. Функции нескольких переменных 2.5. Кратные интегралы	2	1-8	8	12	–	14	4	38	
3	3. Векторный анализ и элементы теории поля 3.1. Векторный анализ 3.2. Элементы теории поля	2	9-14	6	10	–	14	4	34	Контр. работа
	<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>2</b>								<b>Зачет</b>
<b>Итого во 2 семестре – 72 ч</b>				<b>14</b>	<b>22</b>	<b>–</b>	<b>28</b>	<b>8</b>	<b>72</b>	
4	4. Обыкновенные дифференциальные уравнения 4.1. Дифференциальные уравнения первого порядка и первой степени	3	1-7	8	8	–	14	4	34	

	4.2. Дифференциальные уравнения второго порядка									
5	5. Вероятность и статистика 5.1. Случайные события 5.2. Случайные величины 5.3. Основы математической статистики	3	8-18	10	10	–	14	4	38	Контр. работа
	<b>Промежуточная аттестация – 36 ч.</b>	<b>3</b>								<b>Экзамен</b>
<b>Итого в 3 семестре – 108 ч</b>				<b>18</b>	<b>18</b>	<b>–</b>	<b>28</b>	<b>8</b>	<b>72</b>	<b>36</b>
<b>Общая трудоемкость дисциплины – 288 часов</b>				<b>50</b>	<b>58</b>	<b>–</b>	<b>120</b>	<b>24</b>	<b>252</b>	<b>36</b>

### Содержание учебной дисциплины

#### 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия

##### 1.1. Определители и их основные свойства.

Понятие матрицы, транспонированной матрицы. Понятие определителя. Свойства определителя. Понятия минора, дополнительного минора, алгебраического дополнения. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).

##### 1.2. Системы линейных алгебраических уравнений.

Матрица системы линейных уравнений. Квадратная система линейных уравнений. Определитель квадратной системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Теорема о единственности решения системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.

##### 1.3. Алгебра матриц.

Понятие и свойства операций сложения, умножения матрицы на число, умножения матриц. Обратная матрица.

##### 1.4. Комплексные числа.

Мнимая единица. Понятие комплексного числа. Сопряженные комплексные числа. Арифметические операции над комплексными числами. Модуль и аргумент комплексного числа. Комплексная плоскость. Тригонометрическая форма комплексного числа. Теорема о существовании тригонометрической формы. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корня  $n$  степени из комплексного числа. Комплексная экспонента. Формулы Эйлера.

##### 1.5. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

Декартова прямоугольная и полярная системы координат. Преобразование координат (параллельный сдвиг осей и перенос начала отсчета). Основная теорема о прямой на плоскости. Различные виды уравнения прямой. Угловые соотношения между прямыми (условия параллельности и перпендикулярности прямых). Линии второго порядка. Вывод уравнений линий второго порядка. Эксцентриситет. Директориальные свойства эллипса и гиперболы. Координаты в пространстве. Прямая линия и плоскость в пространстве. Уравнение поверхности в пространстве. Сфера. Конусы. Эллипсоид. Гиперболоид. Параболоид. Геометрические свойства этих поверхностей, исследование их формы методом сечений.

#### Практические занятия:

- вычисление определителей 2,3,4 порядков;
- решение систем линейных уравнений методом Крамера;
- решение задач на составление уравнений прямой;
- операции с матрицами;
- операции с комплексными числами;
- исследование линий второго порядка;
- исследование поверхностей второго порядка.

## 2. Дифференциальное и интегральное исчисления.

### 2.1. Понятие функции.

Способы задания функции. Понятие неявной функции. Понятие предела функции. Критерий Коши существования предела функции. Предел суммы, произведения, частного функций. Определение и свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва.

### 2.2. Производная функции и ее дифференциал.

Понятие производной. Геометрический и физический смысл производной. Связь дифференцируемости и непрерывности. Правила вычисления производных. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Ланранжа, Коши. Исследование функций с помощью производных: условие монотонности, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума. Понятие дифференциала и его геометрическое изображение. Производные и дифференциалы высших порядков. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена.

