

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан механико-математического
факультета
Захаров А.М.
"29" _____ 2021 г.



Рабочая программа дисциплины
Фреймы и их приложения

Направление подготовки магистратуры
01.04.02 – Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки магистратуры
Математические и компьютерные методы обработки информации

Квалификация (степень) выпускника
Магистр

Форма обучения
очная

Саратов,
2021

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Терехин Павел Александрович		29.03.2021
Председатель НМК	Тышкевич Сергей Викторович		29.03.2021
Заведующий кафедрой	Сидоров Сергей Петрович		29.03.2021
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Фреймы и их приложения» являются изучение обучающимися курса, объединяющего элементы теории функций, теории приближений, вычислительной математики и функционального анализа и предполагающего овладение классическими и современными методами и результатами теории функций действительного переменного и ее приложениями к задачам вычислительной математики.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Фреймы и их приложения» (Б1.В.03) является дисциплиной по выбору части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профилю подготовки «Математические и компьютерные методы обработки информации».

Дисциплина логически связана с другими общеобразовательными и специальными математическими курсами и основывается на многих из них. Успешное освоение данной дисциплины обеспечивает студента методологией для исследования весьма широкого круга теоретических и прикладных задач и изучения других дисциплин, входящих в программу магистратуры по соответствующему направлению.

3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
ПК-1 Способен демонстрировать фундаментальные знания в математических и естественных науках, программировании и информационных технологиях.	1.1_М.ПК-1. Применяет на практике фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	Знать: - постановку задач и основное содержание тех разделов теории функций и функционального анализа, а также теории приближений и вычислительной математики, которые непосредственно связаны с теорией фреймов и ее приложениями. Уметь: - применять на практике фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. Владеть: - навыками применения на практике полученных знаний.
	2.1_М.ПК-1. Формулирует и решает стандартные и не стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности.	Знать: - постановку задач и основное содержание тех разделов теории функций и функционального анализа, а также теории приближений и вычислительной математики, которые непосредственно связаны с теорией фреймов и ее приложениями. Уметь: - формулировать и решать стандартные и не

		стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности. Владеть: - навыками решения стандартных и не стандартных задач в собственной научно-исследовательской деятельности.
	3.1 М.ПК-1. Использует информационные технологии при решении технических, экономических и управленческих задач, программирует.	Знать: - постановку задач и основное содержание тех разделов теории функций и функционального анализа, а также теории приближений и вычислительной математики, которые непосредственно связаны с теорией фреймов и ее приложениями. Уметь: - использовать информационные технологии при решении технических, экономических и управленческих задач. Владеть: - навыками программирования.
	4.1 М.ПК-1. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	Знать: - постановку задач и основное содержание тех разделов теории функций и функционального анализа, а также теории приближений и вычислительной математики, которые непосредственно связаны с теорией фреймов и ее приложениями. Уметь: - проводить научно-исследовательскую деятельность в математике и информатике. Владеть: - практическим опытом научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.
	5.1 М.ПК-1. Создает, анализирует и реализует программное обеспечение	Знать: - постановку задач и основное содержание тех разделов теории функций и функционального анализа, а также теории приближений и вычислительной математики, которые непосредственно связаны с теорией фреймов и ее приложениями. Уметь: - создавать и реализовывать программное обеспечение. Владеть: - навыками анализа программного обеспечения.
ПК-7 Способен преподавать учебные курсы, дисциплины или проводить отдельные виды учебных занятий; разрабатывать под руководством специалиста более высокой квалификации учебно-методического обеспечения реализации учебных курсов, дисциплин или отдельных видов учебных занятий; Способен организовать научно-исследовательскую,	1.1 М.ПК-7. Обладает высоким уровнем знаний в специализированной области конкретной дисциплины, т.е. знаком с новейшими теориями, интерпретациями, методами и технологиями.	Знать: - постановку задач и основное содержание тех разделов теории функций и функционального анализа, а также теории приближений и вычислительной математики, которые непосредственно связаны с теорией фреймов и ее приложениями. Уметь: - применять новейшие теории, интерпретации, методы и технологии для решения профессиональных задач. Владеть: - различными новейшими методами и технологиями.
	2.1 М.ПК-7. Практически осмысливает и	Знать: - постановку задач и основное содержание

