

п.2  
выдана

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Саратовский национальный исследовательский государственный  
университет имени Н.Г. Чернышевского»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методической работе  
д.ф.н., профессор Е.Г. Елина  
" 5 " 09 2016 г.



**Рабочая программа дисциплины**

**МАТЕМАТИКА**

Направление подготовки бакалавриата  
05.03.03 Картография и геоинформатика

Профиль подготовки бакалавриата  
«Геоинформатика»

Квалификация (степень) выпускника  
*Бакалавр*

Форма обучения  
*очная*

Саратов,  
2016

## **1. Цели освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины «Математика» является изучение фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом географических наук и картографии, для обработки информации и анализа географических и картографических данных при изучении дисциплин, входящих в учебный план бакалавриата по направлению *05.03.03 Картография и геоинформатика*, а также изучение тех разделов математики, которые могут дополнительно понадобиться в практической и исследовательской работе выпускников бакалавриата.

## **2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата**

Дисциплина «Математика» включена в базовую часть блока «Дисциплины» ООП ВО и всего на ее изучение отводится 576 часов (300 часов аудиторной работы, 204 часа СРС, 72 контроль). В соответствии с учебным планом, занятия проводятся с первого по шестой семестры. Согласно учебному плану направления курс математики во втором, третьем, четвертом и пятом семестрах заканчивается теоретическим зачетом, в первом и шестом семестрах заканчивается экзаменом. Вместе с другими предметами изучение математики должно способствовать развитию точного научного мышления.

Данная дисциплина является базовым курсом. Знания и умения, полученные студентами при изучении дисциплины «Математика», используются в дисциплинах: «Физика», «Информатика», «Химия», «Экономика», в дисциплинах: «Математическая картография», «Геодезические основы карт», «Математико-картографическое моделирование», а также при прохождении учебных практик и выполнении курсовых и выпускных квалификационных работ.

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Математика»**

В результате освоения дисциплины формируется следующая компетенция:

– Владение базовыми знаниями фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом географических наук и картографии, для обработки информации и анализа географических и картографических данных (ОПК-1).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

### **Знать:**

- методы линейной алгебры и аналитической геометрии;
- виды и свойства матриц;
- методы вычисления определителей;
- методы решения систем линейных алгебраических уравнений;
- векторы и линейные операции над ними;

- методы дифференциального и интегрального исчисления;
- ряды и их сходимость;
- разложение элементарных функций в ряд;
- методы решения дифференциальных уравнений первого и второго порядка;

- элементы теории вероятностей;
- основы математической статистики.

**Уметь:**

- решать геометрические задачи с помощью векторного и координатного методов;
- исследовать геометрические образы по их уравнениям;
- исследовать системы линейных алгебраических уравнений;
- дифференцировать и интегрировать сложные функции;
- применять дифференциальное и интегральное исчисление к исследованию функций;
- исследовать ряды на сходимость;
- решать простейшие типы дифференциальных уравнений 1-го и 2-го порядков;
- решать простейшие задачи теории вероятностей.

**Владеть:**

- навыками решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии;
- аппаратом дифференциального и интегрального исчисления;
- навыками решения дифференциальных уравнений первого и второго порядка;
- навыками самостоятельной работы со специализированной литературой.

#### 4. Структура и содержание дисциплины «Математика»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 16 зачетных единиц (576 часов).

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Семинары	Практические	Самостоятельная работа	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Тема 1. Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений.	1	1-6	6		12	4	Контрольная работа

2	Тема 2. Комплексные числа.	1	7-10	4		8	2	Проверочная работа
3	Тема 3. Системы координат на плоскости и в пространстве и их простейшие применения.	1	11-12	2		4	4	Проверочная работа
4	Тема 4. Векторная алгебра.	1	13-15	4		6	4	Проверочная работа
5	Тема 5. Аналитическая геометрия.	1	16-18	2		6	4	
	Промежуточная аттестация	1						<b>Экзамен (36)</b>
	<b>Итого за 1 семестр:</b>	<b>1</b>		<b>18</b>		<b>36</b>	<b>18</b>	<b>108</b>
6.	Тема 5. Аналитическая геометрия (продолжение).	2	1-4	4		8	6	Проверочная работа
7	Тема 6. Линейные пространства.	2	5-6	2		4	6	
8	Тема 7. Введение в математический анализ.	2	7-13	8		14	8	Проверочная работа
9	Тема 8. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	2	14-15	2		4	6	Проверочная работа
	Промежуточная аттестация	2	15					<b>зачет</b>
	<b>Итого за 2 семестр:</b>	<b>2</b>		<b>16</b>		<b>30</b>	<b>26</b>	<b>72</b>
10	Тема 8. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (продолжение).	3	1-6	6		12	4	
11	Тема 9. Теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения.	3	7-12	6		12	6	Проверочная работа
12	Тема 10. Функции нескольких переменных.	3	13-18	6		12	8	Проверочная работа
	Промежуточная аттестация	3	18					<b>зачет</b>
	<b>Итого за 3 семестр:</b>			<b>18</b>		<b>36</b>	<b>18</b>	<b>72</b>
13	Тема 11. Неопределенный интеграл.	4	1-6	6		12	8	Проверочная работа
14	Тема 12. Определенный интеграл.	4	7-10	4		8	8	Проверочная работа
15	Тема 13. Кратные и криволинейные интегралы.	4	11-15	6		10	10	Проверочная работа
	Промежуточная аттестация	4	15					<b>зачет</b>
	<b>Итого за 4 семестр:</b>	<b>4</b>		<b>16</b>		<b>30</b>	<b>26</b>	<b>72</b>
16	Тема 14. Ряды.	5	1-6	6		12	18	Проверочная работа
17	Тема 15. Дифференциальные уравнения.	5	7-18	12		24	36	Проверочная работа
	Промежуточная аттестация	5						<b>зачет</b>
	<b>Итого за 5 семестр:</b>	<b>5</b>		<b>18</b>		<b>36</b>	<b>54</b>	<b>108</b>

18	Тема 16. Элементы теории вероятностей и математической статистики.	6	1-6	6		12	28	Проверочная работа
19	Тема 17. Введение в вычислительную математику.	6	7-15	10		18	34	Проверочная работа
	Промежуточная аттестация	6						Экзамен (36)
	<b>Итого за 6 семестр:</b>			<b>16</b>		<b>30</b>	<b>62</b>	
	<b>Всего:</b>			<b>102</b>		<b>198</b>	<b>204</b>	<b>576</b>

### Содержание дисциплины

#### **Тема 1. Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений**

Матрицы, действия над матрицами. Определители, их свойства. Алгебраические дополнения и миноры. Ранг матрицы. Обратная матрица. Системы линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера, метод Гаусса, матричный метод. Исследование систем  $m$  линейных алгебраических уравнений с  $n$  неизвестными.

