


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»

Механико-математический факультет

СОГЛАСОВАНО

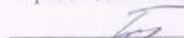
заведующий кафедрой

 С.П. Сидоров

"29" августа 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ

председатель НМК факультета

 С.В. Тышкевич

"29" августа 2022 г.

Фонд оценочных средств

Текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки бакалавриата

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки бакалавриата

Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Квалификация выпускника

Бакалавр

Форма обучения

очная

Саратов, 2022 год

Карта компетенций

| Контролируемые компетенции (шифр компетенции) | Индикаторы достижения компетенций | Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык) | Виды заданий и оценочных средств |
|--|---|--|--|
| <p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.</p> | <p>1.1_Б.ОПК-1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p> | <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. | <p>Собеседование</p> |
| | | <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - строить математическую модель вероятностной задачи; - вычислять вероятность, используя свойства вероятности; - вычислять числовые характеристики случайных величин; - проводить статистическую обработку данных. | <p>Разноуровневые задачи и задания, Контрольная работа</p> |
| | | <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками вычисления вероятности и характеристик случайных величин. | <p>Разноуровневые задачи и задания</p> |
| | <p>2.1_Б.ОПК-1. Применяет фундаментальные знания в</p> | <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории вероятностей и | <p>Собеседование</p> |

| | | | |
|--|---|--|--|
| | <p>профессиональной деятельности.</p> | <p>математической статистики;</p> <ul style="list-style-type: none"> - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. | |
| | | <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - применять вероятностные и статистические методы для решения различных задач. | <p>Разноуровневые задачи и задания</p> |
| | | <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками проведения статистической обработки данных. | <p>Расчетно-графическая работа</p> |
| | <p>3.1_Б.ОПК-1. Имеет навыки в выборе методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p> | <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. | <p>Собеседование</p> |
| | <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - применять вероятностные и статистические методы в профессиональной деятельности. | <p>Разноуровневые задачи и задания</p> | |
| | <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - вероятностными и | <p>Расчетно-графическая работа</p> | |

| | | | |
|---|--|---|---------------------------------|
| | | статистическими методами. | |
| ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач | 1.1_Б.ОПК-2. Использует математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. | Знать: - методы математической статистики, статистические критерии. | Собеседование |
| | | Уметь: - применять вероятностные методы и методы математической статистики для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. | Разноуровневые задачи и задания |
| | | Владеть: - методами решения задач теории вероятностей и математической статистики и математическими пакетами прикладных программ для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. | Разноуровневые задачи и задания |
| | 2.1_Б.ОПК-2. Демонстрирует умение адаптировать математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. | Знать: - вероятностные методы; - методы математической статистики, статистические критерии. | Собеседование |
| | | Уметь: - адаптировать математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. | Разноуровневые задачи и задания |

| | | | |
|--|---|---|---------------------------------|
| | | Владеть: - методами решения задач теории вероятностей и математической статистики и математическими пакетами прикладных программ для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. | Разноуровневые задачи и задания |
| | 3.1_Б.ОПК-2. Имеет практический опыт в использовании и адаптации математических методов и систем программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач | Знать: - вероятностные методы; - методы математической статистики, статистические критерии. | Собеседование |
| | | Уметь: - применять на практике математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. | Разноуровневые задачи и задания |
| | | Владеть: - методами решения задач теории вероятностей и математической статистики и математическими пакетами прикладных программ для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. | Разноуровневые задачи и задания |
| ОПК-3. Способен применять и модифицировать | 1.1_Б.ОПК-3. Знает математические модели для решения | Знать: - основные методы математической | Собеседование |

| | | | |
|---|---|---|---------------------------------|
| математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности | задач в области профессиональной деятельности. | статистики, статистические критерии. | |
| | | Уметь: - применять и модифицировать методы вероятностные методы и методы математической статистики для построения математических моделей при решении задач в области профессиональной деятельности. | Разноуровневые задачи и задания |
| | | Владеть: - навыками применения вероятностных методов и методов математической статистики для построения математических моделей при решении задач в области профессиональной деятельности. | Разноуровневые задачи и задания |
| | 2.1_Б.ОПК-3. Применяет и модифицирует математические модели при решении задач в области профессиональной деятельности. | Знать: - вероятностные методы и методы математической статистики. | Собеседование |
| | | Уметь: - применять и модифицировать вероятностные методы и методы математической статистики для построения математических моделей при решении задач в области профессиональной деятельности. | Разноуровневые задачи и задания |
| | | Владеть: | Разноуровневые |

| | | | |
|--|---|--|---------------------------------|
| | | - навыками применения вероятностных методов и методов математической статистики для построения математических моделей при решении задач в области профессиональной деятельности. | задачи и задания |
| | 3.1_Б.ОПК-3. Применяет и модифицирует на практике и в профессиональной деятельности математические модели. | Знать: - основные положения теории вероятностей и математической статистики; - понятие случайные события и операции над ними; - понятие случайные величины, характеристики случайных величин; - основные методы математической статистики, статистические критерии. | Собеседование |
| | | Уметь: - применять и модифицировать вероятностные методы и методы математической статистики для построения математических моделей при решении задач в области профессиональной деятельности. | Разноуровневые задачи и задания |
| | | Владеть: - навыками применения вероятностных методов и методов математической статистики для | Разноуровневые задачи и задания |