### 2.3. Неопределенный и определенный интегралы.

Понятие первообразной. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Приемы интегрирования: интегрирование по частям, метод подстановки, интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен, применение теории рациональных дробей, интегрирование тригонометрических выражений. Понятие определенного интеграла. Интегральная сумма. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница и условия ее применимости.

### 2.4. Функции нескольких переменных.

Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы первого порядка. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума.

### 2.5. Кратные интегралы.

Понятие кратного интеграла. Двойной интеграл в прямоугольных координатах. Основные свойства двойных интегралов. Расстановка пределов интегрирования в двойном интеграле. Теорема о среднем. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Геометрические приложения двойного интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление объемов. Понятие о тройном интеграле.

#### Практические занятия:

- вычисление пределов функций (раскрытие неопределенностей различных типов);
- вычисление производных (табличное дифференцирование, дифференцирование сложных функций);
- исследование функций и построение их графиков;
- вычисление дифференциалов первого и высших порядков;
- интегрирование различными приемами;
- вычисление определенного интеграла;
- вычисление двойных интегралов, замена переменных в двойном интеграле;
- вычисление площадей фигур и объемов тел с помощью двойного интеграла.

## 3. Векторный анализ и элементы теории поля.

3.1. Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение трех векторов. Понятие поля. Скалярное поле. Поверхности и линии уровня. Производная по направлению. Градиент скалярного поля.

Свойства градиента. Векторное поле. Производная векторной функции скалярного аргумента. Дивергенция вектора. Свойства дивергенции.

### 3.2. Элементы теории поля.

Потенциал. Консервативное поле сил. Поток и циркуляция. Оператор Гамильтона.

#### Практические занятия:

- решение задач на сложение, вычитание векторов, умножение вектора на число;
- вычисление скалярного, векторного, смешанного произведения векторов;
- вычисление производной по заданному направлению;
- вычисление градиента скалярного поля, угла между градиентами скалярных полей;
- вычисление дивергенции и ротора векторного поля.

## 4. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

### 4.1. Дифференциальные уравнения первого порядка и первой степени.

Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Методы интегрирования линейных дифференциальных уравнений первого порядка: метод Бернулли, метод вариации произвольной постоянной Лагранжа. Уравнения, приводящиеся к линейному: уравнение Бернулли.

### 4.2. Дифференциальные уравнения второго порядка.

Случаи понижения порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов нахождения частных решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений для некоторых специальных видов правой части. Метод вариации произвольных постоянных.

#### Практические занятия:

- решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными;
- решение однородных дифференциальных уравнений первого порядка;
- решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка и уравнений, приводящихся к линейным уравнениям первого порядка (уравнение Бернулли);
- решение линейных однородных и неоднородных уравнений второго порядка.

## 5. Вероятность и статистика.

### 5.1. Случайные события.

Случайные события. Вероятностное пространство. Свойства вероятности. Конечное вероятностное пространство. Классическое определение вероятности. Схема случайного выбора без возвращения. Схема случайного выбора с возвращением. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Теорема сложения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Независимость событий. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли (вычисление вероятности появления событий при повторных независимых испытаниях).

### 5.2. Случайные величины.

Случайные величины. Дискретные случайные величины и их законы распределения. Примеры дискретных законов распределения: равномерное дискретное распределение, геометрическое распределение, распределение Бернулли, распределение Пуассона.

Непрерывные случайные величины, функции распределения непрерывных случайных величин. Свойства функции распределения непрерывной случайной величины. Понятие плотности распределения. Примеры непрерывных распределений: равномерное распределение на отрезке  $[a, b]$ , нормальное (гауссовское) распределение, показательное (экспоненциальное) распределение. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и его свойства. Моменты случайных величин. Дисперсия и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение. Примеры вычисления математического ожидания и дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин. Независимость случайных величин. Мультипликативное свойство математических ожиданий. Аддитивное свойство дисперсии. Ковариация случайных величин. Корреляция. Коэффициент корреляции и его свойства.

