

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»  
Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ  
Декан механико-математического  
факультета

 А.М. Захаров  
" 1 " \_\_\_\_\_ 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Геометрия**

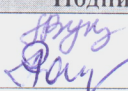


Направление подготовки бакалавриата  
44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки бакалавриата  
Математическое образование

Квалификация (степень) выпускника  
Бакалавр

Форма обучения  
очная

Саратов,  
2023

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Букушева А.В. Ромакина Л.Н.		1.06.2023
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		1.06.2023
Заведующий кафедрой	Галаев С.В.		1.06.2023
Специалист Учебного управления			

## **1. Цели освоения дисциплины**

Основной целью освоения дисциплины «Геометрия» является формирование готовности студентов к профессиональной деятельности, к преподаванию школьного курса математики, в частности, его геометрической составляющей, развитие у студентов компетенций, определенных федеральным образовательным стандартом высшего образования для бакалавров по направлению подготовки 44.03.01 – Педагогическое образование.

Данная дисциплина призвана обеспечить будущих учителей математики глубокими знаниями по основным разделам геометрии как науки, представляющим собой развитие и углубление основных тематических направлений школьного курса геометрии.

Задачи освоения данной дисциплины:

- обеспечение знаниями в области геометрии в тех её разделах и в тех объёмах, которых будет достаточно для решения будущим учителем математики педагогических и научно-методических задач по преподаванию курса геометрии, как в базовой, так и в профильной школе;

- обеспечение знаниями в области истории развития геометрии и формирования её основных методов, включая основной метод всей математической науки – аксиоматический метод;

- формирование способности развивать у своих будущих учеников пространственного представления, логики мышления, интереса к изучению математических наук, формированию у них начальных представлений о разделах высшей математики, о сферах её применения в самых разнообразных областях науки и практики;

- систематизация и углубление знаний элементарной геометрии, освоение и систематизация основных методов решения геометрических задач;

- знакомство с основными направлениями современной геометрии.

## **2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата**

Дисциплина «Геометрия» (Б1.О.19) является дисциплиной обязательной части Блока 1 «Дисциплины» (модули) учебного плана ООП бакалавриата по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профилю «Математическое образование». На ее изучение отводится 252 часа. Согласно учебному плану направления и профилю подготовки данный курс во втором и пятом семестрах заканчивается экзаменом.

Для освоения материала данной дисциплины необходимо освоение материала школьного курса математики, в частности, планиметрии и стереометрии. Решая задачи систематизации и углубления знаний и умений

школьного курса геометрии, является тесно связанной с основными математическими дисциплинами: «Алгебра» и «Математический анализ».

### 3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
<p><b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</p>	<p><b>1.1_Б.УК-1.</b> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.</p>	<p><b>Знать:</b>                      – специфику и постановку основных задач геометрии;                      – способы и приемы формализации математических и практических задач геометрическими методами.  <b>Уметь:</b>                      – анализировать задачи, выделяя ее базовые составляющие;                      – осуществлять декомпозицию задачи.  <b>Владеть:</b> навыками анализа задачи с выделением ее базовых составляющих.</p>
	<p><b>2.1_Б.УК-1.</b> Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p>	<p><b>Знать:</b> основные источники информации по геометрии и ее применению в математике и компьютерных науках.  <b>Уметь:</b> находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи.  <b>Владеть:</b> навыками работы с информацией из различных источников.</p>
	<p><b>3.1_Б.УК-1.</b> Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p><b>Знать:</b>                      – типологию основных задач геометрии                      – золотое правило методики: лучше решить одну задачу десятью способами (оценивая при этом их достоинства и недостатки), чем десять задач – одним.  <b>Уметь:</b> оценить достоинства и недостатки различных вариантов решения задач при применении различных геометрических методов в математике и компьютерных науках.  <b>Владеть:</b> навыками выбора оптимального способа решения для поставленной задачи.</p>
	<p><b>4.1_Б.УК-1.</b> Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других</p>	<p><b>Знать:</b>                      – основные законы логики и логические правила аргументированности рассуждений.  <b>Уметь:</b>                      - на основе этих законов и правил логически верно, аргументировано и</p>

	участников деятельности.	ясно строить устную и письменную речь; - отличать логически строгие рассуждения и доказательства от суждений эвристических, интуитивных <b>Владеть:</b> – навыками формирования собственных суждений и оценок в области применения методов геометрии; – навыками грамотного, логичного и аргументированного изложения своей позиции по вопросам применения геометрических методов.
	<b>5.1_Б.УК-1.</b> Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.	<b>Знать:</b> применение методов геометрии в математике, в компьютерных науках и в практике. <b>Уметь:</b> находить взаимосвязь последствий возможных решений задачи с уже решенными задачами геометрии. <b>Владеть:</b> навыками определения и оценивания практических последствий возможных решений данной задачи с теоретическими задачами, которые еще предстоит решить, а также с задачами приложений и практики.
ПК-1 Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей	<b>1.1_Б.ПК-1.</b> Воспроизводит основные теоретические положения и решает типовые задачи по дисциплинам высшей математики, являющимися теоретическими основами школьного курса математики (теория чисел, алгебра, геометрия, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика)	<b>Знать:</b> – аксиоматические основы и основные теоретические положения различных геометрических дисциплин; – связь различных разделов геометрии с разделами школьного курса геометрии – планиметрией и стереометрией <b>Уметь:</b> применять различные методы геометрии для решения теоретических и практических задач геометрии <b>Владеть:</b> логикой рассуждений и пространственным представлением для решения теоретических и практических задач школьного курса геометрии
	<b>2.1_Б.ПК-1.</b> Объясняет учебный математический материал (в рамках программ основного общего и среднего общего образования) и решает и объясняет решение задач элементарной математики	<b>Знать:</b> логическое строение школьного курса геометрии. <b>Уметь:</b> донести до своих будущих учеников, что геометрия призвана развить в них логическое мышление и пространственное представление и интуицию. <b>Владеть:</b> умением так объяснять геометрический материал, чтобы его освоение способствовало развитию в учащихся названных качеств.
	<b>3.1_Б.ПК-1.</b> Проводит	<b>Знать:</b> логические законы логико-

	<p>контекстный анализ учебных математических текстов</p>	<p>вербального строения основных компонентов математического текста – понятий и их определений, формулировок математических теорем, строений математических теорий.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– логически грамотно формулировать определения математических понятий;</li> <li>– анализировать строение математических теорем и уметь преобразовывать равносильным образом их структуру.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b> методами доказательства геометрических теорем.</p>
	<p><b>4.1_Б.ПК-1.</b> Проводит контекстный анализ учебных, учебно-методических материалов, анализ педагогических ситуаций, решает педагогические задачи</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– особенности различных учебных и учебно-методических материалов по геометрии,</li> <li>– виды типичных педагогических ситуаций на уроках геометрии,</li> <li>– типологию педагогических задач на уроках геометрии.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выбрать необходимые учебные и учебно-методические материалы для занятий по геометрии,</li> <li>– анализировать на практике реальные педагогические ситуации на уроках геометрии,</li> <li>– решать практические педагогические задачи, которые могут возникнуть на уроках геометрии.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– методами контекстного анализа учебных и учебно-методических материалов по геометрии,</li> <li>– методами разрешения педагогических ситуаций различных типов на уроках геометрии,</li> <li>– методами решения практических педагогических задач различных типов на уроках геометрии.</li> </ul>
	<p><b>5.1_Б.ПК-1.</b> Проводит и анализирует учебные занятия по программам основного общего и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей</p>	<p><b>Знать:</b> методико-педагогическую теорию проведения учебных занятий по геометрии различных типов.</p> <p><b>Уметь:</b> на практике проводить такие занятия по школьному курсу геометрии.</p> <p><b>Владеть:</b> методами психолого-педагогического анализа учебных занятий по программам основного общего и среднего общего образования,</p>