<p>проектную, учебно-профессиональную и иную деятельность обучающихся по под руководством специалиста более высокой квалификации</p>	<p>интерпретирует новейшие явления в теории и на практике; является достаточно компетентным в методах независимых исследований, интерпретирует результаты на высоком уровне.</p>	<p>тех разделов теории функций и функционального анализа, а также теории приближений и вычислительной математики, которые непосредственно связаны с теорией фреймов и ее приложениями. Уметь: - осмысливать и интерпретировать новейшие явления в теории и на практике. Владеть: - различными методами независимых исследований.</p>
	<p>3.1_М.ПК-7. Вносит оригинальный, вклад в каноны дисциплины; демонстрировать оригинальность и творчество в том, что касается владения дисциплиной; обладает развитой компетенцией на профессиональном уровне. Использует педагогически обоснованные формы, методы, способы и приемы организации контроля и оценки освоения учебного курса, дисциплины, применяет современные оценочные средства.</p>	<p>Знать: - постановку задач и основное содержание тех разделов теории функций и функционального анализа, а также теории приближений и вычислительной математики, которые непосредственно связаны с теорией фреймов и ее приложениями. Уметь: - демонстрировать оригинальность и творчество в том, что касается владения дисциплиной; - вносить оригинальный, вклад в каноны дисциплины. Владеть: - развитой компетенцией на профессиональном уровне.</p>

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.

№ п/п	Разделы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия		К СР	СР	Контроль	
					Общая трудоемкость	Из них — практическая подготовка				
1	Фреймы Даффина - Шеффера	1	1-6	6	12	-	1	12	-	Блиц-опрос, домашнее задание, к.р.
2	Фреймы в банаховом пространстве	1	7-12	4	12	-	1	10	-	Решение задач, блиц-опрос, домашнее задание, к.р.
3	Приложения теории фреймов	1	13-18	8	12	-	-	12	-	Решение задач, домашнее задание, итоговый опрос
	Промежуточная аттестация	1								Экзамен, контрольная работа

Общая трудоемкос ть дисциплин ы 108 часов			18	36	0	2	34	18	
---	--	--	----	----	---	---	----	----	--

Содержание дисциплины **ФРЕЙМЫ ДАФФИНА – ШЕФФЕРА**

Бесселевы и гильбертовы системы. Двойственность Бари. Фреймы Даффина – Шеффера. Операторы анализа и синтеза. Рамочный оператор. Основная теорема о фреймах, ее следствия. Фреймы сдвигов. Фреймы всплесков.

ФРЕЙМЫ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Рамочные неравенства. Операторы синтеза и анализа, их свойства. Теорема о представлении. Теорема о приближении. Проекционные свойства фреймов. Линейные алгоритмы разложения по фрейму. Свойство минимальности коэффициентов разложения по фрейму. Аффинные фреймы.

ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ФРЕЙМОВ

Фреймы в обработке сигналов.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Лекции, разбор конкретных ситуаций, обсуждение возможностей практического применения получаемых знаний и навыков, мозговой штурм, мастер-класс.

Реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, работа над проектами) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Эффективность применения интерактивных форм обучения обеспечивается реализацией следующих условий:

- создание диалогического пространства в организации учебного процесса;
- использование принципов социально – психологического обучения в учебной и внеучебной деятельности;
- мониторинг личностных особенностей и профессиональной направленности студентов;
- формирование психологической готовности преподавателей к использованию интерактивных форм обучения, направленных на развитие внутренней активности студентов.