### 5.3. Математическая статистика.

Основные задачи математической статистики. Основные понятия: генеральная совокупность, выборка, выборочная (эмпирическая) функция распределения случайной величины, среднее значение выборки, выборочная дисперсия, выборочная квантиль, выборочный коэффициент корреляции. Точечное оценивание. Несмещенная оценка. Эффективная оценка. Состоятельная оценка. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Интервальное (доверительное) оценивание. Понятия доверительного интервала и доверительной области. Построение доверительных интервалов. Проверка статистических гипотез. Основные и альтернативные гипотезы. Простые и сложные гипотезы. Статистические критерии. Ошибки 1 и 2 рода. Критерии согласия. Критерий  $\chi^2$  (Пирсона).

#### Практические занятия:

- вычисление вероятностей случайных событий;
  - вычисление числовых характеристик дискретных и непрерывных случайных величин;
  - построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения;
- проверка статистических гипотез

**5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины:** лекционные и практические занятия в традиционной форме, решение задач в формате «мирового кафе», мозговой штурм.

*При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов* используются адаптивные образовательные технологии дифференциации и индивидуализации, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды; предусмотрена возможность приема-передачи информации в доступных для них формах электронного и дистанционного обучения; проводятся дополнительные индивидуальные консультации; оказывается помощь при подготовке к промежуточной и итоговой аттестации. Учебные и контрольно-измерительные материалы используются в формах, доступных для студентов с особыми образовательными потребностями (для обучающихся с нарушениями зрения учебные материалы подготавливаются с применением укрупненного шрифта, используются аудиозаписи занятий; для студентов с нарушением слуха предоставляются электронные лекции, печатные раздаточные материалы с заданиями для самостоятельной работы). При необходимости, для подготовки к ответу на практическом занятии, студентам с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья среднее время подготовки увеличивается в 1,5–2 раза по сравнению со средним временем подготовки обычного студента. Для студентов с инвалидностью или с ограниченными возможностями здоровья форма промежуточной аттестации устанавливается с учетом их индивидуальных психофизических особенностей (устно,



письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). Промежуточная аттестация по дисциплине может проводиться в несколько этапов в форме рубежного контроля по завершению изучения отдельных тем дисциплины.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

Самостоятельная аудиторная работа студентов проводится на практических занятиях в формах: поиска ответов на вопросы и выполнения методических заданий с последующим их фронтальным обсуждением.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов проводится во внеучебное время в формах: изучения и анализа лекционного материала; изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе; подбора дополнительных источников для извлечения методико-математической информации, связанной с проблемами, изучаемыми в рамках данной дисциплины; решения задач с дальнейшим их обсуждением на аудиторных занятиях; подготовки к промежуточной аттестации.

Текущий контроль усвоения дисциплины «Математика» проводится в форме устных опросов на лекционных и практических занятиях, разбора и обсуждения решаемых задач на практических занятиях. В каждом семестре проводится контрольная работа. Каждому студенту предлагается свой вариант контрольной работы.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» проводится в форме зачета (1,2 семестр), в форме экзамена (3 семестр).

### **Контрольная работа № 1**

1. Для данного определителя  $\Delta$  найти миноры и алгебраические дополнения элементов  $a_{i2}$ ,  $a_{3j}$ . Вычислить определитель  $\Delta$ : а) разложив его по элементам  $i$ -ой строки; б) разложив его по элементам  $j$ -го столбца; в) получив предварительно нули в  $i$ -ой строке.

$$\begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix} \quad i=2, \quad j=3.$$

2. Даны матрицы  $A$  и  $B$ . Найти а)  $AB$ ; б)  $BA$ ; в)  $A^{-1}$ ; г)  $A^{-1}A$ ; д)  $AA^{-1}$ .

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{bmatrix}.$$

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса.

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19. \end{cases}$$

4. Даны вершины треугольника  $ABC$ :  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ . Найти: а) уравнение стороны  $AB$ ; б) уравнение высоты  $CH$ ; в) уравнение медианы  $AM$ ; г) точку  $N$  пересечения медианы  $AM$  и высоты  $CH$ ; д) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ ; е) расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ .

$$A(3, -1), \quad B(11, 3), \quad C(-6, 2).$$

5. Составить канонические уравнения: а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы ( $A$ ,  $B$  - точки, лежащие на кривой,  $F$  - фокус,  $a$  - большая (действительная) полуось,  $b$  - малая (мнимая) полуось,  $\varepsilon$  - эксцентриситет,  $y = \pm kx + b$  - уравнения асимптот гиперболы,  $D$  - директриса кривой,  $2c$  - фокусное расстояние).