		по программам дополнительного образования детей по курсу геометрии.
--	--	---

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины «Геометрия» составляет 7 зачетных единиц, 252 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)	
				лекции	Пр.занятия		КСР	СР		Контроль
					Общая трудоемкость	Из них - практическая подготовка				
1	Элементы векторной алгебры на плоскости.	II	1-3	6	4			1	Проверка домашнего задания; опрос на практике	
2	Метод координат на плоскости.	II	4	2	2				Проверка домашнего задания; опрос на практике	
3	Прямые линии на плоскости		5-6	4	2			1	Проверка домашнего задания; опрос на практике	
4	Алгебраические линии второго порядка.	II	7-8	6	4		1	1	Проверка домашнего задания; опрос на практике	
	Контрольная работа № 1	II	9		2				<b>Контрольная работа по темам 1-4</b>	
5	Элементы векторной алгебры в пространстве.	II	10-11	4	4			1	Проверка домашнего задания; опрос на практике	
6.	Метод координат в пространстве	II	12	2	2				Проверка домашнего задания; опрос на практике	
7	Плоскости в пространстве.	II	13	2	2				Проверка домашнего задания; опрос на практике	
8	Прямые в пространстве.	II	14	2	2			1	Проверка домашнего задания; опрос на практике	
9	Алгебраические поверхности второго порядка.	II	15-16	4	6		1	1	Проверка домашнего задания; опрос на практике	
	Контрольная работа № 2	II	16		2				<b>Контрольная работа по темам 5-8</b>	
	Промежуточная аттестация							36	<b>Экзамен. Контрольные</b>	

										<b>работы №1, №2</b>
	<b>Итого за 2 семестр (108 ч.)</b>	<b>II</b>	<b>1-16</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>36</b>	
10	<b>Геометрические построения на плоскости циркулем и линейкой.</b>	V	1-2	4	4			4		Проверка домашнего задания; опрос на практике
11	<b>Преобразования плоскости и их применение к решению геометрических задач.</b>	V	3-6	8	8			4		Проверка домашнего задания; опрос на практике
	<b>Контрольная работа № 3</b>	<b>V</b>	<b>7</b>		<b>2</b>			<b>2</b>		<b>Контрольная работа по темам 9-10</b>
12	Теория изображений пространственных фигур на плоскости.	V	8-10	6	4			6		Проверка домашнего задания; опрос на практике
13	<b>Многогранники.</b>	V	11	2	2		1	4		Проверка домашнего задания; опрос на практике
	<b>Контрольная работа № 4</b>	<b>V</b>	<b>12</b>		<b>2</b>			<b>2</b>		<b>Контрольная работа по темам 11, 12</b>
14	Аксиоматический метод в математике и в геометрии. Логические аспекты аксиоматики.	V	13	2	2			4		Проверка домашнего задания; опрос на практике
15	Обоснование евклидовой геометрии на основе различных систем аксиом (Гильберта, Вейля).	V	14-16	6	4			4		Проверка домашнего задания; опрос на практике
16	<b>Элементы геометрии Лобачевского.</b>		17	2	2			6		Проверка домашнего задания; опрос на практике
17	Аксиоматический метод в школьном курсе и школьных учебниках геометрии	V	18	2	2		1	6		Проверка домашнего задания; опрос на практике
	<b>Промежуточная аттестация</b>								<b>36</b>	<b>Экзамен. Контрольные работы №3, №4</b>
	<b>Итого за 5 семестр</b>	<b>V</b>	<b>1-18</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>42</b>	<b>36</b>	
	<b>ВСЕГО – 252 часа</b>	<b>2, 5</b>		<b>64</b>	<b>64</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>48</b>	<b>72</b>	

## Содержание дисциплины

### Тема 1. Элементы векторной алгебры на плоскости

Понятие вектора и сопутствующие понятия. Откладывание вектора от точки. Сложение векторов и свойства сложения. Вычитание векторов. Умножение вектора на число (скаляр), свойства этой операции. Признак коллинеарности двух векторов. Теорема о разложении вектора на плоскости в линейную комбинацию векторов. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Признак коллинеарности двух векторов – вторая формулировка.

Координаты вектора на плоскости. Теорема о координатах линейной комбинации векторов. Признак коллинеарности двух векторов в координатах.

Проекция вектора на прямую. Численное значение проекции вектора на ось. Ортонормированный базис, направляющие косинусы вектора. Скалярное произведение двух векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения двух векторов в ортонормированных (декартовых) координатах. Признак перпендикулярности двух векторов в ортонормированных (декартовых) координатах.

Понятие векторного пространства  $V$  и евклидова векторного пространства (аксиоматический подход). Основные свойства векторных пространств.

### Тема 2. Метод координат на плоскости

Аффинная система координат на плоскости. Нахождение координат вектора по координатам его начала и конца. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Декартова (ортонормированная) система координат. Преобразование декартовой системы координат на плоскости: параллельный перенос начала. Преобразование декартовой системы координат на плоскости: поворот осей координат.

Линии на плоскости и их классификация. Уравнения окружности в неявной и параметрической формах. Полярная система координат на плоскости и её связь с декартовой системой координат. Уравнение окружности в полярной системе координат. Окружность Аполлония. Исследование замечательных линий методом координат.

### Тема 3. Прямые линии на плоскости

Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках. Параметрические уравнения прямой. Каноническое уравнение прямой. Прямые как алгебраические линии первого порядка. Общее уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Геометрическое истолкование уравнений и неравенств между координатами. Задание полуплоскости.

### Тема 4. Алгебраические линии второго порядка

Эллипс: определение; основные элементы, вывод канонического уравнения; свойства. Гипербола: определение; основные элементы, вывод канонического уравнения; свойства. Парабола: определение; основные элементы, вывод канонического уравнения; свойства. Приведение общего уравнения линии 2-го порядка к каноническому виду. Теорема, дающая описание всех линий 2-го порядка на плоскости. Пример приведения общего уравнения линии 2-го порядка к каноническому виду.

### Тема 5. Элементы векторной алгебры в пространстве

Теорема о разложении вектора в пространстве в линейную комбинацию векторов. Признак компланарности трёх векторов. Координаты вектора в пространстве. Векторное произведение двух векторов: определение; свойства. Смешанное произведение трёх векторов: определение; свойства; геометрический смысл. Выражение векторного произведения двух векторов в дек. координатах. Выражение смешанного произведения трёх векторов в дек. координатах. Условие компланарности трёх векторов в декартовых координатах. Вычисление объёма тетраэдра в декартовых координатах.