#### **Тема 2. Комплексные числа**

Определение комплексного числа и его геометрическая интерпретация. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы записи. Комплексная плоскость. Действия над комплексными числами. Алгебраические операции. Возведение в степень. Корень из комплексного числа. Корни из единицы.

#### **Тема 3. Системы координат на плоскости и в пространстве и их простейшие применения**

Прямоугольная декартова система координат на плоскости. Первый принцип аналитической геометрии на плоскости. Полярная система координат. Связь полярной и декартовой системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости: определение длины отрезка; нахождение координат середины отрезка; деление отрезка в заданном отношении; вычисление площади треугольника по координатам его вершин.

Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Цилиндрическая и сферическая системы координат, их связь с декартовой прямоугольной системой координат.

Преобразование прямоугольных декартовых координат на плоскости и в пространстве.

#### **Тема 4. Векторная алгебра**

Векторы и линейные операции над ними. Декартовы прямоугольные координаты вектора. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства.

#### **Тема 5. Аналитическая геометрия**

Уравнение линии на плоскости. Прямая линия на плоскости. Угол между двумя прямыми на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Общее

уравнение кривой второго порядка. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола и их канонические уравнения. Приведение общего уравнения второго порядка к каноническому виду.

Уравнение линии в пространстве. Уравнение прямой в пространстве. Уравнение плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Поверхности второго порядка в пространстве.

### **Тема 6. Линейные пространства**

Понятие линейного пространства. Подпространство линейного пространства. Базис и координаты вектора. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.

### **Тема 7. Введение в математический анализ**

Множества, действия над множествами. Логические символы. Числовые последовательности. Предел последовательности. Функция одной переменной. Предел функции. Первый и второй замечательные пределы. Раскрытие неопределенностей при вычислении пределов функций. Непрерывность функции. Теоремы о непрерывных функциях. Классификация точек разрыва.

### **Тема 8. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

Понятие производной функции. Геометрический и физический смысл производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Таблица производных основных функций. Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производная функции, заданной неявно. Производная функции, заданной параметрически. Логарифмическая производная. Производная степенно-показательной функции.

Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала функции. Свойства дифференциала функции. Таблица дифференциалов простейших функций. Применение дифференциала для приближенных вычислений.

Производные и дифференциалы высших порядков. Производные  $n$ -го порядка некоторых функций.

### **Тема 9. Теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения**

Теорема Лагранжа и ее геометрический смысл. Теорема Ролля и ее геометрический смысл. Теорема о функции, имеющей на интервале нулевую производную. Следствие о двух функциях, имеющих равные производные. Теорема Коши.

Правило Лопиталю. Применение правила Лопиталю к раскрытию различных видов неопределенностей.

Теорема Тейлора. Формула Маклорена. Оценка остаточного члена формулы Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций по формуле Маклорена.

Возрастание и убывание функции одной переменной. Экстремум функции одной переменной. Выпуклость и вогнутость графика функции.

Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Исследование функций и построение их графиков. Максимальное и минимальное значение функции на отрезке.

### **Тема 10. Функции нескольких переменных**

Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные первого порядка. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Теорема (условие полного дифференциала). Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование неявных функций. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема (о смешанных частных производных). Производная по направлению. Скалярные и векторные поля. Поверхности и линии уровня. Градиент. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума функции нескольких переменных. Абсолютный экстремум функции. Теорема Вейерштрасса. Нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции в замкнутой области.

### **Тема 11. Неопределенный интеграл**

Первообразная. Теорема (о двух первообразных одной функции). Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных интегралов. Основные методы интегрирования: 1) непосредственное интегрирование; 2) метод замены переменной; 3) метод интегрирования по частям. Простейшие интегралы, содержащие квадратный трехчлен в знаменателе. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Применение тригонометрических подстановок.

### **Тема 12. Определенный интеграл**

Интегральная сумма. Определенный интеграл и его свойства. Теорема об интегрируемости непрерывной функции. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Метод замены переменной и метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы первого и второго рода. Геометрические и физические приложения определенного интеграла (площадь криволинейной трапеции, площадь криволинейного сектора, объем тела вращения, длина дуги кривой, масса стержня, работа по перемещению материальной точки). Приближенные вычисления определенного интеграла: 1) формула прямоугольников; 2) формула трапеций; 3) формула парабол (формула Симпсона).

### **Тема 13. Кратные и криволинейные интегралы**

Двойной интеграл. Основные свойства двойных интегралов. Сведение двойных интегралов к повторным. Замена переменных в двойных интегралах. Некоторые геометрические и физические приложения двойных интегралов.

Тройной интеграл. Основные свойства тройных интегралов. Сведения тройного интеграла к повторному. Замена переменных в тройном интеграле. Некоторые физические приложения тройных интегралов.

Криволинейный интеграл первого рода. Физический смысл криволинейного интеграла первого рода. Геометрический смысл криволинейного интеграла первого рода. Свойства криволинейного интеграла первого рода.

Криволинейный интеграл второго рода. Свойства криволинейного интеграла второго рода. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода. Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от вида пути интегрирования. Обобщенная формула Ньютона-Лейбница. Теорема Грина.

#### **Тема 14. Ряды**

Числовой ряд. Сходящиеся числовые ряды. Определение остаточного члена ряда. Действия над сходящимися рядами. Необходимый признак сходимости ряда, критерий Коши.

Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: необходимое и достаточное условие сходимости ряда с неотрицательными членами, первый признак сравнения рядов, второй признак сравнения рядов, признак Даламбера, признак Коши.

Знакопеременные ряды. Абсолютная сходимость. Условная сходимость.

Знакопеременные ряды. Признак Лейбница сходимости знакопеременного ряда.

Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда. Равномерная и неравномерная сходимость функционального ряда. Теорема (о непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда). Теорема (признак Вейерштрасса). Теорема (об интегрировании равномерно сходящегося ряда). Теорема (о дифференцировании рядов).

Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Интервал сходимости степенного ряда. Формула для нахождения радиуса сходимости степенного ряда. Сумма степенного ряда. Теорема (о непрерывности суммы степенного ряда). Теорема (о дифференцировании степенного ряда). Теорема (об интегрировании степенного ряда).

Разложение функций в степенной ряд. Ряд Маклорена. Разложение некоторых функций в ряд Маклорена. Ряд Тейлора. Теорема (о разложении функции в ряд Тейлора). Остаточный член ряда Тейлора.

Использование рядов для приближенных вычислений.

#### **Тема 15. Дифференциальные уравнения**

Основные определения теории дифференциальных уравнений: обыкновенное дифференциальное уравнение; порядок дифференциального уравнения; линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка; однородного и неоднородного линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка; решение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка; интегральная

кривая; общее решение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка; общий интеграл дифференциального уравнения  $n$ -го порядка; частное решение обыкновенного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.

