

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»
Механико-математический факультет

СОГЛАСОВАНО
заведующий кафедрой геометрии


Галаев С.В.
" 1 " июня 2023 г.

УТВЕРЖДАЮ
председатель НМК механико-
математического факультета


Тышкевич С.В.
" 1 " июня 2023 г.

Фонд оценочных средств
текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Г е о м е т р и я

Направление подготовки
44.03.01 – Педагогическое образование

Профиль подготовки
Математическое образование

Квалификация (степень) выпускника
бакалавр

Форма обучения
очная

Саратов,
2023

Карта компетенций

| Контролируемые компетенции (шифр компетенции) | Индикаторы достижения компетенций | Планируемые результаты обучения (знает, умеет, владеет, имеет навык) | Виды заданий и оценочных средств |
|--|---|---|---|
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | 1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи. | Знать: – специфику и постановку основных задач геометрии; – способы и приемы формализации математических и практических задач геометрическими методами. Уметь: – анализировать задачи, выделяя ее базовые составляющие; – осуществлять декомпозицию задачи. Владеть: – навыками анализа задачи с выделением ее базовых составляющих. | Разноуровневые задачи и задания. Контрольная работа |
| | 2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. | Знать: - основные источники информации по геометрии и ее применению в математике и компьютерных науках. Уметь: – находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. Владеть: – навыками работы с информацией из различных источников. | Разноуровневые задачи и задания. Контрольная работа |
| | 3.1_Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки. | Знать: – типологию основных задач геометрии – золотое правило методики: лучше решить одну задачу десятью способами (оценивая при этом их достоинства и недостатки), чем десять задач – одним. Уметь: – оценить достоинства и недостатки различных вариантов решения задач при применении различных геометрических методов в математике и компьютерных науках. Владеть: – навыками выбора оптимального способа решения для поставленной задачи. | Разноуровневые задачи и задания. Контрольная работа |
| | 4.1_Б.УК-1. | Знать: | Разноуровневые |

| | | | |
|--|--|--|--|
| | Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности. | – основные законы логики и логические правила аргументированности рассуждений. Уметь: - на основе этих законов и правил логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь; - отличать логически строгие рассуждения и доказательства от суждений эвристических, интуитивных Владеть: – навыками формирования собственных суждений и оценок в области применения методов геометрии; – навыками грамотного, логичного и аргументированного изложения своей позиции по вопросам применения геометрических методов. | задачи и задания. Контрольная работа |
| | 5.1_Б.УК-1. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи. | Знать: – применение методов геометрии в математике, в компьютерных науках и в практике. Уметь: – находить взаимосвязь последствий возможных решений задачи с уже решенными задачами геометрии. Владеть: – навыками определения и оценивания практических последствий возможных решений данной задачи с теоретическими задачами, которые еще предстоит решить, а также с задачами приложений и практики. | Разноуровневые задачи и задания. Контрольная работа |
| ПК-1 Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего | 1.1_Б.ПК-1. Воспроизводит основные теоретические положения и решает типовые задачи по дисциплинам высшей математики, являющимся теоретическими основами школьного курса математики (теория чисел, алгебра, | Знать: – аксиоматические основы и основные теоретические положения различных геометрических дисциплин; – связь различных разделов геометрии с разделами школьного курса геометрии – планиметрией и стереометрией Уметь: – применять различные методы геометрии для решения теоретических и практических задач геометрии Владеть: – логикой рассуждений и пространственным представлением для решения теоретических и практических задач школьного курса | Разноуровневые задачи и задания. Контрольная работа |