### Тема 6. Метод координат в пространстве



Аффинная система координат в пространстве. Нахождение координат вектора по координатам его начала и конца. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Декартова (ортонормированная) система координат. Преобразование аффинной системы координат в пространстве; матрица перехода. Ориентация пространства. Переход от ортонормированной системы координат к ортонормированной. Геометрическое истолкование уравнений и неравенств между координатами.

#### Тема 7. Плоскости в пространстве

Параметрические уравнения плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум неколлинеарным векторам. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через две данные точки параллельно данному вектору. Общее уравнение плоскости. Плоскости как алгебраические поверхности первого порядка. Условие коллинеарности вектора и плоскости. Геометрический смысл коэффициентов общего уравнения плоскости в декартовой системе координат. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Расстояние от точки до плоскости в декартовой системе координат. Угол между двумя плоскостями в декартовой системе координат. Условие перпендикулярности двух плоскостей в декартовой системе координат. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Взаимное расположение трёх плоскостей в пространстве.

#### Тема 8. Прямые в пространстве

Параметрические уравнения прямой в пространстве. Общие уравнения прямой в пространстве. Канонические уравнения прямой (уравнения прямой, проходящей через данную точку параллельно данному вектору). Уравнения прямой, проходящей через две данные точки. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью в декартовой системе координат. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми в декартовой системе координат. Условие перпендикулярности двух прямых в пространстве в декартовой системе координат.

#### Тема 9. Алгебраические поверхности второго порядка

Цилиндрические поверхности. Конические поверхности. Поверхности вращения. Метод сечений в исследовании поверхностей. Эллипсоид. Однополостный гиперболоид, его прямолинейные образующие. Двуполостный гиперболоид. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид, его прямолинейные образующие. Приведение общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду (выбор специальной системы координат). Описание всех поверхностей второго порядка.

#### Тема 10. Геометрические построения на плоскости

Формулировка задачи на построение; понятие её решения. Система аксиом построения с помощью циркуля и линейки. Простейшие построения на плоскости с помощью циркуля и линейки. Основные задачи на построение. Общая схема решения задачи на построение. Обзор методов решения задач на построение. Метод пересечений для решения задач на построение. Задачи на построение точек. Задачи на построение прямых, лучей и отрезков. Задачи на построение треугольников. Задачи на построение четырехугольников. Задачи на построение окружностей. Построение фигур по данным точкам. Построение отрезков, задаваемых простейшими формулами. Однородные функции и построение отрезков. Построение отрезков циркулем и линейкой. Связи между различными видами отрезков. Примеры отрезков, результат построения которых зависит от выбора единицы масштаба. Сущность алгебраического метода и образцы задач, решаемых им. Построение правильных многоугольников. Алгебраический метод: задачи на построение, не разрешимые циркулем и линейкой (об удвоении куба, о трисекции угла, о квадратуре круга). Понятие о решении задач на построение иными средствами.

#### Тема 11. Преобразования плоскости и их применение к решению геометрических задач

Понятие преобразования множества, композиция преобразований и обращение преобразования. Понятие группы, её свойства. Группа всех преобразований плоскости. Параллельный перенос, выражение его в координатах, определяемость парой ортонормированных реперов и применение к решению задач (в частности, на построение). Осевая симметрия, выражение её в координатах, определяемость парой ортонормированных реперов и применение к решению задач (в частности, на построение). Поворот вокруг точки, выражение его в координатах, определяемость парой ортонормированных реперов и применение к решению задач (в частности, на построение). Центральная симметрия, выражение её в координатах, определяемость парой ортонормированных реперов и применение к решению задач (в частности, на построение). Скользящая симметрия, её выражение в координатах, определяемость парой ортонормированных реперов и применение к решению задач (в частности, на построение).

Движения (перемещения) плоскости и их свойства. Движения 1-го рода и движения 2-го рода. Аналитическое выражение движения. Теорема Шаля о классификации движений 1-го рода. Теорема о классификации движений 2-го рода. Группа всех движений плоскости и её подгруппы. Группы симметрий геометрических фигур.

Преобразования подобия и гомотетия. Аналитическое выражение преобразования подобия и гомотетии. Подобие фигур. Группа преобразований подобия. Применение преобразований подобия и гомотетии к решению задач.

Аффинные преобразования плоскости и их свойства. Аналитическое выражение аффинных преобразований плоскости. Группа аффинных преобразований. Аффинная эквивалентность фигур. Групповой подход к геометрии. Эрлангенская программа Ф.Клейна. Приложение преобразований плоскости к решению задач на построение (общая логическая схема).

#### Тема 12. Теория изображений пространственных фигур на плоскости

Постановка задачи. Многообразие методов изображений. Параллельное проектирование и его свойства. Центральное проектирование и его свойства. Изображение треугольника при параллельном проектировании. Изображение параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции и правильного шестиугольника при параллельном проектировании. Изображение окружности при ортогональном проектировании: лемма о сжатии окружности, теорема и следствие. Построение эллипса по двум сопряженным диаметрам. Теорема Польке-Шварца об изображении пространственного четырёхугольника (тетраэдра) при параллельном проектировании. Теорема об определяемости изображения пространственной фигуры изображением четырёх её точек, не лежащих в одной плоскости. Изображение основных пространственных фигур: призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.

Полные и неполные изображения. Позиционные задачи на полных изображениях: система опорных задач при параллельном и центральном внутреннем проектировании. Позиционные задачи на полных изображениях: построение сечений призм, пирамид, цилиндров и конусов методом следов. Позиционные задачи на полных изображениях: построение сечений призм, пирамид, цилиндров и конусов методом внутреннего проектирования.

Метрическая определенность изображения плоских фигур. Метрическая определенность изображения пространственных фигур. Метрические задачи и методы их решения: метод учёта проекционных и метрических свойств оригинала. Метрические задачи и методы их решения: метод эффективного использования оригинала.

#### Тема 13. Многогранники

Понятие многогранника и выпуклого многогранника. Первый признак выпуклого многогранника. Второй признак выпуклого многогранника. Теорема Эйлера для выпуклых многогранников. Правильные многогранники: существование не более пяти типов правильных многогранников. Правильные многогранники: существование пяти

типов правильных многогранников (пять платоновых тел). Группы симметрий правильных многогранников.

Тема 14. Аксиоматический метод в математике и в геометрии. Логические аспекты аксиоматики

Понятие об аксиоматическом методе: первоначальные понятия, аксиомы, теоремы. Интерпретация системы аксиом. Изоморфизм структур. Непротиворечивость, полнота, категоричность и независимость системы аксиом.

Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Критика системы Евклида. Пятый постулат Евклида, история его доказательства, и его эквиваленты.

Тема 15. Обоснование евклидовой геометрии на основе различных систем аксиом (Гильберта, Вейля).