| | | | |
|---|--|--|---------------------------------|
| | | построения математических моделей при решении задач в области профессиональной деятельности. | |
| ПК -4 Способен обрабатывать и анализировать статистическую и научно-техническую информацию. | 1.1_Б.ПК-4 Обладает фундаментальным и знаниями в области математических и (или) естественных наук. | Знать: - основные методы математической статистики, статистические критерии. | Собеседование |
| | | Уметь: - строить математическую модель вероятностной задачи; - вычислять вероятность, используя свойства вероятности; - вычислять числовые характеристики случайных величин; - проводить статистическую обработку данных. | Разноуровневые задачи и задания |
| | | Владеть: - навыками вычисления вероятности и характеристик случайных величин. | Разноуровневые задачи и задания |
| | 2.1_Б.ПК-4 Осуществляет проведение работ по сводке, группировке и обработке статистической и научно-технической информации. | Знать: - вероятностные методы и методы математической статистики. | Собеседование |
| | | Уметь: - проводить работы по сводке, группировке и обработке статистической и | Расчетно-графическая работа |

| | | |
|--|---|---------------------------------|
| | научно-технической информации. | |
| | Владеть: - навыками проведения работ по сводке, группировке и обработке статистической и научно-технической информации. | Расчетно-графическая работа |
| 3.1_Б.ПК-4 Выявляет взаимосвязи между статистическими показателями. | Знать: - вероятностные методы и методы математической статистики. | Собеседование |
| | Уметь: - выявлять взаимосвязи между статистическими показателями. | Разноуровневые задачи и задания |
| | Владеть: - навыками выявления взаимосвязи между статистическими показателями. | Разноуровневые задачи и задания |
| 4.1_Б.ПК-4 Оформляет результаты исследований. | Знать: - вероятностные методы и методы математической статистики. | Собеседование |
| | Уметь: - оформлять результаты исследований. | Расчетно-графическая работа |
| | Владеть: - навыками оформления результатов исследований. | Расчетно-графическая работа |

Показатели оценивания планируемых результатов обучения

| Семестр | Шкала оценивания | | | |
|-----------|---|--|---|---|
| | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 4 семестр | Студент не знает основных определений и понятий теории вероятностей, не понимает ее предмет, областей применения, не может сформулировать основные результаты курса, не умеет решать задачи. | Студент ошибается в основных определениях и понятиях теории вероятностей, не четко формулирует основные задачи ТВ, умеет решать только простые задачи. Может сформулировать основные результаты курса ТВ, но не умеет их доказывать. | Студент знает основные определения и понятия курса ТВ, понимает ее цели и задачи. Может сформулировать основные результаты курса и доказать большинство из них. Затрудняется при доказательстве наиболее сложных теорем. | Студент знает основные определения и понятия курса ТВ, понимает ее цели и задачи. Умеет решать задачи различной сложности. Может сформулировать и доказать основные теоремы курса. |
| 5 семестр | Студент не знает основных определений и понятий математической статистики, не понимает ее целей и задач, областей применения, не может сформулировать основные теоремы курса, не умеет решать задачи. | Студент знает основные определения и понятия математической статистики, умеет решать только простые задачи. Не всегда правильно понимает области применения статистических методов. | Студент знает основные определения и понятия математической статистики, понимает ее цели и задачи, области применения. Может сформулировать основные результаты курса и доказать большинство из них. Затрудняется при доказательстве наиболее сложных теорем. | Студент знает основные определения и понятия математической статистики, понимает ее цели и задачи, уверенно владеет статистическими методами. Умеет решать задачи различной сложности. Может сформулировать и доказать основные результаты курса. |

Оценочные средства

1) Задания для оценки ОПК-1.

1. Кейс-задача – не предусматривается.

2. Доклад – не предусматривается.

3. Реферат – не предусматривается.

4. Контрольная работа – контрольная работа, расчетно-графическая работа

Методические указания. Перед написанием контрольных работ студент должен освоить соответствующий теоретический материал, выучить необходимые формулы, разобрать ранее решенные задачи и примеры.

Критерии оценивания. Уровень выполнения контрольной работы оценивается в баллах. Баллы выставляются следующим образом:

при правильном выполнении студентом контрольной работы – 18-20 баллов;

при частично правильном выполнении (правильно выполненных заданий – не менее половины) – 10-17 баллов;

в остальных случаях – 0 баллов.

Вариант контрольной работы

Контрольная работа № 1

1. На сельскохозяйственные работы из трех бригад выделяют по одному человеку. Известно, что в первой бригаде 15 человек, во второй - 12, в третьей - 10. Определить число возможных групп по 3 человека, если известно, что на сельскохозяйственные работы может быть отправлен каждый рабочий.

2. Из пяти букв разрезанной азбуки составлено слово "песня". Ребенок, не умеющий читать, рассыпал буквы и затем собрал их в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово "песня".

3. В телестудии три телевизионные камеры. Вероятности того, что в данный момент камера включена, равны соответственно 0.9, 0.8, 0.7. Найти вероятность того, что в данный момент включены а) две камеры; б) не более одной камеры; в) три камеры.