| | | | |
|--|---|---|--|
| образования, по программам дополнительного образования детей | геометрия, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика) | геометрии | |
| | 2.1_Б.ПК-1. Объясняет учебный математический материал (в рамках программ основного общего и среднего общего образования) и решает и объясняет решение задач элементарной математики | Знать: – логическое строение школьного курса геометрии. Уметь: – донести до своих будущих учеников, что геометрия призвана развить в них логическое мышление и пространственное представление и интуицию. Владеть: – умением так объяснять геометрический материал, чтобы его освоение способствовало развитию в учащихся названных качеств. | Разноуровневые задачи и задания. Контрольная работа |
| | 3.1_Б.ПК-1. Проводит контекстный анализ учебных математических текстов | Знать: – логические законы логико-вербального строения основных компонентов математического текста – понятий и их определений, формулировок математических теорем, строений математических теорий. Уметь: – логически грамотно формулировать определения математических понятий; – анализировать строение математических теорем и уметь преобразовывать равносильным образом их структуру. Владеть: – общелогическими методами доказательства геометрических теорем; – геометрическими методами доказательства геометрических теорем. | Разноуровневые задачи и задания. Контрольная работа |
| | 4.1_Б.ПК-1. Проводит контекстный анализ учебных, учебно-методических материалов, анализ педагогических ситуаций, решает педагогические задачи | Знать: – особенности различных учебных и учебно-методических материалов по геометрии, – виды типичных педагогических ситуаций на уроках геометрии, – типологию педагогических задач на уроках геометрии. Уметь: – выбрать необходимые учебные и учебно-методические материалы для занятий по геометрии, – анализировать на практике реальные | Разноуровневые задачи и задания. Контрольная работа |

| | | | |
|--|---|---|---|
| | | <p>педагогические ситуации на уроках геометрии, – решать практические педагогические задачи, которые могут возникнуть на уроках геометрии. Владеть: – методами контекстного анализа учебных и учебно-методических материалов по геометрии, – методами разрешения педагогических ситуаций различных типов на уроках геометрии, – методами решения практических педагогических задач различных типов на уроках геометрии.</p> | |
| | <p>5.1_Б.ПК-1. Проводит и анализирует учебные занятия по программам основного общего и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей</p> | <p>Знать: – методико-педагогическую теорию проведения учебных занятий по геометрии различных типов. Уметь: – на практике проводить такие занятия по школьному курсу геометрии. Владеть: – методами психолого-педагогического анализа учебных занятий по программам основного общего и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей по курсу геометрии.</p> | <p>Разноуровневые задачи и задания. Контрольная работа</p> |

Показатели оценивания планируемых результатов обучения

| Семестр | Шкала оценивания | | | |
|---------|--|---|--|--|
| | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 2 | <p>Не знает: определений большинства базовых терминов и понятий векторной алгебры и аналитической геометрии; существа метода координат в исследовании геометрических фигур на плоскости и в пространстве.</p> <p>Не умеет: применять векторный и координатный методы к исследованию свойств геометрических фигур на плоскости и в пространстве.</p> <p>Не владеет: пониманием места математики и геометрии в общей картине мира; понятийным аппаратом геометрии; логическими методами доказательства геометрических утверждений; навыками работы с источниками математической информации.</p> | <p>Обнаруживает понимание некоторых базовых категорий и концепций векторно-координатного метода исследования геометрических фигур на плоскости и в пространстве.</p> <p>Приводит некоторые основные формулы этого метода. Другие формулы, приводимые преподавателем, может опознать.</p> <p>Плохо умеет составлять алгебраические уравнения геометрических фигур в различных системах координат на плоскости и в пространстве и исследовать свойства этих фигур по их алгебраическим уравнениям.</p> <p>Допускает ошибки в ходе преобразований алгебраических выражений.</p> <p>Слабо владеет методами аргументации и доказательства геометрических теорем.</p> | <p>Хорошо ориентируется в определениях всех базовых терминов и понятий векторной алгебры и аналитической геометрии. В форме теорем формулирует свойства геометрических понятий; не всегда достаточно аргументированно умеет доказывать эти теоремы.</p> <p>Умеет выводить основные формулы векторно-координатного метода исследования геометрических фигур на плоскости и в пространстве.</p> <p>Умеет составлять алгебраические уравнения геометрических фигур в различных системах координат на плоскости и в пространстве по их геометрическим описаниям.</p> <p>Недостаточно уверенно умеет исследовать свойства этих фигур по полученным алгебраическим уравнениям.</p> | <p>Отлично ориентируется в определениях всех базовых терминов и понятий векторной алгебры и аналитической геометрии. В форме теорем формулирует свойства геометрических понятий и умеет аргументированно доказывать эти теоремы.</p> <p>Умеет выводить все формулы векторно-координатного метода исследования геометрических фигур на плоскости и в пространстве.</p> <p>Умеет составлять алгебраические уравнения геометрических фигур в различных системах координат на плоскости и в пространстве по их геометрическим описаниям и исследовать свойства этих фигур по полученным алгебраическим уравнениям.</p> |