Общий вид дифференциального уравнения первого порядка. Дифференциальное уравнение первого порядка, разрешенное относительно производной. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Геометрическая интерпретация задачи Коши. Особое решение. Уравнения первого порядка с разделяющимися переменными и метод его решения. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и метод их решения. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Бернулли интегрирования линейного дифференциального уравнения первого порядка. Метод вариации постоянной интегрирования линейного дифференциального уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли и Рикатти. Уравнения в полных дифференциалах.

Общий вид дифференциального уравнения второго порядка. Геометрическая интерпретация частного решения дифференциального уравнения второго порядка. Задача Коши для дифференциального уравнения второго порядка. Три простейших типа дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих интегрирование в квадратурах. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Линейно зависимые и линейно независимые частные решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка. Определитель Вронского двух функций. Общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка. Нахождения второго линейно независимого частного решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами по уже известному частному решению.

Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Теорема об общем решении линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных нахождения

частного решения неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами порядка выше второго. Метод Эйлера решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Характеристическое уравнение. Определитель Вронского для  $n$  функций. Метод неопределенных коэффициентов для случая уравнения  $n$ -го порядка.

Системы дифференциальных уравнений. Нормальная система дифференциальных уравнений. Решение системы дифференциальных уравнений. Частное решение системы дифференциальных уравнений. Сведение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка к нормальной системе дифференциальных уравнений. Сведение нормальной системы  $n$  дифференциальных уравнений к дифференциальному уравнению  $n$ -го порядка. Общее решение нормальной системы. Существование и единственность частного решения нормальной системы. Системы трех линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Частные решения системы трех линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений для системы трех линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Общее решение системы трех линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера решения системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Фундаментальная система решений в случае трех простых действительных корней характеристического уравнения. Общее решение системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая простых действительных корней характеристического уравнения. Нахождение фундаментальной системы решений в случае комплексно сопряженных корней характеристического уравнения.

## **Тема 16. Элементы теории вероятностей и математической статистики**

Предмет теории вероятностей. Основные понятия теории вероятности. Алгебра событий. Основные формулы и правила комбинаторики. Классическое определение вероятности. Статистическая и геометрическая вероятности. Классификация событий. Операции над событиями. Частота и вероятность события. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности, формула Байеса. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Дискретные случайные величины. Закон больших чисел.

Задачи математической статистики. Выборочный метод. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора объектов в выборочную совокупность. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики генеральной совокупности. Статистические оценки параметров распределения. Точечные и

интервальные оценки. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при известном  $\sigma$ .

### **Тема 17. Введение в вычислительную математику**

Предмет и задачи вычислительной математики. Погрешность: неустранимая и устранимая, погрешность аппроксимации и вычислительная.

Решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Классификация методов решения СЛАУ. Приближенные методы решения СЛАУ: метод простой итерации (Якоби), метод Зейделя, метод скорейшего спуска.

Методы решения нелинейных и трансцендентных уравнений. Этапы решения нелинейных и трансцендентных уравнений: отделение корней, уточнение решения. Приближенные методы решения: графический метод, метод дихотомии, метод хорд, метод Ньютона (касательных), модифицированный метод Ньютона, метод секущих.

Задача численного интегрирования. Вычисление определенных интегралов детерминированными методами (формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона и методы Монте-Карло). Погрешности формул численного интегрирования, сравнительный анализ преимуществ и недостатков рассмотренных методов.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Одношаговые методы решения ОДУ (первого порядка): разложение в ряд Тейлора, методы Рунге – Кутты первого порядка – метод Эйлера; второго порядка – исправленный и модифицированный методы Эйлера; метод Рунге – Кутты четвертого порядка.

Задачи интерполирования и аппроксимации функций. Интерполяционные формулы Грегори – Ньютона, Лагранжа и Ньютона (разделенные разности). Обратное интерполирование. Сходимость интерполяционных полиномов высоких порядков. Интерполирование сплайнами: линейные, квадратичные и кубические сплайны.

## **5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины «Математика»**

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки «05.03.03–Картография и геоинформатика» для реализации компетентностного подхода в учебном процессе применяются следующие образовательные технологии:

- 1) при проведении лекционных занятий: информационные лекции, проблемные лекции, лекции беседы, лекции дискуссии, лекции с заранее запланированными ошибками;
- 2) при проведении практических занятий: традиционные занятия, занятия исследования, проблемные ситуации, ситуации с ошибкой;
- 3) при организации самостоятельной работы студентов: поиск и обработка информации, в том числе с использованием информационно-телекоммуникационных технологий; исследование проблемной ситуации;

постановка и решение задач из предметной области; отработка навыков применения стандартных методов к решению задач предметной области.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуального обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения, проведение дополнительных индивидуальных консультаций по изучаемым теоретическим дисциплинам и практическим занятиям, оказание помощи при подготовке к промежуточной и итоговой аттестации, а также разработка отдельного аудио курса данной дисциплины, с упором на тщательное проговаривание необходимых формул.

#### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины «Математика».**

**Самостоятельная внеаудиторная работа** студентов проводится в форме изучения и анализа лекционного материала, изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе, подбора дополнительных источников для извлечения научно-технической информации, связанной с проблемами, изучаемыми в рамках данной дисциплины и решения задач с дальнейшим их разбором или обсуждением на аудиторных занятиях, подготовки к промежуточной аттестации.

**Самостоятельная аудиторная работа** студентов проводится в форме самостоятельного решения задач на практических занятиях с дальнейшим их разбором и обсуждением; проведения проверочных работ; поиска решений проблемных ситуаций, предложенных на лекциях и практических занятиях; поиска и устранения ошибок, заложенных в представлении материала преподавателем и допущенных другими студентами.

**Текущий контроль** усвоения дисциплины «Математика» проводится в виде проведения проверочных работ по темам: «Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений», «Комплексные числа», «Системы координат на плоскости и в пространстве», «Векторная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Введение в математический анализ», «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», «Теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения», «Функции нескольких переменных», «Неопределенный интеграл», «Определенный интеграл», «Кратные и криволинейные интегралы», «Ряды», «Дифференциальные уравнения», «Элементы теории вероятностей и математической статистики», «Введение в вычислительную математику».

**Примерные варианты проверочных работ для проведения промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины «Математика»:**

**Тема 1. Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений**

**Вариант 1**

1. Вычислить  $2A^{-1} + 3B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 10 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

2. Решить систему уравнений по правилу Крамера

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$$

**Вариант 2**

1. Вычислить  $C - 3B^{-1}$ , где  $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ .

2. Исследовать систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 4x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5. \end{cases}$$

**Тема 2. Комплексные числа**

**Вариант 1**

1. Дано  $z_1 = 2 + 3i$ ,  $z_2 = 1 - 2i$ . Найти  $\overline{z_1} + z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $z_1 - \overline{z_2}$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ .

Изобразить все числа на комплексной плоскости.