Первоначальные (неопределяемые) понятия при гильбертовском подходе к обоснованию геометрии. Аксиомы принадлежности и следствия из них. Аксиомы порядка и следствия из них. Аксиомы конгруэнтности и следствия из них. 1-ый признак конгруэнтности треугольников. 2-ой признак конгруэнтности треугольников. Аксиомы непрерывности. Аксиома параллельности Евклида. Абсолютная геометрия: её простейшие теоремы. Теоремы Саккери-Лежандра. Эквивалентность аксиомы параллельности и пятого постулата Евклида. Эквивалентность аксиомы параллельности Евклида и утверждения о том, что сумма мер внутренних углов любого треугольника равна  $2d$ . Непротиворечивость системы аксиом Гильберта. Категоричность евклидовой геометрии, построенной на базе системы аксиом Гильберта. Независимость системы аксиом Гильберта евклидовой геометрии.

Подход Г.Вейля к обоснованию евклидовой геометрии. Векторное пространство  $V^3$  и его свойства. Евклидово векторное пространство  $V^3$  и его свойства. Евклидово точечное пространство  $E^3$  и его свойства (система аксиом Вейля). Прямая в пространстве  $E^3$ . Отрезок в пространстве  $E^3$ . Луч в пространстве  $E^3$ . Плоскость в пространстве  $E^3$ . Взаимное расположение двух прямых в пространстве  $E^3$ . Теория параллельных прямых в пространстве  $E^3$ . Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве  $E^3$ . Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве  $E^3$ . Дальнейшее развитие аксиоматической геометрии на базе системы аксиом Вейля. Полуплоскость в пространстве  $E^3$ . Угол в пространстве  $E^3$ . Движения в пространстве  $E^3$  и конгруэнтность фигур. Сравнение отрезков. Сравнение углов. Прямые углы. Перпендикулярные прямые. Непротиворечивость системы аксиом Вейля. Категоричность евклидовой геометрии, построенной на базе системы аксиом Вейля.

Эквивалентность систем аксиом Вейля и Гильберта.

Тема 16. Элементы геометрии Лобачевского

Н.И.Лобачевский и всемирно-историческое значение его открытия. Аксиома параллельности Лобачевского и понятие о его геометрии. Сумма мер внутренних углов треугольника в геометрии Лобачевского. Дефект треугольника. 4-ый признак конгруэнтности треугольников. Параллельные и сверхпараллельные прямые в геометрии Лобачевского. Угол параллельности. Непротиворечивость системы аксиом геометрии Лобачевского. Модели Кэли-Клейна, Пуанкаре, Бельтрами.

Тема 17. Аксиоматический метод в школьном курсе и школьных учебниках геометрии

Логическое строение школьного курса геометрии. Система А.В.Погорелова построения школьного курса геометрии. Система Л.С.Атанасяна построения школьного курса геометрии. Система А.Д.Александрова построения школьного курса геометрии.

## **5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины**

В учебном процессе при реализации компетентностного подхода используются активные и интерактивные формы проведения занятий:

1) при проведении лекционных занятий: информационные лекции, проблемные лекции, лекции беседы, лекции дискуссии, лекции с заранее запланированными ошибками.

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором студенты не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установления связей с ранее освоенным материалом.

2) при проведении практических занятий: традиционные занятия, занятия исследования, проблемные ситуации, ситуации с ошибкой.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий ставятся следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем; отработка у обучающихся навыков взаимодействия в составе коллектива; закрепление основ теоретических знаний.

Проведение некоторых практических занятий основывается на интерактивном методе обучения, при котором обучающиеся взаимодействуют не только с преподавателем, но и друг с другом. При этом доминирует активность обучающихся в процессе обучения. Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности обучающихся на достижение целей занятия.

3) при организации самостоятельной работы студентов: поиск и обработка информации, в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий; исследование проблемной ситуации; постановка и решение задач из предметной области; отработка навыков применения стандартных методов к решению задач предметной области.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу студентов и руководство этой работой со стороны преподавателей. Применяются следующие формы контроля: устный опрос, проверка решения практических задач, контрольная работа.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов не могут составлять более 50% аудиторных занятий.

### **Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью**

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидностью используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и

индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для *слабовидящих*:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для *глухих и слабослышащих*:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для *лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих* все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Важную роль при освоении дисциплины играет самостоятельная работа студентов. Самостоятельная работа способствует:

- углублению и расширению знаний;
- формированию интереса к познавательной деятельности;
- овладению приёмами процесса познания;
- развитию познавательных способностей.

К самостоятельной работе относятся:

- самостоятельная работа на аудиторных занятиях (лекциях, практических занятиях);
- внеаудиторная самостоятельная работа.

В процессе обучения предусмотрены следующие виды самостоятельной работы обучающегося:

- Работа с конспектами лекций;
- Проработка пройденных лекционных материалов по конспекту лекций, учебникам и пособиям в соответствии с вопросами, предложенными преподавателем;
- Проработка дополнительных тем, не вошедших в лекции, но обязательных согласно учебной программе модуля;
- Самостоятельное решение сформулированных задач по основным разделам курса;
- Подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- Изучение литературы;
- Подготовка к текущему и промежуточному контролю знаний;

- Выполнение контрольных работ;

### Вопросы для самостоятельной работы

1. Группа аффинных преобразований.
2. Аффинная эквивалентность фигур.
3. Групповой подход к геометрии.
4. Эрлангенская программа Ф.Клейна.
5. Приложение преобразований плоскости к решению задач на построение (общая логическая схема).
6. Аффинные преобразования пространства.
7. Движения пространства и их свойства, определяемость парой ортонормированных реперов.
8. Движения 1-го рода и движения 2-го рода.
9. Примеры движений пространства: параллельный перенос, симметрия (отражение) относительно плоскости, скользящая симметрия, поворот вокруг прямой, винтовое движение, поворотное отражение.
10. Описание (классификация) всех движений пространства.
11. Понятие  $n$ -мерного векторного (линейного) пространства и его свойства.
12. Базис и размерность векторного пространства.
13. Понятие  $n$ -мерного евклидова векторного (линейного) пространства и его свойства.
14. Ортонормированный базис евклидова векторного пространства.
15. Понятие об  $n$ -мерном аффинном точечном пространстве  $A^n$  и  $n$ -мерном евклидовом точечном пространстве  $E^n$ .
16. Вычисление расстояний и углов в  $E^n$ .
17.  $k$ -мерные плоскости и гиперплоскости в  $E^n$ .
18. Аффинные преобразования пространства  $A^n$  и движения пространства  $E^n$ .
19. Непротиворечивость системы аксиом геометрии Лобачевского.
20. Модели Кэли-Клейна, Пуанкаре, Бельтрами.
21. Другие аксиоматики евклидовой геометрии.
22. Система А.В.Погорелова построения школьного курса геометрии.
23. Система Л.С.Атанасяна построения школьного курса геометрии.
24. Система А.Д.Александрова построения школьного курса геометрии.
25. Измерение длин отрезков в системе аксиом Вейля.
26. Измерение длин отрезков в системе аксиом Гильберта.
27. Понятие многоугольника и его площади.
28. Лемма о площади треугольника. Лемма о площади многоугольника.
29. Теорема существования площади многоугольника.
30. Единственность измерения площади прямоугольника.
31. Единственность измерения площади треугольника.
32. Теорема о единственности измерения площади многоугольника.
33. Площадь произвольной фигуры.
34. Равновеликие и равносторонние многоугольники.
35. Проблема измерения объема тел.