4. 20% приборов монтируется с применением микромодулей, остальные - с применением интегральных схем. Надежность прибора с применением микромодулей - 0.9, интегральных схем - 0.8. Найти: а) вероятность надежной работы наугад взятого прибора; б) вероятность того, что прибор - с микромодулем, если он был исправен.

5. Автомобиль должен проехать по улице, на которой установлено четыре независимо работающих светофора. Каждый светофор с интервалом в 2 мин. Подает красный и зеленый сигналы; случайная величина ξ - число остановок автомобиля на этой улице. Найти закон распределения указанной сл. вел. ξ и ее функцию распределения $F(x)$. Вычислить математическое ожидание $M\xi$, дисперсию $D\xi$ и среднее квадратическое отклонение σ . Построить график функции распределения $F(x)$.

6. Дана функция распределения $F(x)$ случайной величины ξ . Найти плотность распределения $f(x)$, математическое ожидание $M\xi$, дисперсию $D\xi$, вероятность попадания сл. вел. на отрезок $[a;b]$. Построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{8}x^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases} \quad a = 0, b = 1.$$

Расчетно-графическая работа

Методические указания. Перед написанием расчетно-графической работы студент должен освоить соответствующий теоретический материал, выучить необходимые формулы, разобрать ранее решенные задачи и примеры.

Критерии оценивания. Уровень выполнения расчетно-графической работы оценивается в баллах. Баллы выставляются следующим образом:

при правильном выполнении студентом расчетно-графической работы – 8-10 баллов;

при частично правильном выполнении (правильно выполненных заданий – не менее половины) – 5-7 баллов;

в остальных случаях – 0 баллов.

Вариант расчетно-графической работы

Дана выборка объема $n = 100$:

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 3.4250 | 4.7280 | 2.5210 | 4.3170 | 4.7660 | 5.1100 | 2.5060 | 0.2688 | 5.2360 | 5.6630 |
| 4.7160 | 7.3370 | 4.4240 | 4.5110 | 6.1320 | 5.8610 | 4.9900 | 1.3600 | 3.5460 | 4.7300 |
| 3.0260 | 1.9920 | 4.2880 | 4.5640 | 1.2320 | 1.1150 | 5.8100 | 2.2930 | 5.6100 | 6.1580 |
| 5.1250 | 1.4010 | 4.7940 | 3.1010 | 5.4440 | 3.1460 | 5.7740 | 7.9850 | 4.1500 | 8.4000 |
| 5.0420 | 9.0690 | 6.4540 | 4.5470 | 5.0620 | 2.2340 | 3.0740 | 4.6930 | 5.1460 | 0.8608 |
| 1.9400 | 3.2490 | 4.6820 | 2.2920 | 2.8820 | 3.2450 | 2.0190 | 2.7920 | 0.8245 | 3.9030 |
| 2.4180 | 6.7600 | 3.1890 | 4.8660 | 6.5270 | 4.3220 | 4.4420 | 8.2070 | 5.1970 | 4.9320 |
| 6.0520 | 6.0230 | 5.8820 | 4.8490 | 6.1990 | 2.6390 | 6.4190 | 4.2600 | 2.9480 | 4.1540 |
| 4.9630 | 1.0920 | 2.8990 | 5.0330 | 0.9253 | 2.4120 | 2.9950 | 8.7560 | 4.7610 | 6.3020 |
| 3.8860 | 6.4320 | 5.4910 | 2.5720 | 4.0450 | 6.1000 | 6.0090 | 2.8890 | 4.3540 | 4.7720 |

а) определить размах выборки, построить интервальный статистический ряд;

б) построить полигон частот, гистограмму;

в) найти выборочное среднее, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, выборочный коэффициент асимметрии и эксцесса;

г) записать и построить эмпирическую функцию распределения.

д) проверить с помощью критерия χ^2 гипотезу о соответствии выборочного распределения нормальному закону распределения при уровне значимости $\alpha = 0.05$;

5. Тесты - не предусматривается.

6. Задания для практических и лабораторных занятий

Тема: Классическое и геометрическое определение вероятности. Условная вероятность. Независимость событий.

Цель: Научить студентов выделять круг задач, в которых применимо классическое и геометрическое определение вероятности, и правильно применять соответствующую формулу. Научить студентов проверять независимость событий.

Методические рекомендации. Следует обратить внимание студентов на необходимость предварительного построения множества элементарных исходов и соответствующих событий.

Примеры типовых заданий: [3] 1.10 - 1.15, 1.29 - 1.35.

Тема: Формулы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Цель: Научить студентов грамотно пользоваться формулами сложения и умножения вероятностей, выделять круг задач, в которых применимы формулы полной вероятности и формула Байеса.

Методические рекомендации. Следует обратить внимание студентов на необходимость предварительного выделения гипотез как взаимоисключающих условий проведения вероятностного эксперимента.

Примеры типовых заданий: [3] 4.1 - 4.6, 5.1 - 5.7.

Тема: Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.

Цель: Научить студентов отличать последовательность зависимых и независимых испытаний, выделять круг задач, в которых применяется формула Бернулли.

Методические рекомендации: Следует обратить внимание студентов условия применимости формулы Бернулли

Примеры типовых заданий: [2] 111-118.

Тема: Дискретные случайные величины. Абсолютно-непрерывные распределения.

Цель: Научить студентов строить распределения дискретных случайных величин по их содержательному описанию, строить функцию распределения.

