



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»**  
Механико-математический факультет

СОГЛАСОВАНО  
заведующий кафедрой геометрии

  
"30" августа 2022 г. Галаев С.В.

УТВЕРЖДАЮ  
председатель НМК механико-  
математического факультета

  
"30" августа 2022 г. Тышкевич С.В.

**Фонд оценочных средств**  
Текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Спецкурс 7.2

Направление подготовки магистратуры  
02.04.01 Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки магистратуры  
Математические основы компьютерных наук

Квалификация (степень) выпускника  
*Магистр*

Форма обучения  
*очная*

Саратов,  
2022

### *Карта компетенций*

Контролируемые компетенции (шифр компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык)	Виды заданий и оценочных средств
<b>УК-1</b> Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий	<b>1 . 1 _ М . У К - 1 .</b> Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними.	<b>Знать:</b> - современную математическую литературу в данной области и ее применениях; - методы и приемы формализации задач.	Собеседование
		<b>Уметь:</b> - выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах, делать обоснованные выводы из научной и учебной литературы; - собирать и анализировать информацию по решаемой задаче, составлять ее математическое описание.	Разноуровневые задачи и задания, Контрольная работа

		<p><b>Владеть:</b> - навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования;</p> <p>- навыками самостоятельного изучения математической литературы по данной тематике.</p>	<p>Разноуровневые задачи и задания,</p>
<p><b>1.2 _ М.УК - 1.</b>  Осуществляет поиск алгоритмов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации. Определяет в рамках выбранного алгоритма вопросы (задачи), подлежащие дальнейшей детальной разработке. Предлагает способы их решения.</p>		<p><b>Знать:</b> алгоритмы решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации.</p>	<p>Собеседование</p>
		<p><b>Уметь:</b> выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах, делать обоснованные выводы из учебной литературы;</p>	<p>Разноуровневые задачи и задания,  Контрольная работа</p>
		<p><b>Владеть:</b> навыками критического анализа информации из математической литературы по данной тематике.</p>	<p>Разноуровневые задачи и задания,</p>

	<p><b>2.1_М.УК-1.</b>  Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности</p>	<p><b>Знать:</b> основы планирования целей деятельности.</p>	<p>Собеседование</p>
		<p><b>Уметь:</b> планировать цели деятельности с учетом условий, средств, личностных возможностей, временной перспективы развития деятельности.</p>	<p>Разноуровневые задачи и задания,  Контрольная работа</p>
		<p><b>Владеть:</b> – навыками постановки и решения задач в рамках поставленной цели;  – навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи.</p>	<p>Разноуровневые задачи и задания,</p>

<p><b>ПК-1</b> С п о с о б е н демонстрировать фундаментальн ые знания математических и естественных н а у к , программирован ия и информационны х технологий.</p>	<p><b>1 . 1 _ М . П К - 1 .</b> Понимает основные к о н ц е п ц и и , принципы, теории и факты в области математических и (или) естественных н а у к , программирования и информационных технологий.</p>	<p><b>Знать:</b> - основные понятия теории групп отражений</p>	<p>Собеседование</p>
		<p><b>Уметь:</b> - - д о к а з ы в а т ь основные теоремы о группах отражений; п р и в о д и т ь конкретные примеры групп отражений.</p>	<p>Разноуровневые задачи и задания, Контрольная работа</p>
		<p><b>В л а д е т ь :</b> п о н я т и й н ы м аппаратом теории теории групп отражений; - н а в ы к а м и использования методов теории групп отражений в решении з а д а ч профессиональной деятельности.</p>	<p>Разноуровневые задачи и задания,</p>
	<p><b>2.1_М.ПК-1.</b> Формулирует и решает стандартные задачи в собственной н а у ч н о - исследовательской деятельности.</p>	<p><b>Знать:</b> основные задачи теории групп отражений;</p>	<p>Собеседование</p>

		<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- осуществлять выбор методов и средств решения задач исследования;</li> </ul>	<p>Разноуровневые задачи и задания, Контрольная работа</p>
		<p><b>В л а д е т ь :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>осуществлять выбор методов и средств решения задач исследования;</li> <li>- использовать теории групп отражений в собственной научно-исследовательской деятельности.</li> </ul>	<p>Разноуровневые задачи и задания,</p>
	<p><b>3 . 1 _ М . П К - 1 .</b> Проводит научно-исследовательские работы в области математики и компьютерных наук.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применение групп отражений области математики и компьютерных наук;</li> <li>- новые научные результаты в области групп отражений и их приложений.</li> </ul>	<p>Собеседование</p>
		<p><b>Уметь:</b> проводит научно-исследовательские работы в области математики и компьютерных наук, используя группы отражений и их приложения.</p>	<p>Разноуровневые задачи и задания, Контрольная работа</p>
		<p><b>Владеть:</b> навыками научно-исследовательской работы в области групп отражений</p>	<p>Разноуровневые задачи и задания,</p>