### **Вопросы для текущего контроля успеваемости**

#### 2 семестр

1. Сложение векторов и свойства сложения. Вычитание векторов. Умножение вектора на число (скаляр), свойства этой операции.
2. Координаты вектора на плоскости. Теорема о координатах линейной комбинации векторов. Признак коллинеарности двух векторов в координатах.

3. Скалярное произведение двух векторов и его свойства. Признак перпендикулярности двух векторов в ортонормированных (декартовых) координатах.
4. Нахождение координат вектора по координатам его начала и конца.
5. Декартова (ортонормированная) система координат. Преобразование декартовой системы координат на плоскости.
6. Линии первого и второго порядков на плоскости и их классификация.
7. Эллипс: определение; вывод канонического уравнения; свойства.
8. Гипербола: определение; вывод канонического уравнения; свойства.
9. Парабола: определение; вывод канонического уравнения; свойства.
10. Координаты вектора в пространстве. Векторное произведение двух векторов: определение и свойства. Смешанное произведение трёх векторов: определение и свойства. Вычисление объёма тетраэдра в декартовых координатах.
11. Параметрические уравнения плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум неколлинеарным векторам. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Общее уравнение плоскости.
12. Угол между двумя плоскостями в декартовой системе координат. Условие перпендикулярности двух плоскостей в декартовой системе координат.
13. Параметрические уравнения прямой в пространстве. Общие уравнения прямой в пространстве. Канонические уравнения прямой.
14. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
15. Цилиндрические и конические поверхности.
16. Эллипсоид. Однополостный и двуполостный гиперболоиды. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид.

### 5 семестр

1. Задачи на построение циркулем и линейкой. Основные методы решения. Общая схема решения задачи на построение. Сущность алгебраического метода и образцы задач, решаемых им. Построение правильных многоугольников.

2. Параллельный перенос, осевая симметрия, поворот вокруг точки, центральная симметрия, скользящая симметрия: определения и основные свойства, аналитическая запись.

3. Движения (перемещения) плоскости и их свойства. Движения 1-го рода и движения 2-го рода. Аналитическое выражение движения. Теорема Шаля о классификации движений 1-го и 2-го рода. Группа всех движений плоскости и её подгруппы. Группы симметрий геометрических фигур.

4. Преобразования подобия и гомотетия: определения и основные свойства. Подобие фигур. Группа преобразований подобия. Применение преобразований подобия и гомотетии к решению задач.

5. Аффинные преобразования плоскости и их свойства. Аналитическое выражение аффинных преобразований плоскости. Группа аффинных преобразований. Аффинная эквивалентность фигур. Групповой подход к геометрии. Эрлангенская программа Ф.Клейна. Приложение преобразований плоскости к решению задач на построение (общая логическая схема).

6. Параллельное проектирование и его свойства. Центральное проектирование и его свойства. Изображение треугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции и правильного шестиугольника при параллельном проектировании. Теорема Польке-Шварца об изображении пространственного четырёхугольника (тетраэдра) при параллельном проектировании. Изображение основных пространственных фигур: призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.

7. Полные и неполные изображения. Позиционные задачи на полных изображениях. Построение плоских сечений призм, пирамид, цилиндров и конусов методами следов и внутреннего проектирования.

8. Метрическая определенность изображения плоских и пространственных фигур. Метрические задачи и методы их решения: метод учёта проекционных и метрических свойств оригинала и метод эффективного использования оригинала.

9. Понятие многогранника и выпуклого многогранника. Теорема Эйлера для выпуклых многогранников. Правильные многогранники: существование точно пяти типов правильных многогранников. Группы симметрий правильных многогранников.

10. Понятие об аксиоматическом методе: первоначальные понятия, аксиомы, теоремы. Интерпретация системы аксиом. Изоморфизм структур. Непротиворечивость, полнота, категоричность и независимость системы аксиом.

11. Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Критика системы Евклида. Пятый постулат Евклида, история его доказательства, и его эквиваленты.

12. Подход Д.Гильберта к обоснованию евклидовой геометрии: первоначальные понятия и система аксиом.

13. Абсолютная геометрия: её простейшие теоремы. Теоремы Саккери-Лежандра. Эквивалентность аксиомы параллельности и пятого постулата Евклида. Эквивалентность аксиомы параллельности Евклида и утверждения о том, что сумма мер внутренних углов любого треугольника равна  $2d$ .

14. Непротиворечивость системы аксиом Гильберта. Категоричность евклидовой геометрии, построенной на базе системы аксиом Гильберта. Независимость системы аксиом Гильберта евклидовой геометрии.

15. Подход Г.Вейля к обоснованию евклидовой геометрии. Векторное пространство  $V^3$  и его свойства. Евклидово векторное пространство  $V^3$  и его свойства. Евклидово точечное пространство  $E^3$  и его свойства (система аксиом Вейля). Определения геометрических фигур и простейшие теоремы.

16. Непротиворечивость системы аксиом Вейля. Категоричность евклидовой геометрии, построенной на базе системы аксиом Вейля.

17. Логическая эквивалентность систем аксиом Вейля и Гильберта.

18. Н.И.Лобачевский и всемирно-историческое значение его открытия. Аксиома параллельности Лобачевского и понятие о его геометрии.

19. Непротиворечивость системы аксиом геометрии Лобачевского. Модели Кэли-Клейна, Пуанкаре, Бельтрами.

## **Вопросы для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

### 2 семестр

1. Понятие вектора и сопутствующие понятия. Операции над векторами в пространстве и их свойства.
2. Аффинная система координат на плоскости. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Полярная система координат на плоскости и её связь с декартовой системой координат.
3. Прямая на плоскости и в пространстве, способы задания и виды уравнений. Взаимное расположение двух прямых.
4. Линии на плоскости и их классификация.
5. Ориентация пространства. Переход от ортонормированной системы координат к ортонормированной.
6. Плоскости как алгебраические поверхности первого порядка. Способы задания плоскости, виды уравнений. Взаимное расположение двух плоскостей, плоскости и прямой в пространстве. Расстояние от точки до плоскости.
7. Угол между двумя плоскостями в декартовой системе координат.



8. Поверхности второго порядка. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности. Поверхности вращения.

### 5 семестр

9. Формулировка задачи на построение, схема её решения. Система аксиом построения с помощью циркуля и линейки. Простейшие построения на плоскости с помощью циркуля и линейки. Методы решения задач на построение.

10. Понятие преобразования множества, композиция преобразований и обращение преобразования. Понятие группы преобразований, её свойства. Группа всех преобразований плоскости. Классификация преобразований евклидовой плоскости.

11. Постановка задачи на изображение. Методы решения задач на изображение. Теорема Польке-Шварца об изображении пространственного четырёхугольника (тетраэдра) при параллельном проектировании. Изображение основных пространственных фигур: призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.

12. Метрические задачи и методы их решения.

13. Понятие многогранника и выпуклого многогранника. Теорема Эйлера для выпуклых многогранников. Правильные многогранники (пять платоновых тел).