Методические рекомендации. Следует обратить внимание студентов на то, что при построении распределения нужно разобраться, какие значения может принимать искомая случайная величина, и подсчитать вероятности этих значений, использовать свойство нормировки плотности вероятности.

Примеры типовых заданий: [3] 7.1 - 7.10, [2] 167, 171, 268, 272.

Тема: Числовые характеристики случайных величин. Основные распределения и их характеристики.

Цель: Научить студентов вычислять числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин, распознавать законы распределения случайных величин и вычислять их характеристики.

Методические рекомендации. Следует обратить внимание студентов на вычисление характеристик случайных величин, которые наиболее часто встречаются на практике.

Примеры типовых заданий: [2] 194, 296, 312, 330, 351

Тема: Закон больших чисел, центральная предельная теорема, теорема Пуассона.

Цель: Научить студентов применять предельные теоремы.

Методические рекомендации. Следует обратить внимание студентов на выполнение условий, применения теорем.

Примеры типовых заданий: [2] 238, 251.

Тема: Группировка данных. Интервальный и вариационный ряды, их графическое представление. Вычисление эмпирических характеристик.

Цель: Научить студентов для выборок большого объема производить группировку данных, строить интервальный и вариационный ряды, полигон и гистограмму, вычислять эмпирическое среднее и эмпирическую дисперсию

Методические рекомендации. Следует обратить внимание на важность правильного выбора количества интервалов при группировке данных.

Примеры типовых заданий: [2] 444, 447, 454; 462, 524, 530, 532

Тема: Критерий Пирсона для нормального закона распределения

Цель: Проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о нормальности генеральной совокупности.

Методические рекомендации. Обратить внимание студентов на то, что при различных уровнях значимости результаты могут быть различны.

Примеры типовых заданий: Проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о нормальности генеральной совокупности на основе выборок, взятых как из нормальной, так и равномерной совокупности. [2] 639, 640.

2) Задания для оценки ОПК-2.

1. Кейс-задача – не предусматривается.
2. Доклад – не предусматривается.
3. Реферат – не предусматривается.
4. Контрольная работа – не предусматривается
5. Тесты - не предусматривается.
6. Задания для практических и лабораторных занятий

Тема: Метод максимального правдоподобия. Метод моментов.

Цель: Научить студентов находить оценки неизвестных параметров генеральной совокупности методом максимального правдоподобия и методом моментов.

Методические рекомендации. Обратить внимание студентов на то, что для не дифференцируемой функции правдоподобия уравнение правдоподобия неприменимо, и максимум следует искать другими методами.

Примеры типовых заданий: [2] 491, 492, 493, 494.

3) Задания для оценки ОПК-3.

1. Кейс-задача – не предусматривается.
2. Доклад – не предусматривается.
3. Реферат – не предусматривается.

4. Контрольная работа – не предусматривается

5. Тесты - не предусматривается.

6. Задания для практических и лабораторных занятий

Тема: Основные дискретные распределения (геометрическое, биномиальное, закон Пуассона) и их характеристики

Цель: Научить студентов распознавать законы распределения случайных величин и вычислять их характеристики.

Методические рекомендации. Следует обратить внимание студентов на вычисление характеристик случайных величин, которые наиболее часто встречаются на практике.

Примеры типовых заданий: [2] 167, 168, 169, 172, 173, 176-179.

Тема: Основные абсолютно-непрерывные распределения (равномерное, показательное, гауссовское) и их характеристики.

Цель: Научить студентов распознавать законы распределения случайных величин и вычислять их характеристики.

Методические рекомендации. Следует обратить внимание студентов на вычисление характеристик случайных величин, которые наиболее часто встречаются на практике.

Примеры типовых заданий: [3] 8.1 - 8.10, [2] 307-317, 346-359.

4) Задания для оценки ПК-4.

1. Кейс-задача – не предусматривается.

2. Доклад – не предусматривается.

3. Реферат – не предусматривается.

4. Контрольная работа – расчетно-графическая работа

Расчетно-графическая работа

Методические указания. Перед написанием расчетно-графической работ студент должен освоить соответствующий теоретический материал, выучить необходимые формулы, разобрать ранее решенные задачи и примеры.

Критерии оценивания. Уровень выполнения расчетно-графической работы оценивается в баллах. Баллы выставляются следующим образом:

при правильном выполнении студентом расчетно-графической работы – 8-10 баллов;

при частично правильном выполнении (правильно выполненных заданий – не менее половины) – 5-7 баллов;

в остальных случаях – 0 баллов.

Вариант расчетно-графической работы

Дана выборка объема $n = 100$:

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 2.83 | 4.63 | 4.68 | 1.68 | 4.07 | 3.14 | 5.34 | 1.21 | 3.72 | 3.34 |
| 6.81 | 4.10 | 2.80 | 6.48 | 1.17 | 1.86 | 5.01 | 3.71 | 3.28 | 5.43 |
| 6.38 | 1.05 | 5.79 | 3.89 | 6.94 | 6.10 | 2.07 | 1.08 | 6.56 | 6.86 |
| 2.14 | 5.13 | 5.77 | 6.11 | 4.01 | 3.03 | 4.30 | 3.84 | 5.45 | 4.14 |
| 1.01 | 6.68 | 5.69 | 5.86 | 2.99 | 2.65 | 6.76 | 6.71 | 5.43 | 3.58 |
| 5.27 | 6.24 | 3.11 | 2.12 | 2.04 | 1.04 | 4.58 | 2.49 | 6.68 | 2.24 |