***Показатели оценивания планируемых результатов обучения***

Семестр	Шкала оценивания			
	2	3	4	5
3 семестр	Студент не знает основных определений и понятий теории ассоциативных алгебр, не понимает ее предмета, областей применения, не может сформулировать основные результаты курса, не умеет решать задачи.	Студент ошибается в основных определениях и понятиях теории ассоциативных алгебр, не четко формулирует основные задачи квантовых интегрируемых систем, умеет решать только простые задачи. Может сформулировать основные результаты курса	Студент знает основные определения и понятия курса квантовых интегрируемых систем, понимает ее цели и задачи. Может сформулировать основные результаты курса и доказать большинство из них. Затрудняется при доказательстве наиболее сложных теорем.	Студент знает основные определения и понятия курса квантовых интегрируемых систем, понимает ее цели и задачи. Умеет решать задачи различной сложности. Может сформулировать и доказать основные теоремы курса.



## *Оценочные средства*

### 1.1 Задания для текущего контроля

#### 1) Задания для оценки УК-1.

1. Кейс-задача – не предусматривается.
2. Доклад – не предусматривается.
3. Реферат – не предусматривается.
4. Контрольная работа – контрольная работа

#### **Контрольная работа**

Методические указания. Перед написанием контрольных работ студент должен освоить соответствующий теоретический материал, выучить необходимые формулы, разобрать ранее решенные задачи и примеры.

Критерии оценивания. Уровень выполнения контрольной работы оценивается в баллах. Баллы выставляются следующим образом:

при правильном выполнении студентом контрольной работы – 18-20 баллов;

при частично правильном выполнении (правильно выполненных заданий – не менее половины) – 10-17 баллов;

в остальных случаях – 0 баллов.

1. Для заданной матрицы Грамма выяснить можно ли ее реализовать в евклидовом пространстве.

2. Вычислить группу симметрий заданного набора векторов в евклидовом пространстве.

5. Тесты - не предусматривается.

#### **6. Задания для практических и лабораторных занятий**

#### **Темы практических занятий**

**Тема:** Определение Евклидова пространства. Ортогонализация Грамма – Шмидта. Существование ортогонального и ортонормированного базиса. Существование линейно независимых векторов с заданной матрицей Грамма. Неравенство Коши – Буняковского.

**Цель:** Научить студентов понимать определение евклидова пространства и конкретные примеры

**Тема:** Существование произвольных систем векторов с заданной матрицей Грамма. Ортогональные прямые суммы подпространств. Неравенство Парсевала. Определение ортогональной группы. Эквивалентность подмножеств в Евклидовом пространстве.

**Цель:** Научить студентов понимать определение евклидова пространства и конкретные примеры.

**Тема:** Отражения в Евклидовом пространстве. Явная формула для отражения. Ортогональность отражения. Характеризация отражения его собственными значениями. Вычисление композиции отражений. Порождаемость ортогональной группы отражениями.

**Цель:** Понимать алгоритм построения линейных базисов.

**Тема:** Формула для отражения на комплексной плоскости. Вычисление групп симметрий правильных многоугольников. Вычисление произведения отражений с помощью комплексных чисел. Определение группы, порожденной отражениями. Примеры: группа симметрий треугольника и квадрата, описание всех отражений.

**Цель:** Познакомить понятием отражения.

**Тема:** Описание группы симметрий правильного многоугольника, ее образующие и соотношения. Множество отражений группы симметрий правильного многоугольника. Группы симметрий куба и тетраэдра. Их описание в терминах образующих и соотношений. Описание всех отражений в этих группах.

**Цель:** Двумерные группы отражений.

**Тема:** Определение абстрактной системы корней. Группа отражений, связанная с системой корней. Примеры. Одномерные системы корней. Система корней группы, порожденной отражениями. Система корней группы симметрий правильного треугольника и квадрата.

**Цель:** Примеры групп отражений.

**Тема:** Системы корней на комплексной плоскости. Описание систем корней на комплексной плоскости порядка 2,4,6. Классификация двумерных систем корней. Два доказательства: алгебраическое и геометрическое.