а)  $a = 9$ ,  $F(7, 0)$ ; б)  $b = 6$ ,  $F(12, 0)$ ; в)  $D: x = -1/4$ .

6. Найти указанные пределы.

а)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 4x - 3}{2x^2 + 3x + 1}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 + 5x - 1}{x^2 - 5x + 6}$ ;      в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - 4x^2 + 3}{2x^4 + 1}$ ;

7. Продифференцировать данные функции.

а)  $y = \sqrt{x^5} - \frac{3}{x} + \frac{4}{x^3} - 3x^2$ ;      б)  $y = \sqrt{1 + 5x - 2x^2} + \frac{3}{(x-3)^4}$ ;      в)  $y = \cos^5 x \cdot \arccos 4x$ ;

### Контрольная работа № 2

1. Найти частные производные и частные дифференциалы функции  $z = \arctg(x^2 + y^2)$ .

2. Найти неопределенные интегралы.

а)  $\int \frac{3\sqrt{x} + 4x^2 - 5}{2x^2} dx$ ;      б)  $\int \sin(5 - 3x) dx$ ;

3. Вычислить определенные интегралы с точностью до двух знаков после запятой.

а)  $\int_0^1 \frac{x^2}{x^2 + 1} dx$ ;      д)  $\int_0^{\pi/4} \sin^3 2x dx$ ;

4. По координатам точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  для указанных векторов найти: а) модуль вектора  $\mathbf{a}$ ; б) скалярное произведение векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ ; в) проекцию вектора  $\mathbf{c}$  на вектор  $\mathbf{d}$ .

$A(3, 4, -4)$ ,  $B(-2, 1, 2)$ ,  $C(2, -3, 1)$ ,  $\mathbf{a} = 5\overline{CB} + 4\overline{AC}$ ,  $\mathbf{b} = \mathbf{c} = \overline{BA}$ ,  $\mathbf{d} = \overline{AC}$ .

5. Найти производную  $\frac{\partial u}{\partial l}$  скалярного поля  $u = u(x, y, z)$  в направлении вектора

$\vec{l}(l_x, l_y, l_z)$  в заданной точке  $M: u = \frac{x-z}{x+z} + y^3$ ;  $\vec{l}(2, 0, -1)$ ;  $M(4, 1, 3)$ .

6. Убедиться в потенциальности поля  $\vec{a}: \vec{a} = (4x + yz)\vec{i} + (4y + xz)\vec{j} + (4z + xy)\vec{k}$ .

### Контрольная работа № 3

1. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения.

а)  $\sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx$ ;      в)  $xy' - y = tg \frac{y}{x}$ ;

2. Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка.

$y''x \ln x = 2y'$ .

3. Найти общее решение дифференциального уравнения.

б)  $y'' - y' - 2y = 0$ ;

в)  $y'' - 2y' + 5y = 10e^{-x} \cos 2x$ .

4. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях – четная, причем на грани хотя бы одной из костей появится шестерка.

5. В урне 7 черных и 3 белых шара. Какова вероятность того, что извлеченный наугад шар окажется белым?

4. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму равна: для лыжника – 0.9, для велосипедиста – 0.8, для бегуна – 0.75. Найти вероятность того, что спортсмен, вызванный наугад, выполнит норму.

5. Производится стрельба по цели 3-мя снарядами. Снаряды попадают в цель независимо друг от друга. Для каждого снаряда вероятность попадания в цель равна 0.4. Если в цель попал один снаряд, он поражает цель с вероятностью 0.3; если 2 снаряда – с вероятностью 0.7, если три снаряда – с вероятностью 0.9. Найти полную вероятность поражения цели.

6. Построить ряд распределения и функцию распределения случайного числа попаданий мячом в корзину при одном броске, если вероятность попадания мячом в корзину при одном броске  $p=0.3$ .