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 6.21 | 1.68 | 1.33 | 2.48 | 4.75 | 5.81 | 5.85 | 3.32 | 4.06 | 2.94 |
| 1.71 | 3.13 | 5.25 | 1.33 | 4.45 | 3.98 | 6.91 | 3.59 | 5.75 | 1.67 |
| 1.23 | 2.45 | 6.96 | 4.65 | 5.51 | 4.23 | 6.32 | 5.99 | 3.71 | 3.25 |
| 4.59 | 4.36 | 1.97 | 5.66 | 1.92 | 6.23 | 2.28 | 5.95 | 6.10 | 2.98 |

- а) определить размах выборки, построить интервальный статистический ряд;
 б) построить полигон частот, гистограмму;
 в) найти выборочное среднее, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, выборочный коэффициент асимметрии и эксцесса;
 г) записать и построить эмпирическую функцию распределения;
 д) проверить с помощью критерия χ^2 гипотезу о соответствии выборочного распределения равномерному закону распределения при уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Вариант расчетно-графической работы

Дана выборка объема $n = 100$:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 0 | 2 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| 0 | 2 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 2 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 2 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 3 | 4 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |

- а) построить статистический ряд, полигон частот;
 б) найти выборочное среднее, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение;
 в) записать и построить эмпирическую функцию распределения;
 г) проверить с помощью критерия χ^2 гипотезу о соответствии выборочного распределения биномиальному закону распределения при уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Вариант расчетно-графической работы

Дана выборка объема $n = 100$:

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.5314 | 0.6178 | 0.8654 | 0.8216 | 0.6775 | 0.5699 | 0.7192 | 0.5027 | 0.7070 | 0.7911 |
| 0.8531 | 0.7241 | 0.8229 | 0.6199 | 0.7979 | 0.6987 | 0.6616 | 0.7614 | 0.7968 | 0.5649 |
| 0.7438 | 0.7441 | 0.8218 | 0.6920 | 0.8496 | 0.5305 | 0.7524 | 0.7532 | 0.7400 | 0.8177 |
| 0.7623 | 0.6731 | 0.7024 | 0.6090 | 0.5967 | 0.5822 | 0.7501 | 0.5852 | 0.5591 | 0.7645 |
| 0.7123 | 0.7392 | 0.5261 | 0.6709 | 0.5863 | 0.8154 | 0.8507 | 0.6667 | 0.8322 | 0.5056 |

0.8372 0.6626 0.8222 0.5822 0.8056 0.5752 0.7797 0.5197 0.5596 0.8225
 0.6058 0.8055 0.8465 0.5896 0.6240 0.7956 0.7837 0.6989 0.7578 0.8204
 0.8155 0.7171 0.5221 0.5113 0.7746 0.7329 0.8266 0.8276 0.7172 0.6483
 0.5560 0.8378 0.7059 0.8051 0.6919 0.5118 0.8102 0.6513 0.6274 0.5853
 0.6959 0.5167 0.6140 0.5196 0.7394 0.7898 0.5987 0.6617 0.6093 0.6168

- а) определить размах выборки, построить интервальный статистический ряд;
- б) построить гистограмму;
- в) найти выборочное среднее, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение;
- г) записать и построить эмпирическую функцию распределения;
- д) проверить с помощью критерия Колмогорова при уровне значимости $\alpha = 0.05$ гипотезу о соответствии выборочного распределения распределению с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{\pi\sqrt{1-x^2}}, & x \in \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \\ 0, & x \notin \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right). \end{cases}$$

5. Тесты - не предусматривается.

6. Задания для практических и лабораторных занятий

Тема: Дискретный и абсолютно-непрерывный двумерные случайные векторы. Зависимость и независимость случайных величин.

Цель: Научить студентов находить законы распределения компонент вектора, определять являются ли случайные величины зависимыми или независимыми.

Методические рекомендации. Следует обратить внимание студентов на возможность использования различных критериев независимости случайных величин.

Примеры типовых заданий: [6] 4.54, 4.56, 4.57, 4.58, .

Тема: Ковариация и коэффициент корреляции.

Цель: Научить студентов находить ковариацию коэффициент корреляции случайных величин.

Методические рекомендации. Следует обратить внимание студентов на то, что некоррелированные случайные величины не обязательно будут независимыми.

Примеры типовых заданий: [6] 5.53, 5.54, 5.55, 5.56.

Тема: Доверительные интервалы.

Цель: Научить студентов строить доверительные интервалы для неизвестных параметров нормальной генеральной совокупности.

Методические рекомендации. Обратить внимание студентов на то, что доверительный интервал для неизвестного математического ожидания строится по-разному для известной и неизвестной дисперсии.

Примеры типовых заданий: Для рассмотренных ранее выборок построить доверительные интервалы для неизвестных параметров распределений. [2] 502, 503.

Тема: Метод спрямленных диаграмм.

Цель: Проверить графически гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.

Методические рекомендации. Обратить внимание студентов на существование возможности находить оценки параметров распределения графически.