**Цель:** Научить студентов основам теории двумерных систем.

**Тема:** Простые корни. Восстановление системы корней по системе простых корней. Система простых корней для группы симметрий правильного многоугольника. Системы корней  $A_n, B_n, C_n$  и их простые системы корней.

**Тема:** Группы отражений и системы корней. Группа отражений двумерной системы корней. Группа отражений системы корней  $A_n$ .

**Цель:** Разбор случаев малой размерности.

**Тема:** Наборы векторов в Евклидовом пространстве их матрица графа и эквивалентность. Линейно независимые наборы векторов их описание взвешенными графами. Примеры реализуемых и нереализуемых наборов векторов.

**Цель:** Разбор случаев малой размерности.

**Тема:** Системы простых корней как наборы векторов. Условия на матрицу Грамма. Графы Кокстера. Вложение систем корней в множество графов Кокстера.

**Цель:** Системы простых корней.

**Тема:** Шаги в доказательстве о классификации графов Кокстера. Отсутствие циклов в графе Кокстера. Отсутствие вершин валентности более четырех в графе Кокстера. Отсутствие вершин валентности 3 с весом не менее 4 и вершин валентности 2 с весами более четырех.

**Цель:** Изучение алгоритма классификации.

**Тема:** Доказательство теоремы классификации. Лемма о стягивании цепочек в графе Кокстера. Определение особенности в графе Кокстера. Утверждение о числе особенностей.

**Цель:** Изучение алгоритма классификации.

**Тема:** Не существование набора векторов соответствующего заданному взвешенному графу. Случаи трех, четырех и пяти вершин. Классификация графов Кокстера с одной вершиной степени 3.

**Цель:** Изучение алгоритма классификации.

**Тема:** Построение двумерной системы корней для графа Кокстера из двух вершин. Построение системы корней для линейного графа Кокстера типа  $A_n$  и соответствующей группы отражений.

**Цель:** Построение систем корней.

**Тема:** Полупрямое произведение групп. Его определение и свойства. Построение линейной системы корней типа  $B_n$  и соответствующей группы отражений. Построение системы корней типа  $D_n$  и ее группы отражений.

**Цель:** Построение систем корней.

**Тема:** Определение и свойства алгебры кватернионов. Построение исключительных систем корней и исключительных групп с помощью алгебры кватернионов.

**Цель:** Построение систем корней.

**Список вопросов к устному зачету (2 семестр)**

№№	Вопрос	Компетенция в соответствии с РПД
1	Определение отражения и его свойства.	ОПК-1
2	Характеризация отражений собственными значениями.	ОПК-1
3	Порождение ортогональной группы отражениями.	ОПК-1
4	Произведение двух отражений.	ОПК-1
5	Определение группы симметрий.	ОПК-2
6	Группа симметрий квадрата.	ОПК-2
7	Отражения на языке комплексных чисел.	ПК-4
8	Системы корней.	ПК-4
9	Классификация двумерных систем корней.	ПК-4
10	Существование систем простых корней.	ПК-4
11	Порождение группы отражений простыми отражениями.	ОПК-1
12	Теорема о стабилизаторе.	ПК-4
13	Допустимые наборы векторов в евклидовом пространстве и системы простых корней.	ПК-4
14	Графы Кокстера.	ПК-4
15	Классификация графов Кокстера.	ПК-4

### **Методические рекомендации по подготовке и процедуре осуществления контроля.**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Группы порожденные отражениями» проводится в виде устных: зачета в четвертом семестре и экзамена в пятом семестре. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период лекционных, семинарских занятий и самостоятельной работы студента в течение семестров (разделы для самостоятельной работы студентов в течение семестров приведены в рабочей программе дисциплины).

Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, основной и дополнительной литературой по дисциплине.

**Критерии оценивания.**

Во время зачета или экзамена студент должен дать полный ответ на вопросы билета, дать необходимые определения, доказать требуемые теоремы. Преподаватель вправе задавать дополнительные вопросы по всему курсу.

Во время ответа студент должен показать знание основных понятий теории вероятностей и математической статистики, понимание логических взаимосвязей между ними, умение решать конкретные задачи и доказывать сформулированные утверждения.

Полнота ответа определяется показателями оценивания планируемых результатов обучения (см. таблицу «Показатели оценивания планируемых результатов обучения»).

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры геометрии (протокол № 1 от 30 августа 2022 года).

Автор: должность кафедры Геометрии, доцент

Сергеев А.Н.