| | | | | |
|---|---|--|--|--|
| 5 | <p>Не знает: определений большинства базовых терминов и понятий теории геометрических преобразований на плоскости, теории многогранников; основных положений теории изображений пространственных фигур на плоскости; основных положений геометрии Лобачевского.</p> <p>Не умеет: применять методы теории геометрических преобразований на плоскости к решению геометрических задач; методы теории изображений к решению аффинных и метрических задач для плоских и пространственных фигур.</p> <p>Не владеет: существом аксиоматического метода в математике и в геометрии и обоснованием евклидовой геометрии на основе различных систем аксиом (Гильберта, Вейля).</p> | <p>Обнаруживает знание некоторых базовых понятий, категорий и концепций теории геометрических преобразований на плоскости, теории многогранников; теории изображений пространственных фигур на плоскости; геометрии Лобачевского</p> <p>Слабо умеет применять методы теории геометрических преобразований на плоскости к решению геометрических задач. Ошибается при решении аффинных и метрических задач для плоских и пространственных фигур. В частности, при построении сечений многогранников и круглых тел.</p> <p>Не умеет доказывать теоремы евклидовой геометрии, основываясь на системах аксиом Гильберта и Вейля.</p> <p>Плохо ориентируется в метатеориях аксиоматических теорий, т.е. в свойствах аксиоматических теорий.</p> | <p>Характеризует с общей точки зрения основные методы исследования геометрических фигур на плоскости и в пространстве, выработанные геометрической наукой на протяжении 2000 лет.</p> <p>Хорошо знает определения большинства базовых терминов и понятий теории геометрических преобразований на плоскости, теории многогранников; основных положений теории изображений пространственных фигур на плоскости; основных положений геометрии Лобачевского.</p> <p>Умеет решать задачи о геометрических преобразованиях на плоскости и их применении к решению задач планиметрии.</p> <p>Умеет строить сечения многогранников и круглых тел плоскостями.</p> <p>Нетвердо решает на метрически определенных изображениях метрические задачи.</p> | <p>Отлично знает определения всех базовых терминов и понятий теории геометрических преобразований на плоскости, теории многогранников; основных положений теории изображений пространственных фигур на плоскости; основных положений геометрии Лобачевского.</p> <p>Умеет применять методы теории геометрических преобразований на плоскости к решению геометрических задач; методы теории изображений к решению аффинных и метрических задач для плоских и пространственных фигур.</p> <p>Структурирует основные методы исследования геометрических фигур на плоскости и в пространстве, выработанные геометрической наукой на протяжении 2000 лет, владеет особенностями этих методов, осознает их достоинства и ограниченность.</p> <p>Прекрасно владеет существом аксиоматического метода в математике, в геометрии и в школьном математическом образовании.</p> |
|---|---|--|--|--|

Оценочные средства

1. Задания для оценки «УК-1»

1. Кейс-задача – не предусматривается.
2. Доклад – не предусматривается.
3. Реферат - не предусматривается.
4. Контрольная работа

ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ.

Контрольная работа № 1

Векторная алгебра, аналитическая геометрия на плоскости

1. Векторы \vec{a} и \vec{b} составляют угол 45° . Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} - 2\vec{b}$ и $3\vec{a} + 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 5$.
2. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, вычислить: $(\vec{a} + \vec{b})^2$.
3. На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты трех точек: $A(3;1), B(6;4), C(3;7)$. Найти: координаты вектора \vec{CA} ; длину отрезка AB ; площадь треугольника ABC ; угол B .
4. Относительно декартовой системы координат даны координаты вершин треугольника: $A(5;7), B(-3;1), C(0;-3)$. Составить уравнения: стороны AB ; медианы, проведенной из вершины C ; высоты, опущенной из вершины A на сторону BC .
5. В данной системе координат эллипс имеет каноническое уравнение. Составить это уравнение, зная, что расстояние между фокусами равно 6, большая полуось равна 10. Найти: эксцентриситет эллипса; уравнения директрис; расстояние от правого фокуса до ближайшей директрисы.
6. В данной системе координат парабола имеет каноническое уравнение. Составить это уравнение, зная, что расстояние от фокуса до директрисы равно 4. Найти: координаты фокуса; уравнение директрисы.
7. Определить угол между асимптотами гиперболы, у которой расстояние между фокусами вдвое больше расстояния между директрисами.
8. Через фокус эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{15} = 1$ проведен перпендикуляр к его большой оси. Определить расстояния от точек пересечения этого перпендикуляра с эллипсом до фокусов.