Примеры типовых заданий: Проверить методом спрямленных диаграмм гипотезу о том, что генеральная совокупность имеет нормальный закон распределения на основе выборок, взятых как из нормальной, так и пуассоновской совокупности. [2] 643, 645.

Тема: Критерий Пирсона для равномерного и показательного распределений.

Цель: Проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о равномерном распределении генеральной совокупности. Проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о показательном распределении генеральной совокупности.

Методические рекомендации. Обратить внимание студентов на то, что результат проверки может быть положительным для выборки не из равномерной совокупности и отрицательным для выборки из равномерной совокупности и на то, что при различных уровнях значимости результаты могут быть различны.

Примеры типовых заданий: Проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о равномерности генеральной совокупности на основе выборок, взятых как из нормальной, так и равномерной совокупности. Примеры типовых заданий: Проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о том, что генеральная совокупность имеет показательный закон распределения на основе выборок, взятых как из нормальной, так и показательной совокупности. [2] 659, 660, 650, 651.

Тема: Критерий Пирсона для пуассоновского и биномиального распределений.

Цель: Проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о пуассоновском распределении генеральной совокупности. Проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о биномиальном распределении генеральной совокупности.

Методические рекомендации. Обратить внимание студентов на то, что при различных уровнях значимости результаты могут быть различны.

Примеры типовых заданий: Проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о том, что генеральная совокупность имеет пуассоновский закон распределения на основе выборок, взятых как из нормальной, так и пуассоновской совокупности. Проверить с помощью критерия Пирсона гипотезу о том, что генеральная совокупность имеет биномиальный закон распределения на основе выборок, взятых как из нормальной, так и биномиальной совокупности. [2] 653, 654, 663, 664.

Тема: Критерий согласия Колмогорова

Цель: Проверить с помощью критерия Колмогорова гипотезу о соответствии выборки заданному закону распределения.

Методические рекомендации: Обратить внимание студентов на то, что при различных уровнях значимости результаты могут быть различны.

Примеры типовых заданий: Проверить по критерию Колмогорова соответствие выборки объема $n = 100$ закону распределения случайной величины ξ заданной плотностью распределения $f(x)$. Уровень значимости принять $\alpha = 0.05$.

Задание 1

$$f(x) = \begin{cases} 4x^3, & x \in (0,1), \\ 0, & x \notin (0,1). \end{cases}$$

Выборка:

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.9050 | 0.8506 | 0.7394 | 0.9160 | 0.7860 | 0.8680 | 0.9707 | 0.9582 | 0.9737 | 0.9844 |
| 0.9503 | 0.1920 | 0.2358 | 0.5438 | 0.7146 | 0.3886 | 0.8070 | 0.7642 | 0.8578 | 0.9810 |
| 0.7392 | 0.7625 | 0.9629 | 0.7639 | 0.6096 | 0.8442 | 0.9621 | 0.7874 | 0.9133 | 0.8902 |
| 0.8192 | 0.8296 | 0.9872 | 0.5375 | 0.7273 | 0.8177 | 0.8755 | 0.9679 | 0.8276 | 0.8133 |
| 0.9294 | 0.8271 | 0.9632 | 0.8264 | 0.8401 | 0.8356 | 0.6921 | 0.5408 | 0.5095 | 0.9708 |
| 0.6949 | 0.9634 | 0.9185 | 0.9666 | 0.9841 | 0.6114 | 0.7922 | 0.9951 | 0.8961 | 0.9730 |
| 0.8333 | 0.3445 | 0.8884 | 0.6933 | 0.8522 | 0.9227 | 0.8828 | 0.8758 | 0.8114 | 0.7029 |
| 0.8093 | 0.3176 | 0.8833 | 0.9893 | 0.5558 | 0.4343 | 0.9703 | 0.7049 | 0.3073 | 0.9501 |
| 0.6122 | 0.9685 | 0.5557 | 0.7706 | 0.8777 | 0.8746 | 0.9039 | 0.8972 | 0.8114 | 0.6114 |
| 0.9312 | 0.7012 | 0.8981 | 0.9623 | 0.5389 | 0.9929 | 0.4212 | 0.9560 | 0.9561 | 0.4725 |

Задание 2

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x}{e-1}, & x \in (0,1), \\ 0, & x \notin (0,1). \end{cases}$$

Выборка:

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.6616 | 0.9634 | 0.4398 | 0.8695 | 0.7097 | 0.8573 | 0.8642 | 0.0817 | 0.3965 | 0.7527 |
| 0.6105 | 0.9827 | 0.8269 | 0.6809 | 0.4146 | 0.3647 | 0.9256 | 0.5697 | 0.8763 | 0.1561 |
| 0.9071 | 0.0464 | 0.9341 | 0.9347 | 0.6421 | 0.1878 | 0.2666 | 0.7945 | 0.8873 | 0.0581 |
| 0.8339 | 0.9725 | 0.4632 | 0.7404 | 0.4633 | 0.3162 | 0.8548 | 0.8076 | 0.3914 | 0.6935 |
| 0.5443 | 0.1469 | 0.0405 | 0.6119 | 0.3908 | 0.4598 | 0.4013 | 0.2575 | 0.5224 | 0.7879 |
| 0.3001 | 0.7631 | 0.5661 | 0.5565 | 0.2632 | 0.2867 | 0.7223 | 0.3800 | 0.6738 | 0.9645 |
| 0.8010 | 0.7734 | 0.9740 | 0.8468 | 0.7150 | 0.9666 | 0.0976 | 0.3796 | 0.9915 | 0.8445 |
| 0.5971 | 0.7747 | 0.5402 | 0.5027 | 0.3122 | 0.5056 | 0.0497 | 0.5942 | 0.4529 | 0.9846 |
| 0.6701 | 0.8978 | 0.5313 | 0.5844 | 0.8837 | 0.9944 | 0.6420 | 0.9517 | 0.8197 | 0.6806 |
| 0.9801 | 0.8824 | 0.9741 | 0.7470 | 0.5021 | 0.5982 | 0.9427 | 0.0252 | 0.2384 | 0.5935 |