14. Аксиоматический метод построения геометрии. Системы аксиом Гильберта и Вейля евклидовой плоскости и их непротиворечивость.

15. Н.И. Лобачевский и всемирно-историческое значение его открытия. Аксиома параллельности Лобачевского, понятие о геометрии Лобачевского и основные факты геометрии Лобачевского.

## ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

### Контрольная работа № 1 .

#### Векторная алгебра и аналитическая геометрия на плоскости

1. Вычислить длину диагонали параллелограмма  $ABCD$ , где  $\vec{AA} = \vec{d} + 3\vec{q}$ ,  $\vec{AD} = 3\vec{p} - \vec{q}$ , если известно, что  $|\vec{p}| = 2$ ,  $|\vec{q}| = 3$ ,  $(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{3}$ . К задаче сделать чертеж параллелограмма.

2. Найти вектор  $\vec{a}(x, y)$ , если известно, что его длина равна 2 и что он с вектором  $\vec{b}(3, 4)$  составляет угол  $\varphi = 60^\circ$ . К задаче сделать чертеж.

3. Дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(1, 2)$ ,  $B(3, -2)$ , и  $C(-2, -1)$ . Написать уравнение прямой, на которой лежит медиана этого треугольника, проведенная из вершины  $C$ .

4. В параллелограмме  $ABCD$  даны уравнения прямых  $(BC) : 2x - y - 2 = 0$ ,  $(BA) : 5x - 6y - 16 = 0$  и точка  $M(5, 15)$  середина стороны  $CD$ . Найти уравнения прямых, на которых лежат две другие стороны параллелограмма.

5. Проверить, что точки  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(4, 1)$  и  $D(5, -4)$  служат вершинами трапеции и найти длины её высот.

6. Точка  $A(-5, 3)$  является вершиной квадрата, диагональ которого лежит на прямой  $l: 4x - y + 2 = 0$ . Составить уравнения прямых, на которых лежат стороны этого квадрата.

7. Составить уравнение окружности, если известно, что она проходит через точки  $A(-1, 1)$  и  $B(2, -2)$ , а её центр лежит на прямой  $l: x - y - 4 = 0$ .

8. Даны точки  $A(1, 1)$  и  $B(3, 2)$ . Составить уравнение множества точек, из которых отрезок  $AB$  виден под прямым углом.

9. Эллипс проходит через точки  $M(6, -3)$  и  $N(-4, 2\sqrt{6})$ . Составить каноническое уравнение эллипса и написать уравнения его директрис.

10. Составить каноническое уравнение гиперболы, если даны точка  $M(4,3)$  гиперболы и уравнения её директрис  $x = \pm \frac{4\sqrt{7}}{7}$ .

11. Мостовая арка имеет форму параболы. Определить параметр этой параболы, зная, что пролет арки равен 24 м, а высота 6 м.

12. Составить уравнения прямых, на которых лежат стороны треугольника, вписанного в параболу:  $\gamma: y^2 = 6x$ , зная, что одна из его вершин совпадает с вершиной параболы, а точка пересечения высот совпадает с фокусом параболы.

13. Дан эллипс  $\gamma: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ . Составить уравнение её хорды, которая проходит через точку  $H(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{4})$  и делится точкой  $A$  пополам.

14. Дана парабола  $\gamma: y^2 = 20x$ . Составить уравнение её хорды, которая проходит через точку  $H(2\frac{3}{5}, 4)$  и делится точкой  $A$  пополам.

15. Привести общее уравнение линии второго порядка к каноническому виду. К задаче сделать чертеж, изобразив на нем кривую  $\gamma$  и координатные системы, вводимые по ходу решения:

а)  $\gamma: 5y^2 + 12xy - 12x - 22y - 19 = 0$ ;

б)  $\gamma: 5x^2 + 6xy + 5y^2 - 16x - 16y - 16 = 0$ ;

в)  $\gamma: 6xy - 8y^2 + 12x - 26y - 11 = 0$ .

## Контрольная работа № 2.

### Векторная алгебра и аналитическая геометрия в пространстве

1. Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , образующие правую тройку, взаимно перпендикулярны. Зная, что  $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 2, |\vec{c}| = 3$ , вычислить  $\vec{a} \vec{b} \vec{c}$ .

2. Проверить, что векторы  $\vec{a}(4, -1, 1), \vec{b}(1, 8, -5), \vec{c}(-1, 1, 1)$  образуют базис в пространстве.

3. В пространстве относительно декартовой системы координат даны координаты четырех точек:  $A(0; 3; 3), B(-3; 5; 1), C(6; 7; 3); D(3; -2; -1)$ . Найти объем тетраэдра  $ABCD$ .

4. Составить уравнение плоскости, параллельной плоскости  $x - 2y + 2z + 5 = 0$  и удаленной от точки  $M(3; 4; -2)$  на расстояние  $d = 5$ .

5. На оси  $Oy$  найти точку, отстоящую от плоскости  $x + 2y - 2z - 2 = 0$  на расстоянии  $d = 4$ .

6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-2; 3; 4)$  и перпендикулярной прямой  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$  и  $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}$ .

7. В уравнении прямой  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{n} = \frac{z}{3}$  найти параметр  $n$ , при котором эта прямая пересекается с прямой  $\frac{x}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{1}$ . Найти координаты точки их пересечения.

---

8. Относительно декартовой системы координат даны координаты четырех точек:  $A(2;3;-2), B(-1;5;1), C(8;7;3); D(5;-2;-1)$ . Составить уравнения плоскостей:  $\pi_1$ , проходящей через точки  $A, B, D$ ;  $\pi_2$ , проходящей через точки  $A, C, D$ . Найти: отрезки, отсекаемые плоскостью  $\pi_1$  на осях координат; косинус угла между плоскостями  $\pi_1$  и  $\pi_2$ ; каноническое уравнение прямой  $\ell_1$ , проходящей через точку  $A$  параллельно вектору  $\overline{BC}$ ; каноническое уравнение прямой  $\ell_2$ , проходящей через начало координат  $O$  и точку  $A$ ; косинус угла между прямыми  $\ell_1$  и  $\ell_2$ .

9. Парабола  $y^2=2px$  вращается вокруг оси  $Ox$ . Найдите уравнение поверхности ее вращения.

10. Исследуйте методом сечений поверхность:

а) 
$$\frac{x^2}{36} - \frac{(y-2)^2}{16} + \frac{(z+1)^2}{25} = 1;$$

б) 
$$\frac{(x+4)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{9} - \frac{z^2}{49} = 1;$$

### Контрольная работа № 3.

**Построения на плоскости с помощью циркуля и линейки.**

**Преобразования плоскости и их применение к решению задач на построение**

1. Даны точка  $A$  на прямой  $l$  и точка  $A$ , не лежащая на прямой  $l$ . На прямой  $l$  найти точку  $M$  так, чтобы сумма  $AM + MB$  была бы равна данному отрезку  $PQ$ .

2. Дан треугольник  $ABC$ . Построить отрезок  $DE$ , параллельный прямой  $AC$  так, чтобы точки  $D$  и  $E$  лежали на сторонах  $AB$  и  $BC$  соответственно и  $DE = AD + EC$ .