9. Привести общее уравнение линии второго порядка к каноническому виду. К задаче сделать чертеж, изобразив на нем кривую γ и координатные системы, вводимые по ходу решения:

- a) $\gamma: 5y^2 + 12xy - 12x - 22y - 19 = 0;$
- b) $\gamma: 5x^2 + 6xy + 5y^2 - 16x - 16y - 16 = 0;$
- c) $\gamma: 6xy - 8y^2 + 12x - 26y - 11 = 0.$

Контрольная работа № 2

Векторная алгебра, аналитическая геометрия в пространстве

1. Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, образующие правую тройку, взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 2, |\vec{c}| = 3$, вычислить $\vec{a} \vec{b} \vec{c}$.
2. Проверить, что вектор $\vec{a}(4, -1, 1), \vec{b}(1, 8, -5), \vec{c}(-1, 1, 1)$ образуют базис в пространстве.
3. В пространстве относительно декартовой системы координат даны координаты четырех точек: $A(0; 3; 3), B(-3; 5; 1), C(6; 7; 3); D(3; -2; -1)$. Найти объем тетраэдра $ABCD$.
4. Составить уравнение плоскости, параллельной плоскости $x - 2y + 2z + 5 = 0$ и удаленной от точки $M(3; 4; -2)$ на расстояние $d = 5$.
5. На оси Oy найти точку, отстоящую от плоскости $x + 2y - 2z - 2 = 0$ на расстоянии $d = 4$.
6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2; 3; 4)$ и перпендикулярной прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ и $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}$.
7. В уравнении прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{n} = \frac{z}{3}$ найти параметр n , при котором эта прямая пересекается с прямой $\frac{x}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{1}$. Найти координаты точки их пересечения.
8. Относительно декартовой системы координат даны координаты четырех точек: $A(2; 3; -2), B(-1; 5; 1), C(8; 7; 3); D(5; -2; -1)$. Составить уравнения плоскостей: π_1 , проходящей через точки A, B, D ; π_2 , проходящей через точки A, C, D . Найти: отрезки, отсекаемые плоскостью π_1 на осях координат; косинус угла между плоскостями π_1 и π_2 ; каноническое уравнение прямой ℓ_1 , проходящей через точку A параллельно вектору \vec{BC} ; каноническое

уравнение прямой ℓ_2 , проходящей через начало координат O и точку A ;
косинус угла между прямыми ℓ_1 и ℓ_2 .

9. Парабола $y^2=2px$ вращается вокруг оси Ox . Найдите уравнение поверхности ее вращения.

10. Исследуйте методом сечений поверхность:

$$a \frac{x^2}{36} - \frac{(y-2)^2}{16} + \frac{(z+1)^2}{25} = 1$$

$$б \frac{(x+4)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{9} - \frac{z^2}{49} = 1$$

$$в \frac{(x-5)^2}{4} - \frac{(y+3)^2}{100} - \frac{z^2}{25} = 0$$

Методические рекомендации. Контрольные работы по дисциплине «Геометрия» проводятся в письменном виде. Учебным планом по направлению подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование» предусмотрено четыре контрольных работы – по две во 2-ом и 5-ом семестрах.

Подготовка студента к контрольной работе осуществляется в период лекционных и практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

Критерии оценивания. Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий, зависит от полноты решения и правильности ответа. Общие требования к выполнению заданий: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов. Имеется верное доказательство утверждения и обоснованно получен верный ответ - 2 балла. Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - 1 балл. Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше - 0 баллов.

5) Тесты - не предусматриваются.

