

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

**Механико-математический факультет**

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой,  
доцент, к.ф.-м.н.

"28" августа 2022 г. Захаров А.М.

УТВЕРЖДАЮ

председатель НМК механико-  
математического факультета,  
к.ф.-м.н., доцент

"28" августа 2022 г. Тышкевич С.В.

**Фонд оценочных средств**

текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

**Спецкурс 6.1**

Направление подготовки магистратуры  
**02.04.01 Математика и компьютерные науки**

Профиль подготовки магистратуры  
**Математические основы компьютерных наук**

Квалификация (степень) выпускника

**Магистр**

Форма обучения

**очная**

Саратов,  
2022

## Карта компетенций

Контролируемые компетенции (шифр компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык)	Виды заданий и оценочных средств
<p><b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p><b>1.1_М.УК-1.</b> Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними.</p>	<p><b>Знать:</b> постановку основных задач теории однолистных функций; <b>Уметь:</b> – анализировать задачи, выделяя ее составляющие; – осуществлять декомпозицию задачи. <b>Владеть:</b> – навыками анализа задачи с выделением в характерных особенностей однолистных функций.</p>	<p>Контрольная работа, задания для практических занятий, вопросы к экзамену, контрольные задания к экзамену</p>
	<p><b>1.2_М.УК-1.</b> Осуществляет поиск алгоритмов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации. Определяет в рамках выбранного алгоритма вопросы (задачи), подлежащие дальнейшей детальной разработке. Предлагает способы их решения.</p>	<p><b>Знать:</b> - основные источники информации по теории однолистных функций. <b>Уметь:</b> – использовать методы оптимального управления, параметрический метод, метод площадей для решения поставленной задачи. <b>Владеть:</b> навыками работы решения экстремальных задач теории однолистных функций.</p>	
	<p><b>2.1_М.УК-1.</b> Разрабатывает</p>	<p><b>Знать:</b> - основные источники</p>	

	<p>стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности</p>	<p>информации по теории функций комплексного переменного.  <b>Уметь:</b>  – находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи.  <b>Владеть:</b>  навыками работы с информацией из различных источников.</p>	
<p><b>ПК-1.</b> Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.</p>	<p><b>1.1_М.ПК-1.</b>  Понимает основные концепции, принципы, теории и факты, в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.</p>	<p><b>Знать:</b>  – основы теории однолистных функций  <b>Уметь:</b>  – применять методы теории функций комплексного переменного для исследования.  <b>Владеть:</b>  – навыками получения оценок функционалов функций комплексного переменного.</p>	<p>Контрольная работа, задания для практических занятий, вопросы к экзамену, контрольные задания к экзамену</p>
	<p><b>2.1_М.ПК-1.</b>  Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности.</p>	<p><b>Знать:</b>  – постановку стандартных задач функций комплексного переменного.  <b>Уметь:</b>  – планировать схему действий для решения стандартных задач.  <b>Владеть:</b>  – приемами действий для решения стандартных задач.</p>	

	<p><b>3.1_М.ПК-1.</b> Проводит научно-исследовательские работы в области математики и компьютерных наук.</p>	<p><b>Знать:</b> – определение, основные свойства уравнений Левнера. <b>Уметь:</b> – применять методы решения задач теории функций комплексного переменного. <b>Владеть:</b> – навыками профессионального математического мышления.</p>	
--	--	---	--

**Показатели оценивания планируемых результатов обучения**

Семестр	Шкала оценивания			
	2	3	4	5
3 семестр	<p><b>Не знает</b> теорему Каратеодори, теорему Радо, основной и обобщенный признак нормальности, теоремы Пикара, Жюлиа, Фекете, Валирона, Монтея, семейство областей Лёвнера, уравнения Лёвнера, уравнение Лёвнера – Куфарева, интегральное представление функций класса Базилевича ( две структурные формулы).</p> <p><b>Не умеет</b> исследовать нормальность семейств, использовать уравнения Левнера для оценки модуля, аргумента, начальных коэффициентов для различных классов однолистных функций.</p> <p><b>Не владеет</b> понятийным</p>	<p><b>Знает</b> теорему Каратеодори, теорему Радо, основной признак нормальности, теоремы Пикара, Монтея, семейство областей Лёвнера, уравнения Лёвнера, уравнение Лёвнера – Куфарева, интегральное представление функций класса Базилевича ( одна структурная формула).</p> <p><b>Умеет</b> исследовать нормальность семейств, использовать уравнения Левнера для оценки модуля, аргумента, начальных коэффициентов для различных классов однолистных функций. , но допускает ошибки.</p> <p><b>Слабо владеет</b> понятийным</p>	<p><b>Знает</b> теорему Каратеодори, теорему Радо, основной признак нормальности, теоремы Пикара, Монтея, семейство областей Лёвнера, уравнения Лёвнера, уравнение Лёвнера – Куфарева, интегральное представление функций класса Базилевича ( две структурные формулы). Знает взаимосвязь математических понятий.</p> <p><b>Умеет</b> без ошибок исследовать нормальность семейств, использовать уравнения Левнера для оценки модуля, аргумента, начальных коэффициентов для различных классов однолистных функций.</p>	<p><b>Знает</b> теорему Каратеодори, теорему Радо, основной и обобщенный признак нормальности, теоремы Пикара, Жюлиа, Фекете, Валирона, Монтея, семейство областей Лёвнера, уравнения Лёвнера, уравнение Лёвнера – Куфарева, интегральное представление функций класса Базилевича ( две структурные формулы). Знает взаимосвязь математических понятий.</p>