2. Дано  $z = 5 + 5i$ . Найти модуль и аргумент  $z$ . Записать  $z$  в тригонометрической и показательной форме. Найти  $z^5$ .

3. Дано  $z = 1$ . Найти  $\sqrt[4]{z}$ . Отметить все корни на комплексной плоскости.

4. Решить уравнение  $x^2 + 10x + 30 = 0$ .

**Вариант 2**

1. Дано  $z_1 = 3 - 4i$ ,  $z_2 = 2 + i$ . Найти  $\overline{z_1} + z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $z_1 - \overline{z_2}$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ .

Изобразить все числа на комплексной плоскости.

2. Дано  $z = -5 + 5i$ . Найти модуль и аргумент  $z$ . Записать  $z$  в тригонометрической и показательной форме. Найти  $z^5$ .
3. Дано  $z = i$ . Найти  $\sqrt[3]{z}$ . Отметить все корни на комплексной плоскости.
4. Решить уравнение  $x^2 + 15x + 60 = 0$ .

### Тема 3. Системы координат на плоскости и в пространстве и их простейшие применения

#### Вариант 1

1. Дан треугольник с вершинами  $A(1;-1)$ ,  $B(5;4)$ ,  $C(4;-3)$ . Найти: 1) длину медианы  $CE$ ; 2) площадь треугольника  $ABC$ ; 3) центр тяжести треугольника.
2. Преобразовать к декартовым координатам уравнение линии и построить линию  $r \cos \varphi = a$ .

#### Вариант 2

1. Дан треугольник с вершинами  $A(-1;3)$ ,  $B(1;7)$ ,  $C(4;1)$ . Найти: 1) длину медианы  $CE$ ; 2) площадь треугольника  $ABC$ ; 3) центр тяжести треугольника.
2. Преобразовать к полярным координатам уравнение линии и построить линию  $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ .

### Тема 4. Векторная алгебра

#### Вариант 1

1. Найти вектор  $\bar{d}$ , зная, что  $\bar{d} \perp \bar{a}$ ,  $\bar{d} \perp \bar{b}$ , где  $\bar{a} = (2;3;-1)$ ,  $\bar{b} = (1;-2;3)$  и  $\bar{d} \cdot \bar{c} = -6$ , где  $\bar{c} = 2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$ .
2. Дана пирамида с вершинами  $A(7;2;4)$ ,  $B(7;-1;-2)$ ,  $C(3;3;1)$ ,  $D(-4;2;1)$ . Найти
  - а) угол между ребрами  $AB$  и  $AD$ ;
  - б) объем пирамиды;
  - в) длину высоты, опущенной на грань  $ABC$ .
3. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\bar{a} = 3\bar{p} + \bar{q}$  и  $\bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}$ , где  $|\bar{p}| = 4$ ,  $|\bar{q}| = 1$ , угол между векторами  $\bar{p}$  и  $\bar{q}$  равен  $\frac{\pi}{4}$ .

#### Вариант 2

1. Найти единичный вектор, перпендикулярный векторам  $\bar{b} = (1;1;2)$  и  $\bar{c} = 2\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ .
2. Дана пирамида с вершинами  $A(1;3;6)$ ,  $B(2;2;1)$ ,  $C(-1;0;1)$ ,  $D(-4;6;3)$ . Найти
  - б) косинус угла между ребрами  $AB$  и  $AD$ ;
  - в) объем пирамиды;
  - г) длину высоты, опущенной на грань  $ABC$ .

3. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах АВ и АС, если  $A(2;1;0)$ ,  $B(-2;4;1)$ ,  $C(-3;-8;4)$ .

### Тема 5. Аналитическая геометрия

#### Вариант 1

1. Эллипс, симметричный относительно осей координат, фокусы которого находятся на оси  $Ox$ , проходит через точку  $M(-4;\sqrt{21})$  и имеет эксцентриситет  $\varepsilon = \frac{3}{4}$ . Написать уравнение эллипса и найти фокальные радиусы точки М. Построить эллипс.
2. Написать уравнение плоскости, которая проходит через точку  $M_1(0;1;2)$  параллельно векторам  $\vec{a}_1 = (2;0;1)$ ,  $\vec{a}_2 = (1;1;0)$ .
3. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку  $M_1(1;2;-3)$  параллельно прямой  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-7}{3}$ .

#### Вариант 2

1. Гипербола, симметричная относительно осей координат, фокусы которого находятся на оси  $Ox$ , проходит через точку  $M(6;-2\sqrt{2})$  и имеет мнимую полуось  $b=2$ . Написать уравнение гиперболы и найти фокальные радиусы точки М. Построить гиперболу.
2. Написать уравнение плоскости, которая проходит через точки  $M_1(1;2;0)$  и  $M_2(2;1;1)$  параллельно вектору  $\vec{a} = (3;0;1)$ .
3. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку  $M_1(2;-1;3)$  параллельно прямой  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{5}$ .

### Тема 7. Введение в математический анализ

#### Вариант 1

1. Используя определение предела последовательности, доказать, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n-3}{n+4} = 5.$$

2. Вычислить пределы функций:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^2}{x^2+1}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-5x+10}{x^2-25}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x^2-4},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-3} \right)^{4x-1}.$$

3. Найти точки разрыва функции и установить характер разрыва:

$$\text{а) } y = \frac{3^x + 2}{3^x - 5}, \quad \text{б) } y = \frac{x^2 - 5x + 10}{x^2 - 25}.$$

#### Вариант 2

1. Используя определение предела последовательности, доказать, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{2n+1} = \frac{1}{2}.$$

2. Вычислить пределы функций

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{3x + 7}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 5}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{2 - \sqrt{x-1}},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 5x)_x^{\frac{3}{x} + 2}.$$

3. Найти точки разрыва функции и установить характер разрыва:

$$\text{а) } y = \frac{5^{\frac{1}{x}} - 3}{\frac{1}{5^x} + 1}, \quad \text{б) } y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 5}.$$

## Тема 8. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

### Вариант 1

1. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = 3x^2 \cdot \cos x - \frac{4 \sin x}{\sqrt{x}}; \quad \text{б) } y = \ln(5x^4 + 7).$$

2. Найти производную функции, заданной параметрически

$$x = \sqrt[3]{1 - \sqrt{t}}; \quad y = \sqrt{1 - \sqrt[3]{t}}.$$

3. Найти производную функции, заданной неявно

$$x^2 + 2xy - y^2 = 2x.$$

4. Найти производную степенно-показательной функции

$$y = (\cos x)^{\sin x}.$$

### Вариант 2

1. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = 6\sqrt{x} \cdot \sin x - \frac{2 \cos x}{x^3}; \quad \text{б) } y = e^{-\sqrt[3]{x}}.$$

2. Найти производную функции, заданной параметрически

$$x = \sqrt[5]{1 - t^2}; \quad y = \cos t.$$

3. Найти производную функции, заданной неявно

$$x + y - e^{xy} = 0.$$

4. Найти производную степенно-показательной функции

$$y = (\arcsin x)^{\arccos x}.$$

## Тема 9. Теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения

### Вариант 1

1. Используя правило Лопиталья, вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \cos x}{x - \cos x}$ .