6) Задания для практических занятий

План практических занятий написан в форме вопросов для текущего контроля

знаний.

Вопросы для текущего контроля знаний на практических занятиях

1. Сложение векторов и свойства сложения. Вычитание векторов. Умножение вектора на число (скаляр), свойства этой операции.
2. Координаты вектора на плоскости. Теорема о координатах линейной комбинации векторов. Признак коллинеарности двух векторов в координатах.
3. Скалярное произведение двух векторов и его свойства. Признак перпендикулярности двух векторов в ортонормированных (декартовых) координатах.
4. Нахождение координат вектора по координатам его начала и конца.
5. Декартова (ортонормированная) система координат. Преобразование декартовой системы координат на плоскости.
6. Сложение векторов и свойства сложения. Вычитание векторов. Умножение вектора на число (скаляр), свойства этой операции.
7. Координаты вектора на плоскости. Теорема о координатах линейной комбинации векторов. Признак коллинеарности двух векторов в координатах.
8. Скалярное произведение двух векторов и его свойства. Признак перпендикулярности двух векторов в ортонормированных (декартовых) координатах.
9. Нахождение координат вектора по координатам его начала и конца.
10. Декартова (ортонормированная) система координат. Преобразование декартовой системы координат на плоскости. Линии первого и второго порядков на плоскости и их классификация.
11. Эллипс: определение; вывод канонического уравнения; свойства.
12. Гипербола: определение; вывод канонического уравнения; свойства.
13. Парабола: определение; вывод канонического уравнения; свойства.
14. Координаты вектора в пространстве. Векторное произведение двух векторов: определение и свойства. Смешанное произведение трёх векторов: определение и свойства. Вычисление объёма тетраэдра в декартовых координатах.
15. Параметрические уравнения плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум неколлинеарным

векторам. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Общее уравнение плоскости.

16. Угол между двумя плоскостями в декартовой системе координат. Условие перпендикулярности двух плоскостей в декартовой системе координат.
17. Параметрические уравнения прямой в пространстве. Общие уравнения прямой в пространстве. Канонические уравнения прямой.
18. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
19. Цилиндрические и конические поверхности.
20. Эллипсоид. Однополостный и двуполостный гиперболоиды. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид.

Методические рекомендации. Решение задач по разделам осуществляется в аудиторские часы и в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, основной и дополнительной литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины). Задания оформляются в отдельной тетради. Условие задачи должно быть переписано полностью. Решение выполняется в логической последовательности с пояснениями и краткими формулировками производимых действий. Работы, выполненные небрежно, без соблюдения предъявляемых требований или не своего варианта, не рассматриваются.

Критерии оценивания. Общие требования к выполнению заданий: решение должно быть математически грамотным, полным. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Имеется верное доказательство утверждения и обоснованно получен верный ответ - 2 балла.

Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - 1 балл.

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше - 0 баллов.

2. Задания для оценки «ПК-1»

1. Кейс-задача – не предусматривается.

2. Доклад – не предусматривается.

3. Реферат - не предусматривается.

4. Контрольная работа

ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ.

Контрольная работа № 3

Построения на плоскости с помощью циркуля и линейки.

Преобразования плоскости и их применение к решению задач на построение

1. Даны точка A на прямой l и точка A , не лежащая на прямой l . На прямой l найти точку M так, чтобы сумма $AM+MB$ была бы равна данному отрезку PQ .

2. Дан треугольник ABC . Построить отрезок DE , параллельный прямой AC так, чтобы точки D и E лежали на сторонах AB и BC соответственно и $DE=AD+EC$.

3. Постройте точку M , из которой данный отрезок AB виден под углом 45° , удаленную от данной окружности ω на длину данного отрезка a .

4. Построить квадрат по сумме его стороны и диагонали $a+d$.

5. Построить касательную к данной окружности ω , проходящую через данную точку A .