3. Постройте точку  $M$ , из которой данный отрезок  $AB$  виден под углом  $45^\circ$ , удаленную от данной окружности  $\omega$  на длину данного отрезка  $a$ .

4. Построить квадрат по сумме его стороны и диагонали  $a + d$ .

5. Построить касательную к данной окружности  $\omega$ , проходящую через данную точку  $A$ .

6. С помощью циркуля и линейки постройте треугольник по трем его элементам:

1)  $a, b, c$ ;      2)  $a, b, C$ ;      3)  $a, b, A$ ;      4)  $a, A, B$ ;      5)  $a, B, C$ ;

6)  $a, h_a, h_b$ ;      7)  $a, h_b, h_c$ ;      8)  $h_a, h_b, h_c$ ;      9)  $a, m_a, m_b$ ;      10)  $a, m_b, m_c$ ;

11)  $m_a, m_b, m_c$ ;      12)  $a, b, m_c$ ;      13)  $a, b, m_a$ ;      14)  $a, l_A, l_B$ ;

15)  $a, l_B, l_C$ ;      16)  $a, b, l_A$ ;      17)  $a, b, l_C$ ;      18)  $l_A, l_B, l_C$ .

7. Даны отрезки  $a, b, c, d, e, f$ . Постройте отрезки (алгебраический метод):

$$x_1 = \frac{(a^2 + b^2)cd}{ef\sqrt{ab}}, \quad x_2 = \sqrt{cd} \frac{abc}{df\sqrt{df}}, \quad x_3 = \sqrt{a^2 - b^2} \frac{d^2 - c^3}{e^2 + f^2}.$$

8. Даны окружность и прямая. Построить отрезок равный и параллельный данному отрезку, один конец которого принадлежит данной окружности, а другой – данной прямой. (Метод параллельного переноса).

9. Дан угол  $ABC$  и точка  $P$  внутри него. Провести через точку  $P$  прямую, отрезок которой заключенный между сторонами угла  $ABC$ , делится в точке  $P$  пополам. (Метод центральной симметрии).

10. Постройте равносторонний треугольник, вершины которого лежали бы на трех данных параллельных прямых. (Метод поворота).

11. Постройте четырехугольник  $ABCD$  по четырем сторонам  $a, b, c, d$ , если известно, что его диагональ  $AC$  делит угол  $A$  пополам. (Метод осевой симметрии).

12. В данный треугольник  $ABC$  впишите квадрат, две вершины которого лежат на стороне  $AC$  треугольника, а две другие – на сторонах  $AB$  и  $BC$  соответственно. (Метод подобия (гомотетии)).

#### **Контрольная работа № 4.**

##### **Методы изображений пространственных фигур на плоскости**

1. Дано изображение правильного треугольника в параллельной проекции. Построить изображения перпендикуляров, опущенных из точки, лежащей на одной из сторон треугольника, на медианы треугольника.

2. Дано изображение в параллельной проекции прямоугольного треугольника, у которого один из катетов в два раза больше другого. Построить изображение биссектрисы его прямого угла.

3. Дано изображение окружности в параллельной проекции. Построить изображение квадрата, вписанного в окружность, если одна из его вершин задана.

4. Дано изображение окружности. Постройте изображение правильного  $n$ -угольника ( $n = 3, 4, 5, 6$ ), вписанного в эту окружность.

5. Дано изображение окружности. Постройте изображение правильного  $n$ -угольника ( $n = 3, 4, 5, 6$ ), описанного около этой окружности.

6. Дано изображение фигуры  $\Phi$  (призма, пирамида, цилиндр, конус). Задайте на чертеже точки  $P, Q, R$ . Постройте сечение фигуры  $\Phi$  плоскостью  $PQR$ . Решите задачу методом следов и методом внутреннего проектирования.

7. Дано изображение правильной треугольной пирамиды, высота которой равна стороне основания. Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середину высоты параллельно высотам боковых граней, проведенных из одной вершины основания.

8. Дано изображение куба. Постройте изображение перпендикуляра, проведенного из его вершины к диагонали.

9. Дано изображение куба. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через его вершину перпендикулярно диагонали.

## 7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
2	10	0	15	15	0	20	40	100
5	10	0	15	15	0	20	40	100

2 семестр

Лекции

*Посещаемость, активность, умение выделить главную мысль и др. (от 0 до 10 баллов)*

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 3 баллов;
- от 51% до 75% – 6 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Лабораторные занятия

*Не предусмотрены*

Практические занятия

*Самостоятельность при выполнении работы, активность работы в аудитории, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д. (от 0 до 15 баллов)*

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 балла;
- от 51% до 75% – 10 балла;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

Самостоятельная работа

*Качество и количество выполненных домашних работ, правильность выполнения и т.д. (от 0 до 15 баллов)*

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;

- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

Автоматизированное тестирование

*Не предусмотрено.*

Другие виды учебной деятельности – от 0 до 20 баллов

*Контрольная работа № 1 (от 0 до 10 баллов)*

*Контрольная работа № 2 (от 0 до 10 баллов)*

Промежуточная аттестация – от 0 до 40 баллов

Формой промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины во 2 семестре является экзамен, который проводится в виде ответа на экзаменационный билет, состоящий из двух вопросов. Задаются еще два – три дополнительных вопроса из перечня вопросов для промежуточной аттестации. На прохождение аттестации студенту отводится 30 минут.

*При проведении промежуточной аттестации*

*ответ на «отлично» оценивается от 31 до 40 баллов;*

*ответ на «хорошо» оценивается от 21 до 30 баллов;*

*ответ на «удовлетворительно» оценивается от 11 до 20 баллов;*

*ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 10 баллов.*

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 2 семестр по дисциплине «Геометрия» составляет **100** баллов.

**Таблица 2.2.** Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Геометрия» в оценку (экзамен):

85 – 100 баллов	«отлично»
71 – 84 баллов	«хорошо»
56 – 70 баллов	«удовлетворительно»
менее 55 баллов	«неудовлетворительно»

5 семестр

Лекции

*Посещаемость, активность, умение выделить главную мысль и др. (от 0 до 10 баллов)*

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 3 баллов;
- от 51% до 75% – 6 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Лабораторные занятия

*Не предусмотрены*

### Практические занятия

*Самостоятельность при выполнении работы, активность работы в аудитории, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д. (от 0 до 15 баллов)*

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 балла;
- от 51% до 75% – 10 балла;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

### Самостоятельная работа

*Качество и количество выполненных домашних работ, правильность выполнения и т.д. (от 0 до 15 баллов)*

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

### Автоматизированное тестирование

*Не предусмотрено.*

*Другие виды учебной деятельности – от 0 до 20 баллов*

*Контрольная работа № 3 (от 0 до 10 баллов)*

*Контрольная работа № 4 (от 0 до 10 баллов)*

*Промежуточная аттестация – от 0 до 40 баллов*

Формой промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины в 5 семестре является экзамен, который проводится в виде ответа на экзаменационный билет, состоящий из двух вопросов. Задаются еще два – три дополнительных вопроса из перечня вопросов для промежуточной аттестации. На прохождение аттестации студенту отводится 30 минут.