7. Функция распределения равномерно распределенной случайной величины  $X$  имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ x & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .

8. Эмпирическое распределение задано в виде последовательности равноотстоящих вариантов и соответствующих им частот.

$x_i$	12	14	16	18	20	22
$m_i$	5	15	50	16	10	4

Найти распределение относительных частот. Найти эмпирическую функцию распределения. Построить полигон частот. Найти выборочную среднюю, выборочную несмещенную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

Оценить с помощью критерия  $\chi^2$  гипотезу о согласии выборочного распределения с законом нормального распределения при уровне значимости  $\alpha = 0.05$ .

Подготовка к зачету (1 семестр) – по перечню вопросов.

### Вопросы к зачету

1. Понятие определителя. Свойства определителя.
2. Разложение определителя по минорам. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).
3. Правило Крамера. Теорема о квадратной системе с ненулевым определителем.
4. Операции сложения матриц и умножения матрицы на число. Теорема о свойствах этих операций.
5. Понятие умножения матриц. Свойства. Теорема.
6. Операции с комплексными числами (сложение, умножение, деление).
7. Геометрическая интерпретация и тригонометрическая форма комплексных чисел. Теорема о существовании и единственности тригонометрической формы комплексного числа.
8. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме. Теорема об умножении двух комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра.
9. Декартова и полярная система координат. Связь декартовых и полярных координат.

10. Общее уравнение прямой на плоскости. Частные случаи.
11. Различные виды уравнения прямой: уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой в отрезках, уравнение прямой, проходящей через две заданные точки, уравнение прямой, проходящей через заданную точку с заданным угловым коэффициентом.
12. Угловые соотношения между прямыми. Условие параллельности. Условие перпендикулярности. Угол между двумя прямыми.
13. Вывод канонического уравнения эллипса. Эксцентриситет эллипса.
14. Вывод канонического уравнения гиперболы. Эксцентриситет гиперболы.
15. Вывод уравнения параболы.
16. Директориальное свойство гиперболы. Теорема.
17. Директориальное свойство эллипса. Теорема.
18. Понятие множества. Основные операции над множествами.
19. Понятие функции. Способы задания функции.
20. Классификация функций одного аргумента.
21. Понятие предела функции. Критерий Коши существования предела функции.
22. Непрерывность функции в точке. Арифметические действия над непрерывными функциями. Классификация точек разрыва.
23. Понятие односторонних пределов. Связь между односторонними пределами. Теорема.
24. Основные теоремы о бесконечно малых функциях.
25. Понятие производной. Геометрический и физический смысл производной.
26. Понятие левой и правой производной.
27. Правила вычисления производных.
28. Теорема Ролля.
29. Теорема Лагранжа.
30. Теорема Коши.
31. Правило Лопиталя.
32. Понятие монотонной функции. Условие монотонности. Теорема.
33. Понятие локального экстремума. Теорема Ферма.
34. Необходимое и достаточное условия экстремума.
35. Направления выпуклости графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.
36. Понятие дифференциала функции. Теорема единственности дифференциала.
37. Геометрический смысл дифференциала.
38. Связь дифференциала функции с производной. Теоремы.
39. Свойства дифференциала.
40. Формула Тейлора. Формула Маклорена.

Подготовка к зачету (2 семестр) – по перечню вопросов.

#### **Вопросы к зачету**

1. Понятие первообразной. Многозначность интегрирования. Лемма. Теорема.
2. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенных интегралов.
3. Определенный интеграл. Геометрический смысл интегральной суммы.
4. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