6. С помощью циркуля и линейки постройте треугольник по трем его элементам:

1) a, b, c ; 2) a, b, C ; 3) a, b, A ; 4) a, A, B ; 5) a, B, C ;
6) a, h_a, h_b ; 7) a, h_b, h_c ; 8) h_a, h_b, h_c ; 9) a, m_a, m_b ; 10) a, m_b, m_c ;

11) m_a, m_b, m_c ; 12) a, b, m_c ; 13) a, b, m_a ; 14) a, l_A, l_B ;

15) a, l_B, l_C ; 16) a, b, l_A ; 17) a, b, l_C ; 18) l_A, l_B, l_C

7. Даны отрезки a, b, c, d, e, f . Постройте отрезки (алгебраический метод):

$$x_1 = \frac{(a^2 + b^2)cd}{ef\sqrt{ab}}, \quad x_2 = \sqrt{cd} \frac{abc}{df\sqrt{df}}, \quad x_3 = \sqrt{a^2 - b^2} \frac{d^2 - c^3}{e^2 + f^2}.$$

8. Даны окружность и прямая. Построить отрезок равный и параллельный данному отрезку, один конец которого принадлежит данной окружности, а другой – данной прямой. (Метод параллельного переноса).

9. Дан угол ABC и точка P внутри него. Провести через точку P прямую, отрезок которой заключенный между сторонами угла ABC , делится в точке P пополам. (Метод центральной симметрии).

10. Постройте равносторонний треугольник, вершины которого лежали бы на трех данных параллельных прямых. (Метод поворота).

11. Постройте четырехугольник $ABCD$ по четырем сторонам a, b, c, d , если известно, что его диагональ AC делит угол A пополам. (Метод осевой симметрии).

12. В данный треугольник ABC впишите квадрат, две вершины которого лежат на стороне AC треугольника, а две другие – на сторонах AB и BC соответственно. (Метод подобия (гомотетии)).

Контрольная работа № 4

Методы изображений пространственных фигур на плоскости

1. Дано изображение правильного треугольника в параллельной проекции. Построить изображения перпендикуляров, опущенных из точки, лежащей на одной из сторон треугольника, на медианы треугольника.

2. Дано изображение в параллельной проекции прямоугольного треугольника, у которого один из катетов в два раза больше другого. Построить изображение биссектрисы его прямого угла.

3. Дано изображение окружности в параллельной проекции. Построить изображение квадрата, вписанного в окружность, если одна из его вершин задана.

4. Дано изображение окружности. Постройте изображение правильного n -угольника ($n = 3, 4, 5, 6$), вписанного в эту окружность.

5. Дано изображение окружности. Постройте изображение правильного n -угольника ($n = 3, 4, 5, 6$), описанного около этой окружности.

6. Дано изображение фигуры Φ (призма, пирамида, цилиндр, конус). Задайте на чертеже точки P, Q, R . Постройте сечение фигуры Φ плоскостью PQR . Решите задачу методом следов и методом внутреннего проектирования.

7. Дано изображение правильной треугольной пирамиды, высота которой равна стороне основания. Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середину высоты параллельно высотам боковых граней, проведенных из одной вершины основания.

8. Дано изображение куба. Постройте изображение перпендикуляра, проведенного из его вершины к диагонали.

9. Дано изображение куба. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через его вершину перпендикулярно диагонали.

Методические рекомендации. Контрольные работы по дисциплине «Геометрия» проводятся в письменном виде. Учебным планом по направлению

подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование» предусмотрено четыре контрольных работы – по две во 2-ом и 5-ом семестрах.

Подготовка студента к контрольной работе осуществляется в период лекционных и практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

Критерии оценивания. Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий, зависит от полноты решения и правильности ответа. Общие требования к выполнению заданий: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов. Имеется верное доказательство утверждения и обоснованно получен верный ответ - 2 балла. Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - 1 балл. Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше - 0 баллов.

5) Тесты - не предусматриваются.

б) Задания для практических занятий

План практических занятий написан в форме вопросов для текущего контроля знаний

Вопросы для текущего контроля знаний на практических занятиях

5 семестр

1. Задачи на построение циркулем и линейкой. Основные методы решения. Общая схема решения задачи на построение. Сущность алгебраического метода и образцы задач, решаемых им. Построение правильных многоугольников.
2. Параллельный перенос, осевая симметрия, поворот вокруг точки, центральная симметрия, скользящая симметрия: определения и основные свойства, аналитическая запись.
3. Движения (перемещения) плоскости и их свойства. Движения 1-го рода и движения 2-го рода. Аналитическое выражение движения. Теорема Шаля о классификации движений 1-го и 2-го рода. Группа

всех движений плоскости и её подгруппы. Группы симметрий геометрических фигур.