Использование интерактивных форм и методов обучения направлено на достижение ряда важнейших образовательных целей:

- стимулирование мотивации и интереса в области анализа сложных систем и обработки данных и в общеобразовательном, общекультурном и профессиональном плане;

- повышение уровня активности и самостоятельности обучаемых;

- развитие навыков анализа, критичности мышления, взаимодействия, коммуникации;

- саморазвитие и развитие обучаемых благодаря активизации мыслительной деятельности и диалогическому взаимодействию с преподавателем и другими участниками образовательного процесса.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью

При обучении лиц с ограниченными возможностями используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для *слабовидящих*:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для *глухих и слабослышащих*:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для *лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих* все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

При изучении дисциплины «Фреймы и их приложения» предусмотрены следующие виды самостоятельной работы обучающихся:

- разбор теоретического материала по конспектам лекций и пособиям;
- самостоятельное изучение указанных теоретических вопросов;
- решение задач по темам практических занятий.

Самостоятельная работа студентов предполагает индивидуальную работу с учебно-методическими и научными источниками: учебниками, монографиями, конспектами лекций, научными статьями. Консультации лектора помогают усвоению материала. Контроль за успеваемостью осуществляется в форме бесед учебного и творческого характера, опроса, контрольных вопросов и индивидуальных заданий.

Часть самостоятельных занятий посвящена выполнению домашних заданий и подготовке к семинарам, докладам, обсуждениям, дискуссиям. Проверка домашних заданий проводится на практических занятиях.

План самостоятельной работы по курсу «Фреймы и их приложения».

1 семестр.

1. Бесселевы и гильбертовы системы.
2. Двойственность Бари.
3. Фреймы Даффина – Шеффера.
4. Операторы анализа и синтеза. Рамочный оператор.
5. Основная теорема о фреймах, ее следствия.
6. Фреймы сдвигов.
7. Фреймы всплесков.
8. Рамочные неравенства. Операторы синтеза и анализа, их свойства.
9. Теорема о представлении.
10. Теорема о приближении.
11. Проекционные свойства фреймов.
12. Линейные алгоритмы разложения по фрейму.
13. Свойство минимальности коэффициентов разложения по фрейму.
14. Аффинные фреймы.
15. Фреймы в обработке сигналов.

Вопросы для самоконтроля знаний при подготовке студентов к занятиям, самостоятельному изучению курса, к промежуточной аттестации (экзамену)

Раздел 1. Фреймы Даффина – Шеффера.

1. Бесселевы и гильбертовы системы. Двойственность Бари.
2. Фреймы Даффина – Шеффера.
3. Операторы анализа и синтеза.
4. Рамочный оператор.
5. Основная теорема о фреймах, ее следствия.
6. Фреймы сдвигов.
7. Фреймы всплесков.

Раздел 2. Фреймы в банаховом пространстве.

1. Рамочные неравенства.
2. Операторы синтеза и анализа, их свойства.
3. Теорема о представлении.
4. Теорема о приближении.
5. Проекционные свойства фреймов.
6. Линейные алгоритмы разложения по фрейму.
7. Свойство минимальности коэффициентов разложения по фрейму.
8. Аффинные фреймы.

Раздел 3. Приложения теории фреймов.

1. Фреймы в обработке сигналов.

Текущий контроль осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов по результатам выполнения самостоятельных работ. Основными формами текущего контроля являются:

- обсуждение вынесенных в план самостоятельной работы вопросов и задач;
- решение на практических занятиях задач и их обсуждение;
- блиц-опрос;
- итоговый опрос.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа № 1.

- 1) В пространстве \mathbf{R}^2 рассмотрим систему векторов

$$\varphi_1 = \{0,1\}, \varphi_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right), \varphi_3 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right).$$

Доказать, что $(\varphi_k)_{k=1}^3$ жесткий фрейм с границей $A = \frac{3}{2}$.

2) Доказать, что система векторов

$$\varphi_1 = (-2, -3, 1), \varphi_2 = (2, 3, 1), \varphi_3 = (2, 0, 2)$$

образует фрейм в \mathbf{R}^3 с границами $A = 6$ и $B = 18$.

3) Пусть $(e_k)_{k=1}^2$ ОНБ в \mathbf{R}^2 . Доказать, что система векторов

$$\varphi_1 = e_1, \varphi_2 = (e_1 - e_2), \varphi_3 = (e_1 + e_2)$$

фрейм в \mathbf{R}^2 .