5. Понятие функции двух переменных. Предел функции двух переменных. Теорема о пределах для функции двух переменных.
6. Непрерывность функции двух переменных.
7. Частные производные.
8. Понятие дифференцируемости функции двух переменных. Необходимое условие дифференцируемости.
9. Достаточные условия дифференцируемости функции двух переменных.
10. Дифференциал функции двух переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
11. Экстремумы функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
12. Определение и свойства двойных интегралов.
13. Расстановка пределов интегрирования в двойном интеграле.
14. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
15. Геометрические приложения двойных интегралов.
16. Понятие тройного интеграла.
17. Линейные операции над векторами. Свойства линейных операций.
18. Проекция вектора на ось. Теоремы о проекциях. Проекция вектора на оси координат.
19. Разложение вектора по базису.
20. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения через координаты сомножителей.
21. Векторное произведение векторов. Свойства векторного произведения. Выражение векторного произведения через координаты сомножителей.
22. Смешанное произведение векторов. Выражение смешанного произведения через координаты сомножителей.
23. Скалярное поле. Производная по направлению.
24. Градиент скалярного поля. Свойства градиента.
25. Векторное поле. Понятие производной векторной функции скалярного аргумента.
26. Циркуляция. Ротор. Потенциальное поле.

Подготовка к экзамену (3 семестр) – по перечню вопросов.

#### **Вопросы к экзамену**

1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные дифференциальные уравнения.
3. Методы интегрирования линейных дифференциальных уравнений первого порядка: метод Бернулли, метод Лагранжа.
4. Дифференциальные уравнения, приводящиеся к линейному дифференциальному уравнению первого порядка. Уравнение Бернулли.
5. Дифференциальные уравнения второго порядка. Случаи понижения порядка.
6. Общие свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка.
7. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.
8. Метод неопределенных коэффициентов для нахождения частных решений линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.

9. Метод вариации произвольных постоянных для решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.
10. Случайные события. Достоверное, невозможное, противоположное событие. Объединение, пересечение, разность событий.
11. Вероятностное пространство.
12. Свойства вероятности.
13. Классическое определение вероятности. Размещения, перестановки, сочетания.
14. Условная вероятность. Теорема умножения.
15. Формула полной вероятности.
16. Формулы Байеса.
17. Независимость событий.
18. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли.
19. Дискретные случайные величины и их законы распределения.
20. Непрерывные случайные величины. Функции распределения непрерывных случайных величин.
21. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания.
22. Дисперсия. Свойства дисперсии.
23. Независимость случайных величин. Ковариация. Коэффициент корреляции. Корреляция.
24. Выборочный метод. Графическое представление выборок: гистограмма и полигон частот.
25. Эмпирическая функция распределения и ее свойства. Эмпирические (выборочные) числовые характеристики.
26. Точечное оценивание. Понятия несмещенной и эффективной оценок. Оценки математического ожидания и дисперсии случайных величин.
27. Метод моментов.
28. Интервальное оценивание.
29. Проверка статистических гипотез. Понятие статистического критерия. Критерии согласия.  $\chi^2$ -критерий Пирсона.

## 7 Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	10	0	30	15	0	15	30	<b>100</b>
2	10	0	30	15	0	15	30	<b>100</b>
3	10	0	30	15	0	15	30	<b>100</b>

### Программа оценивания учебной деятельности студента 1 семестр

#### Лекции

Посещаемость, опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 10 баллов.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 2 баллов;
- от 51% до 75% – 4 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

**Лабораторные занятия.** Не предусмотрены.

### **Практические занятия**

Контроль выполнения практических заданий в течение одного семестра - от 0 до 30 баллов, проверяется правильность выполнения работы.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 10 баллов;
- от 51% до 75% – 20 баллов;
- от 76% до 100% – 30 баллов.

### **Самостоятельная работа**

Оценивается качество домашних работ, проверяется грамотность в оформлении и правильность выполнения - от 0 до 15 баллов

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

**Автоматизированное тестирование.** Не предусмотрено.

### **Другие виды учебной деятельности**

Контрольная работа №1 – от 0 до 15 баллов.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

**Промежуточная аттестация** – Зачет – от 0 до 30 баллов

При проведении промежуточной аттестации:

**11-30 баллов** – «зачтено»

**0-10 баллов** – «не зачтено».

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за первый семестр по дисциплине «Математика» составляет **100** баллов.