2. Разложить функцию  $y = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0 = -1$ .
3. Исследовать функцию  $y = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x^2 - 1}$  и построить график.

### **Вариант 2**

1. Используя правило Лопиталю, вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{a^x}$ .
2. Разложить функцию  $y = e^{\sin x}$  в ряд Маклорена в окрестности точки  $x_0 = 0$  (формула третьего порядка).
3. Исследовать функцию  $y = (x + 2)e^{\frac{1}{x}}$  и построить график.

## **Тема 10. Функции нескольких переменных**

### **Вариант 1**

1. Доказать, что функция  $z = \frac{2x - 3y}{x + y}$  не имеет предела при  $(x; y) \rightarrow (0; 0)$ .
2. Найти частные производные, частные дифференциалы и полный дифференциал первого порядка, частные производные и полный дифференциал второго порядка функции  $z = \ln(x^2 + y^2)$ .
3. Найти производную функции  $w = x^3 y^2 z$  в точке  $A(1; -1; 3)$  по направлению вектора  $\overline{AB}$ , если точка В имеет координаты  $(0; 1; 1)$ .
4. Найти величину и направление градиента функции  $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$  в произвольной точке  $(x_0; y_0)$ .

### **Вариант 2**

1. Исследовать функцию  $z = \begin{cases} \frac{\sin xy}{x}, & x \neq 0, \\ y, & x = 0 \end{cases}$  на непрерывность в точке  $(0; 0)$ .
2. Найти частные производные, частные дифференциалы и полный дифференциал первого порядка, частные производные и полный дифференциал второго порядка функции  $z = \sin(x^2 y)$ .
3. Найти производную функции  $z = \ln(e^x + e^y)$  в начале координат по направлению вектора  $\overline{OM}$ , если точка М имеет координаты  $(1; 1)$ .
4. Найти величину и направление градиента функции  $w = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  в произвольной точке  $(x_0; y_0; z_0)$ .

## **Тема 11. Неопределенный интеграл**

### **Вариант 1**

Найти интегралы:

1)  $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} + 5x \cdot \cos x - 1}{x} dx;$

2)  $\int 2x\sqrt{x^2 + 1} dx;$

3)  $\int x \cdot \operatorname{arctg} x \cdot dx;$

4)  $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx;$

5)  $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x \cdot dx.$

### **Вариант 2**

Найти интегралы:

1)  $\int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx;$

2)  $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx;$

3)  $\int e^x \cdot \sin x \cdot dx;$

4)  $\int \frac{x}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}} dx;$

5)  $\int \sin^2 x \cdot \cos x \cdot dx.$

## **Тема 12. Определенный интеграл**

### **Вариант 1**

1. Вычислить интегралы:

а)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx;$  б)  $\int_1^2 \frac{1}{x \cdot \sqrt{1 - (\ln x)^2}} dx.$

2. Вычислить несобственный интеграл или установить его

расходимость  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}.$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной параметрически  $x = 2t - t^2;$   $y = 2t^2 - t^3.$

### **Вариант 2**

1. Вычислить интегралы:

а)  $\int_0^{e-1} \ln(x+1) dx;$  б)  $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx.$

2. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость  $\int_1^{+\infty} \frac{x \ln x dx}{(1+x^2)^2}$ .
3. Найти длину линии  $x = a \cos^3 t$ ;  $y = a \sin^3 t$  от точки  $(a;0)$  до точки  $(0;a)$ .

### Тема 13. Кратные и криволинейные интегралы

#### Вариант 1

1. Записать двойной интеграл  $\iint_P f(x,y) dx dy$  как повторный, если  $P$  – параллелограмм со сторонами  $x=1$ ;  $x=7$ ;  $x-y+5=0$ ;  $x-y=0$ .
2. Вычислить интеграл  $\iint_P (x^2+y) dx dy$ , если  $P$  – область, ограниченная параболой  $y=x^2$ ,  $y^2=x$ .
3. Перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования в двойном интеграле  $\iint_P f(x,y) dx dy$ , если  $P$  – круг  $x^2+y^2 \leq R^2$ .

#### Вариант 2

1. Записать двойной интеграл  $\iint_P f(x,y) dx dy$  как повторный, если  $P$  – треугольник с вершинами  $O(0;0)$ ,  $A(2;1)$ ,  $B(3;-2)$ .
2. Вычислить интеграл  $\iint_P \cos(x+y) dx dy$ , если  $P$  – область, ограниченная прямыми  $x=0$ ,  $y=\pi$ ,  $y=x$ .
3. Перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования в двойном интеграле  $\iint_P f(x,y) dx dy$ , если  $P$  – область, ограниченная линиями  $x^2+y^2=4x$ ;  $x^2+y^2=8x$ ;  $y=x$ ;  $y=2x$ .

### Тема 14. Ряды

#### Вариант 1

1. Используя один из признаков сравнения исследовать на сходимость ряд  $\frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2}} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 3}} + \frac{1}{\sqrt{3 \cdot 4}} + \dots$ .
2. Используя признак Даламбера или Коши исследовать на сходимость ряд  $\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{8}\right)^5 + \dots$ .
3. Используя признак Лейбница исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ .

4. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$ .
5. Разложить функцию  $y = 5^x$  в ряд по степеням  $x$ .

### **Вариант 2**

1. Используя один из признаков сравнения исследовать на сходимость ряд  $\frac{1}{11} + \frac{1}{21} + \frac{1}{31} + \dots$ .
2. Используя признак Даламбера или Коши исследовать на сходимость ряд  $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2\sqrt{2}} + \dots$ .
3. Используя признак Лейбница исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$ .
4. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2^n}$ .
5. Разложить функцию  $y = 3^x$  в ряд по степеням  $x$ .

## **Тема 15. Дифференциальные уравнения**

### **Вариант 1**

Решить дифференциальные уравнения:

1.  $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$ .
2.  $y' - y \sin x = \sin x \cdot \cos x$ .
3.  $y'' + y = \cos x + \cos 2x$ .

### **Вариант 2**

Решить дифференциальные уравнения:

1.  $yy' = \frac{1-2x}{y}$ .
2.  $x(x+2y)dx + (x^2 - y^2)dy = 0$ .
3.  $y'' - 2y' - 3y = -4e^x + 3$ .