4. Преобразования подобия и гомотетия: определения и основные свойства. Подобие фигур. Группа преобразований подобия. Применение преобразований подобия и гомотетии к решению задач.
5. Аффинные преобразования плоскости и их свойства. Аналитическое выражение аффинных преобразований плоскости. Группа аффинных преобразований. Аффинная эквивалентность фигур. Групповой подход к геометрии. Эрлангенская программа Ф.Клейна. Приложение преобразований плоскости к решению задач на построение (общая логическая схема).
6. Параллельное проектирование и его свойства. Центральное проектирование и его свойства. Изображение треугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции и правильного шестиугольника при параллельном проектировании. Теорема Польке-Шварца об изображении пространственного четырёхугольника (тетраэдра) при параллельном проектировании. Изображение основных пространственных фигур: призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.
7. Полные и неполные изображения. Позиционные задачи на полных изображениях. Построение плоских сечений призм, пирамид, цилиндров и конусов методами следов и внутреннего проектирования.
8. Метрическая определенность изображения плоских и пространственных фигур. Метрические задачи и методы их решения: метод учёта проекционных и метрических свойств оригинала и метод эффективного использования оригинала.
9. Понятие многогранника и выпуклого многогранника. Теорема Эйлера для выпуклых многогранников. Правильные многогранники: существование точно пяти типов правильных многогранников. Группы симметрий правильных многогранников.
10. Понятие об аксиоматическом методе: первоначальные понятия, аксиомы, теоремы. Интерпретация системы аксиом. Изоморфизм структур. Непротиворечивость, полнота, категоричность и независимость системы аксиом.

11. Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Критика системы Евклида. Пятый постулат Евклида, история его доказательства, и его эквиваленты.
12. Подход Д.Гильберта к обоснованию евклидовой геометрии: первоначальные понятия и система аксиом.
13. Абсолютная геометрия: её простейшие теоремы. Теоремы Саккери-Лежандра. Эквивалентность аксиомы параллельности и пятого постулата Евклида. Эквивалентность аксиомы параллельности Евклида и утверждения о том, что сумма мер внутренних углов любого треугольника равна $2d$.
14. Непротиворечивость системы аксиом Гильберта. Категоричность евклидовой геометрии, построенной на базе системы аксиом Гильберта. Независимость системы аксиом Гильберта евклидовой геометрии.
15. Подход Г.Вейля к обоснованию евклидовой геометрии. Векторное пространство V^3 и его свойства. Евклидово векторное пространство V^3 и его свойства. Евклидово точечное пространство E^3 и его свойства (система аксиом Вейля). Определения геометрических фигур и простейшие теоремы.
16. Непротиворечивость системы аксиом Вейля. Категоричность евклидовой геометрии, построенной на базе системы аксиом Вейля.
17. Логическая эквивалентность систем аксиом Вейля и Гильберта.
18. Н.И.Лобачевский и всемирно-историческое значение его открытия. Аксиома параллельности Лобачевского и понятие о его геометрии.
19. Непротиворечивость системы аксиом геометрии Лобачевского. Модели Кэли-Клейна, Пуанкаре, Бельтрами.

Методические рекомендации. Решение задач по разделам осуществляется в аудиторные часы и в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, основной и дополнительной литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины). Задания оформляются в отдельной тетради. Условие задачи должно быть переписано полностью. Решение выполняется в логической последовательности с пояснениями и краткими формулировками производимых действий. Работы, выполненные небрежно, без соблюдения предъявляемых требований или не своего варианта, не рассматриваются.

Критерии оценивания. Общие требования к выполнению заданий: решение должно быть математически грамотным, полным. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Имеется верное доказательство утверждения и обоснованно получен верный ответ - 2 балла.

Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - 1 балл.

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше - 0 баллов.

ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Методические указания. Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Геометрия» во 2-ом и в 5-ом семестрах является экзамен. Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период лекционных и практических занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, практических занятий, литературой по дисциплине (см. перечень литературы в рабочей программе дисциплины).