Контрольная работа № 2.

1) Доказать, что если к ОНБ $(e_k)_{k=1}^n$ в \mathbf{R}^n добавить конечный набор векторов, то получим фрейм в \mathbf{R}^n .

2) Пусть $(e_k)_{k=1}^n$ - ОНБ в \mathbf{R}^n и векторы $g_k \in \mathbf{R}^n$ удовлетворяют условию

$$\sum_{k=1}^n \|e_k - g_k\|^2 < 1.$$

Доказать, что $(g_k)_{k=1}^n$ -- базис в \mathbf{R}^n .

3) Пусть $(\varphi_k)_{k=1}^M$ фрейм с границами A и B . Доказать, что канонический дуальный фрейм имеет границы B^{-1} и A^{-1} соответственно.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	10	0	20	15	0	15	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента

1 семестр

Лекции

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 10.

Критерии оценки:

- менее 50% от числа занятий в семестре – 0 баллов,
- от 50% до 74% – 5 баллов,

- не менее 75% – 10 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 20.

Критерий оценки:

при освоении студентом практической части дисциплины на «отлично» – 20 баллов, «хорошо» – 15 баллов, «удовлетворительно» – 10 баллов, «неудовлетворительно» – 0 баллов.

Самостоятельная работа

Выполнение домашних заданий; количество баллов – от 0 до 15.

Критерий оценки:

- при полностью правильном и своевременном выполнении студентом домашних заданий – 15 баллов;
- при правильно выполненных заданиях (30% - 70%) – 7-10 баллов;
- при невыполнении заданий (выполнено менее 30%) – 0 баллов.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Выполнение заданий контрольной работы – от 0 до 15 баллов.

Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации: экзамен; количество баллов – от 0 до 40.

При проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 31 до 40 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 21 до 30 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 11 до 20 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 10 баллов.

Экзамен проводится в устной форме в виде ответов на вопросы билета и трех дополнительных вопросов из перечня вопросов к промежуточной аттестации. Билет содержит два вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации.

Критерий оценки ответа на каждый вопрос при проведении промежуточной аттестации:

- на вопрос дан правильный, полный, развернутый ответ (допускаются незначительные погрешности) – 8 баллов;
- на вопрос дан правильный, но неполный ответ (например, при доказательстве теоремы, изложении метода отсутствуют отдельные логические шаги; допущена ошибка при вычислении; имеются другие неточности) – 6-7 баллов;
- на вопрос дан краткий ответ, содержащий только верно сформулированные факты – 5 баллов;
- в остальных случаях – 0 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «**Фреймы и их приложения**» составляет 100 баллов.

Таблица 2.2. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов за 1 семестр по дисциплине «Фреймы и их приложения» в оценку (экзамен):

80-100 баллов	«отлично»
60-79 баллов	«хорошо»
30-59 баллов	«удовлетворительно»
0-29 баллов	«неудовлетворительно»

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

а) литература:

1. Колмогоров, Андрей Николаевич (1903-1987). Элементы теории функций и функционального анализа [Текст] : учеб. для вузов / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 6-е изд., испр. - Москва : Наука, 1989. - 624 с. - Библиогр. – ISBN 5-02-013993-9 (в пер.)

2. Садовничий, Виктор Антонович. Теория операторов [Текст] : учеб. для вузов / В. А. Садовничий. - 3-е изд., стер. - Москва : Высш. шк., 1999. - 367, [1] с. - (Высшая математика). - Библиогр. - ISBN 5-06-003604-9 (в пер.)

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. <http://library.sgu.ru>

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория с обязательным наличием специализированной доски, мела (маркера), ноутбука с программным обеспечением, проекционной техники, экрана и с возможностью размещения всех обучающихся.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 – Прикладная математика и информатика, профилю «Математические и компьютерные методы обработки информации».

Автор: профессор кафедры ТФиСА П.А. Терехин.

Программа одобрена на заседании кафедры теории функций и стохастического анализа от 29 марта 2021 года, протокол № 7.