## **Тема 16. Элементы теории вероятностей и математической статистики**

### **Вариант 1**

1. В ящике 20 шаров, среди которых 12 белых, а остальные – голубые. Отбирают наугад 2 шара. Сколько существует вариантов того, что они белые?
2. Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины  $X$ , заданной законом распределения:

X	0,21	0,54	0,61
p	0,1	0,5	0,4

3. Построить полигон частот по данному распределению выборки:

$x_i$	1	3	5	9
$n_i$	19	7	13	3

### Вариант 2

1. В коробке имеется 45 карандашей, 10 из которых сломаны. Художник наудачу извлекает 5 карандашей. Найти вероятность того, что извлеченные карандаши сломаны.
2. Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины  $X$ , заданной законом распределения:

$X$	4,3	5,1	10,6
$p$	0,2	0,3	0,5

3. Построить полигон относительных частот по данному распределению выборки:

$x_i$	2	4	6	7	9
$w_i$	0,1	0,2	0,1	0,25	0,35

## Тема 17. Ведение в вычислительную математику

### Вариант 1

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом простой итерации:

$$5,5x - 123,1y + 37z = 438,73;$$

$$24,1x + 7,2y - 11,9z = -3,17;$$

$$101,5x + 54,8y - 213,7z = -208,63.$$

2. Вычислить интеграл методом трапеций с шагом  $h=0.01$

$$\int_0^{2.0} \frac{1}{\sqrt{9+x^2}} dx$$

### Вариант 2

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Зейделя

$$5,5x + 3,1y + 27z = 6,42;$$

$$40,1x + 17,2y - 21,9z = 119,02;$$

$$115x + 581,5y + 123z = 1535,74.$$

2. Вычислить интеграл методом Симпсона с шагом  $h=0.01$

$$\int_1^{2.0} \frac{\sqrt{x^2 + 0.16}}{x^2} dx$$

## Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины «Математика»:

1. Матрицы, действия над матрицами.
2. Определители, их свойства.
3. Алгебраические дополнения и миноры. Ранг матрицы. Обратная матрица.
4. Системы линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера.

5. Метод Гаусса исследования систем линейных алгебраических уравнений.
6. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
7. Исследование систем  $m$  линейных алгебраических уравнений с  $n$  неизвестными.
8. Прямоугольная декартова система координат на плоскости. Первый принцип аналитической геометрии на плоскости. Полярная система координат. Связь полярной и декартовой системы координат.
9. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости: определение длины отрезка; нахождение координат середины отрезка; деление отрезка в заданном отношении; вычисление площади треугольника по координатам его вершин.
10. Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Цилиндрическая и сферическая системы координат, их связь с декартовой прямоугольной системой координат.
11. Преобразование прямоугольных декартовых координат на плоскости и в пространстве.
12. Векторы и линейные операции над ними.
13. Декартовы прямоугольные координаты вектора и действия над векторами в координатной форме.
14. Скалярное произведение векторов и его свойства.
15. Векторное произведение векторов и его свойства.
16. Смешанное произведение векторов и его свойства.
17. Уравнение линии на плоскости. Прямая линия на плоскости. Угол между двумя прямыми на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
18. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение общего уравнения второго порядка к каноническому виду.
19. Эллипс. Вывод канонического уравнения эллипса. Исследование формы эллипса по его каноническому уравнению.
20. Гипербола. Вывод канонического уравнения гиперболы. Исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению.
21. Парабола. Вывод канонического уравнения параболы. Исследование формы параболы по ее каноническому уравнению.
22. Уравнение линии в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве.
23. Различные виды уравнений плоскости в пространстве.
24. Поверхности второго порядка в пространстве.
25. Понятие линейного пространства. Подпространство линейного пространства. Базис и координаты вектора.

26. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
27. Определение комплексного числа и его геометрическая интерпретация. Комплексная плоскость. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами, записанными в тригонометрической форме.
28. Алгебраическая форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами, записанными в алгебраической форме.
29. Показательная форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами, записанными в показательной форме.
30. Возведение в степень комплексного числа. Корень из комплексного числа. Корни из единицы.
31. Множества, действия над множествами. Логические символы.
32. Числовые последовательности. Предел последовательности.
33. Функция одной переменной. Предел функции. Первый и второй замечательные пределы. Раскрытие неопределенностей при вычислении пределов функций.
34. Непрерывность функции. Теоремы о непрерывных функциях. Классификация точек разрыва.
35. Понятие производной функции. Геометрический и физический смысл производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Таблица производных основных функций.
36. Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции.
37. Производная обратной функции. Производная функции, заданной неявно. Производная функции, заданной параметрически. Логарифмическая производная. Производная степенно-показательной функции.
38. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала функции. Свойства дифференциала функции. Таблица дифференциалов простейших функций. Применение дифференциала для приближенных вычислений.
39. Производные и дифференциалы высших порядков. Производные  $n$ -го порядка некоторых функций.
40. Теорема Лагранжа и ее геометрический смысл.
41. Теорема Ролля и ее геометрический смысл.
42. Теорема о функции, имеющей на интервале нулевую производную. Следствие о двух функциях, имеющих равные производные.
43. Теорема Коши.
44. Правило Лопиталю. Применение правила Лопиталю к раскрытию различных видов неопределенностей.

45. Теорема Тейлора. Формула Маклорена. Оценка остаточного члена формулы Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций по формуле Маклорена.
46. Возрастание и убывание функции одной переменной. Экстремум функции одной переменной.
47. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
48. Асимптоты графика функции.
49. Схема исследования функции и построение графика.
50. Максимальное и минимальное значение функции на отрезке.
51. Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции.
52. Частные производные первого порядка. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Теорема (условие полного дифференциала).
53. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных. Дифференцирование неявных функций от нескольких переменных.
54. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема (о смешанных частных производных).
55. Скалярные и векторные поля. Поверхности и линии уровня. Производная по направлению. Градиент.
56. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума функции нескольких переменных.
57. Абсолютный экстремум функции. Теорема Вейерштрасса. Нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции в замкнутой области.
58. Первообразная. Теорема (о двух первообразных одной функции).
59. Неопределенный интеграл, его свойства.
60. Таблица основных интегралов. Метод непосредственного интегрирования.
61. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.
62. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
63. Простейшие интегралы, содержащие квадратный трехчлен в знаменателе.
64. Интегрирование рациональных функций.
65. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
66. Интегрирование тригонометрических функций.
67. Применение тригонометрических подстановок.
68. Интегральная сумма. Определенный интеграл и его свойства. Теорема об интегрируемости непрерывной функции.
69. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
70. Метод замены переменной в определенном интеграле.

71. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле.
72. Несобственные интегралы первого и второго рода.
73. Геометрические и физические приложения определенного интеграла (площадь криволинейной трапеции, площадь криволинейного сектора, объем тела вращения, длина дуги кривой, масса стержня, работа по перемещению материальной точки).
74. Приближенные вычисления определенного интеграла: 1) формула прямоугольников; 2) формула трапеций; 3) формула парабол (формула Симпсона).
75. Двойной интеграл. Основные свойства двойных интегралов.
76. Сведение двойных интегралов к повторным.
77. Замена переменных в двойных интегралах.
78. Некоторые геометрические и физические приложения двойных интегралов.
79. Тройной интеграл. Основные свойства тройных интегралов.
80. Сведения тройного интеграла к повторному.
81. Замена переменных в тройном интеграле.
82. Некоторые физические приложения тройных интегралов.
83. Криволинейный интеграл первого рода. Физический смысл криволинейного интеграла первого рода. Геометрический смысл криволинейного интеграла первого рода. Свойства криволинейного интеграла первого рода.
84. Криволинейный интеграл второго рода. Свойства криволинейного интеграла второго рода. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода.
85. Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от вида пути интегрирования. Обобщенная формула Ньютона-Лейбница. Теорема Грина.
86. Числовой ряд. Сходящиеся числовые ряды. Определение остаточного члена ряда. Действия над сходящимися рядами. Необходимый признак сходимости ряда, критерий Коши.
87. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: необходимое и достаточное условие сходимости ряда с неотрицательными членами, первый признак сравнения рядов, второй признак сравнения рядов, признак Даламбера, признак Коши.
88. Знакопеременные ряды. Абсолютная сходимость. Условная сходимость.
89. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница сходимости знакопеременного ряда.
90. Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда. Равномерная и неравномерная сходимость

- функционального ряда. Теорема (о непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда).
91. Теорема (признак Вейерштрасса). Теорема (об интегрировании равномерно сходящегося ряда). Теорема (о дифференцировании рядов).
  92. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Интервал сходимости степенного ряда. Формула для нахождения радиуса сходимости степенного ряда.
  93. Сумма степенного ряда. Теорема (о непрерывности суммы степенного ряда). Теорема (о дифференцировании степенного ряда). Теорема (об интегрировании степенного ряда).
  94. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Маклорена. Разложение некоторых функций в ряд Маклорена. Ряд Тейлора. Теорема (о разложении функции в ряд Тейлора). Остаточный член ряда Тейлора.
  95. Использование рядов для приближенных вычислений.
  96. Основные определения теории дифференциальных уравнений: обыкновенное дифференциальное уравнение; порядок дифференциального уравнения; линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка; однородного и неоднородного линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка; решение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка; интегральная кривая; общее решение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка; общий интеграл дифференциального уравнения  $n$ -го порядка; частное решение обыкновенного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
  97. Общий вид дифференциального уравнения первого порядка. Дифференциальное уравнение первого порядка, разрешенное относительно производной.
  98. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Геометрическая интерпретация задачи Коши.
  99. Уравнения первого порядка с разделяющимися переменными и метод его решения.
  100. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и метод их решения.
  101. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
  102. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Бернулли интегрирования линейного дифференциального уравнения первого порядка.
  103. Метод вариации постоянной интегрирования линейного дифференциального уравнения первого порядка.
  104. Уравнения Бернулли и Рикатти.

105. Уравнения в полных дифференциалах.
106. Приближенное решение дифференциальных уравнений первого порядка. Метод ломаных Эйлера.
107. Общий вид дифференциального уравнения второго порядка. Геометрическая интерпретация частного решения дифференциального уравнения второго порядка. Задача Коши для дифференциального уравнения второго порядка.
108. Три простейших типа дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих интегрирование в квадратурах.
109. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
110. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Линейно зависимые и линейно независимые частные решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка. Определитель Вронского двух функций. Общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка. Нахождения второго линейно независимого частного решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами по уже известному частному решению.
111. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
112. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Теорема об общем решении линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
113. Метод вариации произвольных постоянных нахождения частного решения неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
114. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами порядка выше второго. Метод Эйлера решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Характеристическое уравнение. Определитель Вронского для  $n$  функций. Метод неопределенных коэффициентов для случая уравнения  $n$ -го порядка.

115. Системы дифференциальных уравнений. Нормальная система дифференциальных уравнений. Решение системы дифференциальных уравнений. Частное решение системы дифференциальных уравнений. Сведение дифференциального уравнения  $n$ -го порядка к нормальной системе дифференциальных уравнений.
116. Сведение нормальной системы  $n$  дифференциальных уравнений к дифференциальному уравнению  $n$ -го порядка. Общее решение нормальной системы. Существование и единственность частного решения нормальной системы.
117. Системы трех линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Частные решения системы трех линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений для системы трех линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Общее решение системы трех линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
118. Метод Эйлера решения системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Фундаментальная система решений в случае трех простых действительных корней характеристического уравнения. Общее решение системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая простых действительных корней характеристического уравнения.
119. Нахождение фундаментальной системы решений для системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами в случае комплексно сопряженных корней характеристического уравнения.
120. Предмет теории вероятностей. Основные понятия теории вероятности.
121. Алгебра событий. Классификация событий. Операции над событиями. Частота и вероятность события.
122. Основные формулы и правила комбинаторики. Классическое определение вероятности. Статистическая и геометрическая вероятности.
123. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности, формула Байеса.
124. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.
125. Дискретные случайные величины. Закон больших чисел.

126. Задачи математической статистики. Выборочный метод. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора объектов в выборочную совокупность.
127. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.
128. Числовые характеристики генеральной совокупности.
129. Статистические оценки параметров распределения. Точечные и интервальные оценки.
130. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при известном  $\sigma$ .
131. Погрешность: неустранимая и устранимая, погрешность аппроксимации и вычислительная.
132. Решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом простой итерации.
133. Решение СЛАУ методом Зейделя.
134. Решение СЛАУ методом наискорейшего спуска.
135. Решение нелинейного уравнения методом дихотомии.
136. Решение нелинейного уравнения методом хорд.
137. Решение нелинейного уравнения методом Ньютона (касательных) и модифицированным методом Ньютона.
138. Решение нелинейного уравнения методом секущих.
139. Вычисление определенных интегралов по формуле прямоугольников.
140. Вычисление определенных интегралов по формуле трапеций.
141. Вычисление определенных интегралов по формуле Симпсона.
142. Решение ОДУ методом Эйлера.
143. Решение ОДУ методом модифицированным методом Эйлера.
144. Решение ОДУ методом Рунге – Кутты четвертого порядка.
145. Интерполирование функции одного переменного с использованием интерполяционных формул Грегори – Ньютона.
146. Интерполирование функции одного переменного с использованием формулы Лагранжа.
147. Интерполирование функции одного переменного с использованием формулы Ньютона.
148. Интерполирование сплайнами.

## 7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

**Таблица 1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	10	0	15	15	0	35	25	100
2	10	0	15	15	0	35	25	100
3	10	0	15	15	0	35	25	100
4	10	0	15	15	0	35	25	100
5	10	0	15	15	0	35	25	100
6	10	0	15	15	0	35	25	100

### Программа оценивания учебной деятельности студента

#### 1-6 семестры

##### Лекции

Посещаемость, активность и др. за один семестр – от 0 до 10 баллов.

##### Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

##### Практические занятия

Посещаемость, активность (ответы с места, работа у доски), самостоятельное решение задач в аудитории оценивается от 0 до 15 баллов (каждое занятие – 0-1 балл).

##### Самостоятельная работа

Выполнение домашних заданий оценивается от 0 до 15 баллов (каждое домашнее задание – 0-1 балл).

##### Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

##### Другие виды учебной деятельности

Решение проверочных работ

#### 1 семестр

Проверочная работа по Теме 1 «Матрицы, определители, системы линейных алгебраических уравнений» оценивается от 0 до 10 баллов.

Проверочная работа по Теме 2 «Комплексные числа» оценивается от 0 до 10 баллов.

Проверочная работа по Теме 3 «Системы координат на плоскости и в пространстве и их простейшие применения» оценивается от 0 до 5 баллов.

Проверочная работа по Теме 4 «Векторная алгебра» оценивается от 0 до 10 баллов.

#### 2 семестр

Проверочная работа по Теме 5 «Аналитическая геометрия» оценивается от 0 до 10 баллов.

Проверочная работа по Теме 7 «Введение в математический анализ» оценивается от 0 до 15 баллов.

Проверочная работа по Теме 8 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной» оценивается от 0 до 10 баллов.

### **3 семестр**

Проверочная работа по Теме 9 «Теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения» оценивается от 0 до 20 баллов.

Проверочная работа по Теме 10 «Функции нескольких переменных» оценивается от 0 до 15 баллов.

### **4 семестр**

Проверочная работа по Теме 11 «Неопределенный интеграл» оценивается от 0 до 15 баллов.

Проверочная работа по Теме 12 «Определенный интеграл» оценивается от 0 до 10 баллов.

Проверочная работа по Теме 13 «Кратные и криволинейные интегралы» оценивается от 0 до 10 баллов.

### **5 семестр**

Проверочная работа по Теме 14 «Ряды» оценивается от 0 до 20 баллов.

Проверочная работа по Теме 15 «Дифференциальные уравнения» оценивается от 0 до 15 баллов.

### **6 семестр**

Проверочная работа по Теме 16 «Элементы теории вероятностей и математической статистики» оценивается от 0 до 15 баллов.

Проверочная работа по Теме 17 «Введение в вычислительную математику» оценивается от 0 до 20 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов, которые может получить студент за решение проверочных работ за один семестр, составляет 35 баллов.

### Промежуточная аттестация

1, 6 семестр – экзамен;

2,3,4,5 семестр – зачет.

При проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 20 до 25 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 13 до 19 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 6 до 12 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 5 баллов

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за один семестр по дисциплине «Математика» составляет 100 баллов.

Таблица 2.1. Перерасчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математика» в 1 и 6 семестре в оценку:

более 85 баллов	«отлично»
от 76 до 85 баллов	«хорошо»
от 61 до 75 баллов	«удовлетворительно»
меньше 60 баллов	«неудовлетворительно»

Таблица 2.2 Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математика» во 2,3,4,5 семестрах в зачет:

61 баллов и более	«зачтено»
меньше 60 баллов	«не зачтено»

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Математика»:

### а) основная литература:

1. Демидович Б.П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики: учеб. пособие для вузов. - М.: АСТ: Астрель, 2007. – 654 с. ✓

2. Шипачев В.С. Начала высшей математики [Электронный ресурс] / В. С. Шипачев. - Москва: Лань, 2013. - ISBN 978-5-8114-1476-5, ЭБС «Лань». ✓

3. Балдин К.В. Краткий курс высшей математики [Текст] / К.В. Балдин. - 2. - Москва: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2013. - 512 с. - ISBN 978-5-394-02103-9, ЭБС «Инфра-М».

### б) дополнительная литература:

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. – М., Высшая школа, 2006.

2. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов. Под ред. Б.П. Демидовича. М., Астрель, 2002.

3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: учебник: в 3 т. М.: Дрофа, 2006.

4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике: учеб. пособие - М. : Изд-во Физ.-мат. лит., 2006. - 336 с.

5. Шипачев В. С. Высшая математика. - М., Высшая школа, 2001.

6. Шипачев В. С. Задачи по высшей математике. М., 1997.

7. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие - М. : Высш. шк., 2004. - 403 с. ✓

### в) Интернет – ресурсы:

1. Анофрикова Н.С., Сорокина О.В. Введение в аналитическую геометрию на плоскости : учеб. пособие для студентов немат. специальностей и направлений подготовки. [Электронный ресурс] - Саратов : [б. и.], 2012. - 33 с. - Б. ц. [http://elibrary.sgu.ru/uch\\_lit/700/pdf](http://elibrary.sgu.ru/uch_lit/700/pdf).

2. Анофрикова Н.С., Сорокина О.В. Метод координат. Введение в векторную алгебру [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов немат. специальностей и направлений подготовки. ФГБОУ ВПО "Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского". - Саратов : [б. и.], 2012. - 40 с. : ил. - Библиогр.: с. 40. - Б. ц. [http://elibrary.sgu.ru/uch\\_lit/682/pdf](http://elibrary.sgu.ru/uch_lit/682/pdf).

3. Анофрикова Н.С., Сорокина О.В. Введение в аналитическую геометрию в пространстве [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов немат. специальностей и направлений подготовки. ФГБОУ ВПО "Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского". - Саратов : [б. и.], 2013. - 41 с. : ил. - Библиогр.: с. 40. - Б. ц. [http://elibrary.sgu.ru/uch\\_lit/718/pdf](http://elibrary.sgu.ru/uch_lit/718/pdf).

4. Известия РАН Математическая серия <http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=im>

5. Решение задач по математике online <http://www.reshmat.ru/index.html>

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Математика»

Для проведения занятий по дисциплине «Математика», предусмотренной учебным планом ООП, имеется необходимая материально-техническая база, соответствующая действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам:

– мультимедийная лекционная аудитория, оснащенная мультимедийными проекторами, маркерными досками для демонстрации учебного материала;

– специализированные классы, предназначенные для проведения практических занятий;

– специально оборудованные помещения для самостоятельной работы обучающихся с компьютерным оборудованием и доступом к сети Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 05.03.03 «Картография и геоинформатика», профиль: «Геоинформатика».

Автор: Нар Я.А. Парфенова, к.ф.-м.н., доцент кафедры математической теории упругости и биомеханики механико-математического факультета СГУ.

Программа разработана в 2016 году (одобрена на заседании кафедры математической теории упругости и биомеханики от 31.08.2016 года, протокол №1).

Подписи:

Зав. кафедрой

математической теории упругости и биомеханики  
д.ф.-м.н., профессор

Л.Ю. Коссович

Декан механико-математического факультета  
к.ф.-м.н., доцент

А.М. Захаров

Декан географического факультета  
д.г.н., профессор

В.З. Макаров ✓