Экзамен проводится в виде ответа на экзаменационный билет, состоящий из двух вопросов. Задаются еще два – три дополнительных вопроса из перечня контрольных вопросов к курсу. На прохождение аттестации студенту отводится 30 минут.

При проведении промежуточной аттестации:

ответ на «отлично» оценивается от 85 до 100 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 71 до 84 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 56 до 70 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 55 баллов.

Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Геометрия» в оценку (экзамен):

| | |
|-----------------|-----------------------|
| менее 55 баллов | «неудовлетворительно» |
| 56 – 70 баллов | «удовлетворительно» |

| | |
|-----------------|-----------|
| 71 – 84 баллов | «хорошо» |
| 85 – 100 баллов | «отлично» |

Критерии оценивания. Во время экзамена студент должен дать развернутый ответ на вопросы, изложенные в билете. Преподаватель вправе задавать дополнительные вопросы по всему изучаемому курсу. Полнота ответа определяется показателями оценивания планируемых результатов обучения.

СПИСОК ВОПРОСОВ К ПРОМЕЖУТОЧНЫМ АТТЕСТАЦИЯМ 2 семестр (экзамен)

| № | Вопрос | Компетенция в соответствии с РПД |
|----|--|----------------------------------|
| 1. | Понятие вектора и сопутствующие понятия. Операции над векторами в пространстве и их свойства. | УК-1, ПК-1 |
| 2. | Аффинная система координат на плоскости. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Полярная система координат на плоскости и её связь с декартовой системой координат. | УК-1, ПК-1 |
| 3. | Прямая на плоскости и в пространстве, способы задания и виды уравнений. Взаимное расположение двух прямых. | УК-1, ПК-1 |
| 4. | Линии на плоскости и их классификация. | УК-1, ПК-1 |
| 5. | Ориентация пространства. Переход от ортонормированной системы координат к ортонормированной. | УК-1, ПК-1 |
| 6. | Плоскости как алгебраические поверхности первого порядка. Способы задания плоскости, виды уравнений. Взаимное расположение двух плоскостей, плоскости и прямой в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. | УК-1, ПК-1 |
| 7. | Угол между двумя плоскостями в декартовой системе координат. | ПК-1 |

| | | |
|----|--|------|
| 8. | Поверхности второго порядка. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности. Поверхности вращения. | ПК-1 |
|----|--|------|

5 семестр (экзамен)

| № | Вопрос | Компетенция в соответствии с РПД |
|----|--|----------------------------------|
| 1. | Формулировка задачи на построение, схема её решения. Система аксиом построения с помощью циркуля и линейки. | УК-1, ПК-1 |
| 2. | Простейшие построения на плоскости с помощью циркуля и линейки. Методы решения задач на построение. | ПК-1 |
| 3. | Понятие преобразования множества, композиция преобразований и обращение преобразования. Понятие группы преобразований, её свойства. Группа всех преобразований плоскости. Классификация преобразований евклидовой плоскости. | ПК-1 |
| 4. | Постановка задачи на изображение. Методы решения задач на изображение. Теорема Польке-Шварца об изображении пространственного четырёхугольника (тетраэдра) при параллельном проектировании. Изображение основных пространственных фигур: призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара. Метрические задачи и методы их решения. | УК-1, ПК-1 |
| 5. | Понятие многогранника и выпуклого многогранника. Теорема Эйлера для выпуклых многогранников. Правильные многогранники (пять платоновых тел). | УК-1, ПК-1 |
| 6. | Аксиоматический метод построения геометрии. Системы аксиом Гильберта и Вейля евклидовой плоскости и их непротиворечивость. | ПК-1 |

| | | |
|----|--|------|
| 7. | Н.И. Лобачевский и всемирно-историческое значение его открытия. Аксиома параллельности Лобачевского, понятие о геометрии Лобачевского и основные факты геометрии Лобачевского. | ПК-1 |
|----|--|------|

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры геометрии (протокол № 16 от 1 июня 2023 года).

Авторы:

к.п.н., доцент

к.ф.-м.н., доцент

А.В. Букушева

Л.Н. Ромакина