	<p>аппаратом теории функций комплексного переменного; Не владеет методами постановки, анализа и решения задач геометрической теории функций комплексного переменного.</p>	<p>аппаратом теории функций комплексного переменного; Слабо владеет методами постановки, анализа и решения задач геометрической теории функций комплексного переменного.</p>	<p><b>Владеет</b> понятийным аппаратом теории функций комплексного переменного; владеет методами постановки, анализа и решения задач геометрической теории функций комплексного переменного.</p>	<p><b>Умеет</b> без ошибок исследовать нормальность семейств, использовать уравнения Левнера для оценки модуля, аргумента, начальных коэффициентов для различных классов однолистных функций.</p> <p><b>Владеет</b> понятийным аппаратом теории функций комплексного переменного; владеет методами постановки, анализа и решения нестандартных задач геометрической теории функций комплексного переменного. Отлично ориентируется в математических источниках информации</p>
--	---	--	--	---



## Оценочные средства

### 1.1 Задания для текущего контроля

- 1) **Задания для оценки компетенции ПК-1.** (Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий)

### Примерные варианты контрольных работ

#### **Контрольная работа №1**

##### **Вариант 1**

1. Получить уравнение Лёвнера для полосы.
2. Решить задачу для уравнения Лёвнера с заданной постоянной управляющей функцией.

##### **Вариант 2**

1. Получить уравнение Лёвнера для полуплоскости.
2. Решить задачу для уравнения Лёвнера с заданной постоянной управляющей функцией.

**Методические рекомендации.** Контрольная работа по дисциплине «Спецкурс 6.1 Эволюционные семейства конформных отображений» проводится в письменном виде. Учебным планом по направлению подготовки 02.04.01 «Математика и компьютерные науки» предусмотрены 2 контрольных работы. Подготовка студента к контрольной работе осуществляется в период лекционных и практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, основной и дополнительной литературой по дисциплине.

**Критерии оценивания.** Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий, зависит от полноты решения и правильности ответа. Общие требования к выполнению заданий: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Имеется верное доказательство утверждения и обоснованно получен верный ответ - 2 балла.

Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - 1 балл.

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше - 0 баллов.

#### Задания для практических занятий

**Тема 1. Теоремы сходимости для конформного отображения последовательности областей**

Разбор теорем: об основном и обобщенном признаке нормальности. Примеры нормальных семейств. Примеры сходимости областей.

### **Тема 2. Семейство областей Лёвнера**

Построение семейств областей Лёвнера для круга, полуплоскости, полосы.

### **Тема 3. Уравнения Лёвнера**

Интегрирование уравнения Лёвнера с различными управляющими функциями

*Методические рекомендации.* Решение и разбор задач осуществляется во время практических занятий. Рекомендуется проводить текущий контроль знаний и умений вначале занятия после изучения соответствующих тем разделов. Подготовка студента к проверочной работе осуществляется в период лекционных и практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы.

Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, основной и дополнительной литературой по дисциплине.

*Критерии оценивания.* Общие требования к выполнению заданий: решение должно быть математически грамотным, полным. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Имеется верное доказательство утверждения и обоснованно получен верный ответ - 1 балл.

Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - 0,5 баллов.

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше - 0 баллов.

**2) Задания для оценки компетенции УК-1.** (Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач)

### **Примерные варианты контрольных работ**

### **Контрольная работа №2**

1. Получить оценку предлагаемого функционала методом оптимального управления.

2. Описать экстремальные функции вопроса 1.

*Методические рекомендации.* Контрольная работа по дисциплине «Спецкурс 6.1 Эволюционные семейства конформных отображений» проводится в письменном виде. Учебным планом по направлению подготовки 02.04.01 «Математика и компьютерные науки» предусмотрены 2 контрольных работы. Подготовка студента к контрольной работе осуществляется в период лекционных и практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, основной и дополнительной литературой по дисциплине.

*Критерии оценивания.* Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий, зависит от полноты решения и правильности ответа. Общие требования к выполнению заданий: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. За решение, в котором обоснованно получен

правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Имеется верное доказательство утверждения и обоснованно получен верный ответ - 2 балла.

Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - 1 балл.

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше - 0 баллов.

### **Задания для практических занятий**

#### **Тема 4. Уравнение Лёвнера – Куфарева**

рассмотрение примеров уравнения Левнера - Куфарева для частного вида правых частей.

#### **Тема 5. Построение интегралов однолистных функций с помощью уравнения Лёвнера – Куфарева**

Геометрические характеристики звездообразных, выпуклых, линейно – достижимых (почти выпуклых) функций.

#### **Тема 5. Класс функций Базилевича**

Доказательства свойств функций класса Базилевича.

#### **Тема 6. Методы решения экстремальных задач на классах однолистных функций**

Отработка оценивания коэффициентного функционала различными методами теории однолистных функций.

*Методические рекомендации.* Решение и разбор задач осуществляется во время практических занятий. Рекомендуется проводить текущий контроль знаний и умений в начале занятия после изучения соответствующих тем разделов. Подготовка студента к проверочной работе осуществляется в период лекционных и практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы.

Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, основной и дополнительной литературой по дисциплине.

*Критерии оценивания.* Общие требования к выполнению заданий: решение должно быть математически грамотным, полным. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Имеется верное доказательство утверждения и обоснованно получен верный ответ - 1 балл.

Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - 0,5 баллов.

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше - 0 баллов.

## **1.2 Промежуточная аттестация**

### **Методические указания.**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Спецкурс 6.1 Эволюционные семейства конформных отображений» проводится в виде устного экзамена в 3 семестре. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период лекционных и

практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, основной и дополнительной литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

**Критерии оценивания.** Во время зачета или экзамена студент должен дать развернутый ответ на вопросы, изложенные в билете. Преподаватель вправе задавать дополнительные вопросы по всему изучаемому курсу.

Во время ответа студент должен продемонстрировать знания по теории однолистных функций.

Студент должен уметь: исследовать нормальность семейств, использовать уравнения Левнера для оценки модуля, аргумента, начальных коэффициентов для различных классов однолистных функций.

Студент должен владеть: методами постановки, анализа и решения задач геометрической теории функций комплексного переменного, навыками самостоятельного решения задач теоретического и прикладного характера.

Полнота ответа определяется показателями оценивания планируемых результатов обучения (раздел 2).

#### 1) Список вопросов к экзамену:

<i>Вопрос</i>	<i>Компетенция в соответствии с РПД</i>
1. Теорема Каратеодори	ПК- 1, УК - 1
2. Теорема Радо	ПК- 1, УК - 1
3. Основной признак нормальности	ПК- 1, УК - 1
4. Обобщенный признак нормальности	ПК- 1, УК - 1
5. Теорема Пикара	ПК- 1, УК - 1
6. Теорема Жюлиа.	ПК- 1, УК - 1
7. Теорема Фекете.	ПК- 1, УК - 1
8. Теоремы Валирона.	ПК- 1, УК - 1
9. Теорема Монтеля.	ПК- 1, УК - 1
10. Семейство областей Лёвнера. Леммы о сходимости.	ПК- 1, УК - 1
11. Уравнения Лёвнера.	ПК- 1, УК - 1
12. Обобщённое уравнение Лёвнера.	ПК- 1, УК - 1
13. Уравнение Лёвнера – Куфарева.	ПК- 1, УК - 1
14. Интегральное представление функций класса Базилевича ( две структурные формулы)	ПК- 1, УК - 1
15. Геометрическая интерпретация функций Базилевича.	ПК- 1, УК - 1

**2.1) Контрольные задания к экзамену для оценки компетенции ПК-1.** (Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий) **и для оценки компетенции УК-1.** (Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач)

**Методические указания.**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Спецкурс 6.1» проводится в виде устного экзамена в 3 семестре. Промежуточная аттестация состоит из ответов на вопросы теста и ответа на вопрос по теории. Подготовка студента к выполнению тестового контрольного задания осуществляется в период лекционных занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, основной и дополнительной литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

**Критерии оценивания.** Во время зачета студент должен дать правильные ответы на 80% вопросов теста

**Вариант части теста для оценки ПК-1**

- 1) Может ли точка быть ядром последовательности областей?
- 2) Какому классу принадлежит функция ядра Шварца?
- 3) Однолистная ли сумма однолистных функций?
- 4) Приведите оценку модуля функции класса Каратеодори
- 5) На какую область отображает единичный круг функция Пика?

**Вариант части теста для оценки УК-1**

- 6) Получить оценки модуля и аргумента функции класса  $S$  с помощью уравнения Левнера

ФОС для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры математического анализа (протокол № 1 от 29 августа 2022 г.)

Автор  
Доцент, к.ф.-м.н., доцент



Разумовская Е.В.