Задание 3

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x \ln 2}, & x \in (1,2), \\ 0, & x \notin (1,2). \end{cases}$$

Выборка:

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1.4570 | 1.0422 | 1.5779 | 1.8527 | 1.0790 | 1.3545 | 1.2144 | 1.9797 | 1.5249 | 1.1923 |
| 1.0963 | 1.4590 | 1.7750 | 1.7863 | 1.7818 | 1.1517 | 1.4584 | 1.8339 | 1.0875 | 1.8105 |
| 1.8658 | 1.1630 | 1.0548 | 1.3892 | 1.7839 | 1.3845 | 1.3322 | 1.4169 | 1.0908 | 1.0960 |
| 1.8283 | 1.5188 | 1.2019 | 1.8211 | 1.0411 | 1.3734 | 1.6497 | 1.2649 | 1.3206 | 1.4409 |
| 1.8586 | 1.7152 | 1.0493 | 1.2132 | 1.3008 | 1.8209 | 1.3379 | 1.1809 | 1.5133 | 1.3942 |
| 1.8642 | 1.9115 | 1.7628 | 1.6346 | 1.6739 | 1.8657 | 1.0463 | 1.2622 | 1.0030 | 1.7753 |
| 1.4215 | 1.2889 | 1.1701 | 1.4488 | 1.2222 | 1.0485 | 1.0607 | 1.0485 | 1.3285 | 1.0893 |
| 1.3594 | 1.8647 | 1.2778 | 1.0869 | 1.4836 | 1.8340 | 1.2733 | 1.0295 | 1.1037 | 1.0545 |
| 1.6708 | 1.3722 | 1.5891 | 1.6237 | 1.4859 | 1.5462 | 1.8375 | 1.5827 | 1.8345 | 1.3827 |
| 1.1029 | 1.0484 | 1.6406 | 1.2380 | 1.5924 | 1.5718 | 1.4450 | 1.6416 | 1.4189 | 1.4025 |

Перечень литературы, используемой для проведения практических занятий:

а) литература:

1. **Гмурман, Владимир Ефимович.** Теория вероятностей и математическая статистика [Текст: Электронный ресурс] : Учебник / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - Электрон. дан.col. - Москва : Издательство Юрайт, 2010. – 479 с. - (Бакалавр. Прикладной курс). - Internet access. - ISBN 978-5-534-00211-9.

2. **Смирнов, Анатолий Константинович.** Вероятностные методы анализа. Теория вероятностей [Текст] : учебное пособие / А. К. Смирнов. - Саратов : Издательский центр "Наука", 2013. - 93 с. : табл. - Библиогр.: с. 92 (11 назв.). - ISBN 978-5-9999-1718-8.

3. **Боровков, Александр Алексеевич.** Математическая статистика [Текст] : учебник / А. А. Боровков. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2010. - 703, [1] с. - (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники). - Библиогр.: с. 692-697 (140 назв.). - Предм. указ.: с. 701-703. - ISBN 978-5-8114-1013-2 (в пер.).

4. **Гмурман, Владимир Ефимович.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. - Москва : Юрайт : ИД Юрайт, 2010. - 403, [13] с. - (Основы наук). - ISBN 978-5-9916-0700-1 (Изд-во Юрайт) (в пер.). - ISBN 978-5-9692-0930-5 (ИД Юрайт).

5. **Агафонова, Нина Юрьевна.** Краткий курс лекций по математической статистике [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов механико-математического факультета и факультета компьютерных наук и информационных технологий / Н. Ю. Агафонова ; Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования "Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского". - Саратов : [б. и.], 2019. - 52 с. : ил. - Библиогр.: с. 52 (5 назв.). - Б. ц. **Перейти к внешнему ресурсу: Текст ID= 2486 (дата размещения: 18.12.2019)**

6. **Агафонова, Нина Юрьевна.** Стохастический анализ [Электронный ресурс] / Н. Ю. Агафонова. - Саратов : [б. и.], 2019. - 55 с. - Б. ц. **Перейти к внешнему ресурсу: Текст ID= 2506 (дата размещения: 23.12.2019)**

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Лицензионное программное обеспечение:

1. операционная система Windows 7, или более поздняя версия
2. Microsoft Office Word,
3. Microsoft Office Excel,

Интернет-ресурсы:

1. www.sgu.ru
2. <http://gretl.sourceforge.net>
3. Агафонова, Нина Юрьевна. Стохастический анализ [Электронный ресурс] / Н. Ю. Агафонова. - Саратов : [б. и.], 2019. - 55 с. - Б. ц. Перейти к внешнему ресурсу: Текст ID= 2506 (дата размещения: 23.12.2019)