Таблица 2.1 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математика» в оценку (зачет):

71 балл и более	«зачтено» (при недифференцированной оценке)
меньше 71 балла	«не зачтено»

## **2 семестр**

### **Лекции**

Посещаемость, опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 10 баллов.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 2 баллов;
- от 51% до 75% – 4 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

**Лабораторные занятия.** Не предусмотрены.

### **Практические занятия**

Контроль выполнения практических заданий в течение одного семестра - от 0 до 30 баллов, проверяется правильность выполнения работы.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 10 баллов;
- от 51% до 75% – 20 баллов;
- от 76% до 100% – 30 баллов.

### **Самостоятельная работа**

Оценивается качество домашних работ, проверяется грамотность в оформлении и правильность выполнения - от 0 до 15 баллов.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

**Автоматизированное тестирование.** Не предусмотрено.

### **Другие виды учебной деятельности**

Контрольная работа №2 - от 0 до 15 баллов.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

**Промежуточная аттестация** – Зачет – от 0 до 30 баллов

При проведении промежуточной аттестации:

**11-30 баллов** – «зачтено»

**0-10 баллов** – «не зачтено»

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за второй семестр по дисциплине «Математика» составляет **100** баллов.

Таблица 2.2 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математика» в оценку (зачет):

71 балл и более	«зачтено» (при недифференцированной оценке)
меньше 71 балла	«не зачтено»

## **3 семестр**

### **Лекции**

Посещаемость, опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 10 баллов.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 2 баллов;
- от 51% до 75% – 4 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

**Лабораторные занятия.** Не предусмотрены.

### **Практические занятия**

Контроль выполнения практических заданий в течение одного семестра - от 0 до 30 баллов, проверяется правильность выполнения работы.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;



- от 25% до 50% – 10 баллов;
- от 51% до 75% – 20 баллов;
- от 76% до 100% – 30 баллов.

### **Самостоятельная работа**

Оценивается качество домашних работ, проверяется грамотность в оформлении и правильность выполнения - от 0 до 15 баллов.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

**Автоматизированное тестирование.** Не предусмотрено.

### **Другие виды учебной деятельности**

Контрольная работа №3 - от 0 до 15 баллов.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

**Промежуточная аттестация** – Экзамен – от 0 до 30 баллов

При проведении промежуточной аттестации:

21-30 баллов – ответ на «отлично»

11-20 баллов – ответ на «хорошо»

6-10 баллов – ответ на «удовлетворительно»

0-5 баллов – неудовлетворительный ответ.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за третий семестр по дисциплине «Математика» составляет **100** баллов.

Таблица 2.3 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математика» в оценку (экзамен):

от 90 до 100 баллов	«отлично»
от 75 до 89 баллов	«хорошо»
от 51 до 74 баллов	«удовлетворительно»
меньше 51 баллов	«неудовлетворительно»

## 8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) литература:

1. Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике : учебное пособие / А. Д. Мышкис. – 6-е изд., испр. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 688 с  
Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/167765>
2. Натансон И. П. Краткий курс высшей математики : учебное пособие / И. П. Натансон. – 10-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 736 с  
Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/167767>
3. Шипачев В.С. Начала высшей математики : учебное пособие / В. С. Шипачев. – 5-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 384 с.  
Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/168509>
4. Демидович Б.П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики: учебное пособие для вузов / Б.П.Демидович, В.А.Кудрявцев.- М. :Астрель: АСТ, 2008 (2007). – 654с.

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Операционная система Windows 7, или более поздняя версия, Microsoft Office Word, Microsoft Office Excel, Microsoft Office PowerPoint

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения занятий по дисциплине «Математика» имеется необходимая материально-техническая база, соответствующая действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам:

- учебные аудитории для проведения лекционных занятий;
- специализированные классы, предназначенные для проведения практических занятий;
- библиотечный фонд, укомплектованный печатными изданиями, перечисленными в разделе 8 в необходимом количестве;
- электронная библиотека;
- специально оборудованные помещения для самостоятельной работы обучающихся с компьютерным оборудованием и доступом к сети Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 05.03.01 Геология и профилю подготовки – Разведочная геология и экологический мониторинг

Автор: старший преподаватель И.Г. Брагина.

Программа одобрена на заседании кафедры математики и методики ее преподавания от 12 ноября 2021 года, протокол № 4.