*При проведении промежуточной аттестации*

*ответ на «отлично» оценивается от 31 до 40 баллов;*

*ответ на «хорошо» оценивается от 21 до 30 баллов;*

*ответ на «удовлетворительно» оценивается от 11 до 20 баллов;*

*ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 10 баллов.*

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 5 семестр по дисциплине «Геометрия» составляет **100** баллов.

**Таблица 2.2.** Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Геометрия» в оценку (экзамен):

85 – 100 баллов	«отлично»
71 – 84 баллов	«хорошо»
56 – 70 баллов	«удовлетворительно»

менее 55 баллов	«неудовлетворительно»
-----------------	-----------------------



## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) литература:

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия (в 2-х частях). Ч. 2. [Электронный ресурс] / Атанасян Л.С., Базылев В.Т. - Москва : КноРус, 2017. - 424 с. - ISBN 978-5-406-05977-7 : Б. ц. Перейти к внешнему ресурсу <http://www.book.ru/book/927669> Книга находится в ЭБС "BOOK.ru" ✓

2. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Д.В. Беклемишев. - 18-е изд., перераб. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 448 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/152643> - ISBN 978-5-8114-4916-3 : Б. ц. Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ". Книга из коллекции Лань - Математика ✓

3. Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л. А. Беклемишева, Д. В. Беклемишев, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 496 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/122183>. - ISBN 978-5-8114-4577-6 : Б. ц. Книга находится в ЭБС "ЛАНЬ". Книга из коллекции Лань - Математика ✓

4. Гусева Н.И. Сборник задач по геометрии в 2-х частях. Часть 1 [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Гусева Н.И., Денисова Н.С., Тесля О.Ю. - Москва : КноРус, 2021. - 527 с. -URL: <https://www.book.ru/book/938044>. - Internet access. - ISBN 978-5-406-05196-2 : Б. ц. Режим доступа: book.ru Книга находится в ЭБС "BOOK.ru" ✓

5. Гусева Н.И. Сборник задач по геометрии в 2-х частях. Часть 2 [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Гусева Н.И., Денисова Н.С., Тесля О.Ю. - Москва : КноРус, 2021. - 528 с. -URL: <https://www.book.ru/book/938045>. - Internet access. - ISBN 978-5-406-05200-6 : Б. ц. Режим доступа: book.ru Книга находится в ЭБС "BOOK.ru" ✓



### б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. <http://www.alleng.ru/index.htm> – экзаменационные билеты, вопросы, варианты ответов по всем предметам школьной программы, различные учебные пособия по многим предметам, тематические ссылки на сайты и конкретные учебные материалы, размещенные на них.
2. <http://allmath.ru/> – математический портал, на котором можно найти любой материал по математическим дисциплинам.
3. <http://www.bymath.net/> – средняя математическая интернет-школа.
4. <http://www.college.ru/> – подготовка к ЕГЭ.

5. <http://www.edu.ru/> – федеральный образовательный портал «Российское образование».
6. <http://www.ege.edu.ru/> – официальный информационный портал ЕГЭ.
7. <http://www.en.edu.ru/> – естественнонаучный образовательный портал.
8. <http://www.e-joe.ru/> – электронный научно-практический журнал «Открытое образование» по инновационным технологиям в образовании.
9. <http://www.e-science.ru/> – портал естественных наук.
10. <http://www.ict.edu.ru/> – портал «Информационно-коммуникационные технологии в образовании».
11. <http://www.kengury.com/> – сайт всероссийской олимпиады по математике для школьников «Кенгуру».
12. <http://www.openet.edu.ru/> – Российский портал открытого образования.
13. <http://www.prosv.ru/> – сайт ИД «Просвещение».
14. <http://www.school.edu.ru/> – Российский общеобразовательный портал.
15. <http://school-collection.edu.ru/> – единая коллекция цифровых образовательных ресурсов для учреждений общего и начального профессионального образования.
16. <http://window.edu.ru/> – единое окно доступа к образовательным ресурсам: интегральному каталогу образовательных Интернет-ресурсов, электронной учебно-методической библиотеке для общего и профессионального образования и к ресурсам системы федеральных образовательных порталов.
17. Свободное программное обеспечение: LibreOffice, GeoGebra.
18. Лицензионное программное обеспечение: ОС Microsoft Windows 7, ОС Microsoft Windows 8, Microsoft Office 2007.

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории для проведения занятий, оснащенные аудиовизуальными средствами (мультимедийным демонстрационным комплексом).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование» и профилю подготовки «Математическое образование».

Автор  
доцент кафедры геометрии  
доцент кафедры геометрии

А.В. Букушева  
Л.Н. Ромакина

Программа одобрена на заседании кафедры геометрии от 1 июня 2023 года, протокол №16.

### Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

#### Рекомендуемая литература:

1. Игошин В.И. Десять лекций по геометрии. Саратов: Издательский центр «Наука», 2010.
2. Игошин, В. И. Аналитическая геометрия [Текст] / В. И. Игошин ; Саратов. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского, Мех.-мат. фак., Каф. геометрии, Саратов. гос. социал.-экон. ун-т, Фак. информатики и информ. технологий, Каф. приклад. математики. - Саратов : ИЦ "Наука", 2007. – 207 с., 980460-ОХФ, А980461-ОХФ, А981866-ОХФ
3. Игошин, В. И. Векторная алгебра [Текст] / В. И. Игошин ; Саратов. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского, Мех.-мат. фак., Каф. геометрии, Саратов. гос. социал.-экон. ун-т, Фак. информатики и информ. технологий, Каф. приклад. математики. - Саратов : ИЦ "Наука", 2005. – 128 с.
4. Игошин, В. И. Основания геометрии [Текст] / В. И. Игошин ; Саратов. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского, Мех.-мат. фак., Каф. геометрии, Саратов. гос. социал.-экон. ун-т, Фак. информатики и информ. технологий, Каф. приклад. математики. - Саратов : Изд-во "Научная книга", 2004. – 84 с.
5. Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Геометрия для 8–9 классов. –М.: Просвещение, 1995.
6. Просветов Г.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: задачи и решения: учебное пособие. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 192 с.
7. Александров, А Д. Геометрия: учебник [Текст] / А Д Александров. - Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2010. - 612 с. –
8. Сборник задач по геометрии [Текст]: учеб. пособие : в 2 ч. - М. : Эксмо, 2007 - 2008. (Образовательный стандарт XXI). Ч. 1 : Учебное пособие для студентов I-III курсов физико-математических факультетов педагогических вузов / С. Л. Атанасян, В. И. Глизбург. - М. : Эксмо, 2007. Экз-ры: ОХФ(1), ОХФ-ЧЗ-4(1), ОУОЕН(2 )
9. Сборник задач по геометрии [Текст]: учеб. пособие : в 2 ч. - М. : Эксмо, 2007 - 2008. - (Образовательный стандарт XXI) (Высшее образование). Ч.2 : Учебное пособие для студентов III-V курсов физико-математических факультетов педагогических вузов / С. Л. Атанасян, Н. В. Шевелева, В. Г. Покровский. - М. : Эксмо, 2008. А982416-ОХФ, А982417-ОХФ-ЧЗ-4