Промежуточная аттестация

1) Список вопросов к устному зачету (4 семестр)

| №№ | Вопрос | Компетенция в соответствии с РПД |
|-----------|--|---|
| 1 | Предмет теории вероятностей. Случайные события, устойчивость частот случайных событий | ОПК-1 |
| 2 | Классическое определение вероятности, примеры. Формулы исчисления вероятностей. | ОПК-1 |
| 3 | Формула полной вероятности. Формула Байеса. | ОПК-1 |
| 4 | Последовательность независимых испытаний, схема Бернулли. Формула Бернулли, примеры. Теорема Бернулли. | ОПК-1 |
| 5 | Аксиоматика Колмогорова, вероятностные пространства. | ОПК-1 |
| 6 | Свойство непрерывности вероятностной меры. | ОПК-1 |
| 7 | Случайные величины, распределение вероятностей случайных величин. | ОПК-1 |
| 8 | Дискретные, абсолютно-непрерывные распределения, примеры. | ОПК-1 |
| 9 | Функция распределения, ее свойства. | ОПК-1 |
| 10 | Основные законы распределения случайных величин | ОПК-3 |
| 11 | Распределение Гаусса (нормальное распределение). | ОПК-3 |
| 12 | Математическое ожидание случайных величин. Свойства математического ожидания. | ОПК-1 |
| 13 | Математические ожидания основных распределений. | ОПК-3 |
| 14 | Дисперсия случайных величин и ее свойства. | ОПК-1 |
| 15 | Дисперсии основных распределений. | ОПК-3 |
| 16 | Математическое ожидание и дисперсия гауссовского распределения. | ОПК-3 |
| 17 | Случайные вектора и их распределения. | ПК-4 |
| 18 | Корреляционный момент, коэффициент корреляции и их свойства. | ПК-4 |
| 19 | Стохастическая независимость случайных величин. | ПК-4 |
| 20 | Стохастическая зависимость, условные распределения случайных величин. | ПК-4 |
| 21 | Сходимость последовательностей случайных величин. | ОПК-1 |
| 22 | Неравенство Чебышева. | ОПК-1 |
| 23 | Закон больших чисел, теорема Чебышева ЗБЧ. | ОПК-1 |
| 24 | Характеристические функции и их свойства. Распределение сумм случайных величин. | ОПК-1 |
| 25 | Центральная предельная теорема для независимых и | ОПК-1 |

| |
|-------------------------------------|
| одинаково распределенных слагаемых. |
|-------------------------------------|

2) Список вопросов к устному экзамену (5 семестр)

| №№ | Вопрос | Компетенция в соответствии с РПД |
|----|---|----------------------------------|
| 1 | Основные задачи математической статистики, понятие выборочного метода в статистике. | ОПК-1 |
| 2 | Выборочное распределение, теорема Гливенко. | ОПК-1 |
| 3 | Выборочные характеристики и их свойства. | ОПК-1 |
| 4 | Точечные оценки, их свойства. Примеры. | ОПК-1 |
| 5 | Эффективные оценки. Примеры. | ОПК-1 |
| 6 | Параметрические статистические задачи. Метод моментов. | ОПК-2 |
| 7 | Метод максимального правдоподобия. Примеры. Свойства оценок максимального правдоподобия. | ОПК-2 |
| 8 | Доверительное оценивание. Понятие доверительного интервала, доверительной области. | ПК-4 |
| 9 | Методы построения доверительных интервалов для неизвестного параметра. | ПК-4 |
| 10 | Задачи проверки статистических гипотез. Ошибки 1-го и 2-го рода. Примеры. | ПК-4 |
| 11 | Статистический критерий. Равномерный наиболее мощный критерий. | ПК-4 |
| 12 | Критерий Пирсона хи-квадрат. | ОПК-1 |
| 13 | Критерий согласия Колмогорова. | ПК-4 |
| 14 | Доверительное оценивание параметра a гауссовской генеральной совокупности. | ПК-4 |
| 15 | Доверительное оценивание параметра σ гауссовской генеральной совокупности | ПК-4 |
| 16 | Доверительное оценивание параметров a и σ (одновременно) гауссовской генеральной совокупности. | ПК-4 |

Методические рекомендации по подготовке и процедуре осуществления контроля.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проводится в виде устных: зачета в четвертом семестре и экзамена в пятом семестре. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период лекционных, семинарских занятий и самостоятельной работы студента в течение семестров (разделы для самостоятельной работы студентов в течение семестров приведены в рабочей программе дисциплины).

Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, основной и дополнительной литературой по дисциплине.

Критерии оценивания.

Во время зачета или экзамена студент должен дать полный ответ на вопросы билета, дать необходимые определения, доказать требуемые теоремы. Преподаватель вправе задавать дополнительные вопросы по всему курсу.

Во время ответа студент должен показать знание основных понятий теории вероятностей и математической статистики, понимание логических взаимосвязей между ними, умение решать конкретные задачи и доказывать сформулированные утверждения.

Полнота ответа определяется показателями оценивания планируемых результатов обучения (раздел 2).

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры теории функций и стохастического анализа (протокол № 1 от 29 августа 2022 года).

Автор: доцент кафедры ТФиСА, к.ф.-м. наук

Н.Ю. Агафонова