

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан механико-математического факультета
Захаров А.М.

"27" сентября 2019 г.

Рабочая программа дисциплины

Целые функции

Направление подготовки бакалавриата

02.03.01 - «Математика и компьютерные науки»

Профиль подготовки бакалавриата

Математические основы компьютерных наук

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения

очная

Саратов,
2019

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Осипцев М.А.		27.09.19
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		27.09.19
Заведующий кафедрой	Прохоров Д.В.		27.09.19
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины «Целые функции»

В специальном курсе рассматриваются дополнительные главы теории аналитических функций. Излагается теория целых функций. Рассмотрены классы целых функций конечного порядка, целые функции экспоненциального типа. Указаны приложения теории целых функций к задачам представления аналитических функций рядами экспонент и их обобщениями.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Целые функции» относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профилю «Математические основы компьютерных наук» и является дисциплиной по выбору Б1.В.ДВ.6.

Дисциплина логически связана с общеобразовательными математическими курсами математического анализа и функционального анализа, и специальными курсами функций комплексного переменного. Для изучения дисциплины необходимо знание и понимание основных понятий и широкого многообразия результатов теории аналитических функций, математического анализа и теории функций комплексного переменного, стандартного курса функционального анализа и его дополнительных глав, а также ряда специальных курсов, предусмотренных программой по данному направлению в объеме, соответствующем четвертому курсу механико-математического факультета. Успешное освоение данной дисциплины обеспечивает студента методологией для исследования весьма широкого спектра теоретических и прикладных задач как собственно в области целых функций так и всех сопряженных дисциплин, входящих в программу бакалавриата и магистратуры по соответствующему направлению. Дисциплина тесно связана со всеми основными общими и специальными курсами, входящими в перечень курсов данного направления.

3. Результаты обучения по дисциплине «Целые функции»

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.	Знать: постановку основных задач теории однолистных функций; Уметь: – анализировать задачи, выделяя ее составляющие; – осуществлять декомпозицию задачи. Владеть: – навыками анализа задачи с выделением в характерных особенностей однолистных функций.
	2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	Знать: - основные источники информации по теории функций комплексного переменного. Уметь:

		<p>– находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p> <p>Владеть: навыками работы с информацией из различных источников.</p>
	3.1_ Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	<p>Знать: – планируемые результаты действий с однолиственными функциями</p> <p>Уметь: – оценить достоинства и недостатки различных вариантов техники работы с однолиственными функциями.</p> <p>Владеть: – навыками выбора оптимального решения для поставленной задачи.</p>
	4.1_ Б.УК-1. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.	<p>Знать: – теорему Римана, принцип максимума модуля, принцип Линделефа, теоремы площадей.</p> <p>Уметь: – проводить оценки второго коэффициента, модуля, аргумента однолистных функций.</p> <p>Владеть: – использования теоремы площадей и уравнения Левнера для решения поставленных задач.</p>
	5.1_ Б.УК-1. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.	<p>Знать: – основные характеристики классов однолистных функций</p> <p>Уметь: – оценить достоинства и недостатки различных методов решения задач для однолистных функций.</p> <p>Владеть: – навыками выбора оптимального решения для поставленной задачи.</p>
ПК-1. Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.	1.1_ Б.ПК-1. Понимает основные концепции, принципы, теории и факты, связанные с математикой, естественными науками и информационными технологиями.	<p>Знать: – основы теории однолистных функций</p> <p>Уметь: – применять методы теории функций комплексного переменного для</p>

		исследования. Владеть: – навыками отображения областей посредством элементарных функций.
	2.1_Б.ПК-1. Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности.	Знать: – постановку стандартных задач функций комплексного переменного. Уметь: – планировать схему действий для решения стандартных задач. Владеть: – приемами действий для решения стандартных задач.
	3.1_Б.ПК-1. Способен проводить научно-исследовательскую деятельность в математике и информатике.	Знать: – определение, основные свойства и критерии однолиственности. Уметь: – применять методы решения задач теории функций комплексного переменного. Владеть: – навыками профессионального математического мышления.

4. Структура и содержание дисциплины «Целые функции»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц 252 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Се- ме- ст- р	Не- д- ел- я се- м- ес- т- ра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Ле- кц	лаб	Пр- ак- т	КС- Р	СРС	СР- С	
1	Теоремы типа Фрагмена-Линделефа и рост целой функции по различным направлениям	7	1-6	6		12		18		Консультация.
2	Целые функции уточненного порядка	7	7-10	4		12	1	18		Контрольная работа.
3	Целые функции. Целые функции конечного порядка	7	10-18	8		12		17		Консультация.
Промежуточная аттестация ВСЕГО за 7 семестр- 108ч.				18		36	1	53		Зачет, контр. работа 1

4	Разложение целых функций в бесконечное произведение	8	1-6	6	7	13	1	72		Контрольная работа.
5	Целые функции экспоненциального типа	8	7-14	7	6	13		73		Консультация.
Промежуточная аттестация ВСЕГО за 8 семестр- 252 ч.				13	13	26	1	145	54	Экзамен, 1 конт. работа
Общая трудоемкость дисциплины				360 часов						

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Теорема Фрагмена-Линделефа.
2. Оценка целой функции конечного порядка снизу.
3. Теорема Вимана.
4. Уточненный порядок и его свойства.
5. Формулы для нахождения порядка и типа целой функции через ее тейлеровские коэффициенты.
6. Целые функции конечного порядка и типа. Нахождение порядка и типа целой функции через коэффициенты степенного ряда.
7. Связь между ростом целой функции и ее нулями.
8. Формула Иенсена. Нули целой функции конечного порядка.
9. Построение целой функции с заданными нулями.
10. Теорема Адамара о разложении целой функции конечного порядка в виде бесконечного произведения.
11. Теорема Бореля.
12. А-точки целой функции конечного порядка.
13. Определение и примеры целых функций экспоненциального типа.
14. Выпуклые множества. Опорная функция выпуклого множества.
15. Интегральные представления для целых функций экспоненциального типа.
16. Индикатрисса роста целой функции экспоненциального типа и ее свойства.
17. Индикатрисса роста производной.
18. Понятие об операционном исчислении.
19. О некоторых оценках снизу для целых функций конечного порядка

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины «Целые функции»

При проведении лекционных и практических занятий предусматривается использование информационных технологий, включающих пакеты стандартных статистических программ: Statistica, SPSS и др. Использование информационных технологий осуществляется, в частности, в процессе реализации активных и интерактивных форм проведения занятий.

При чтении лекций в качестве материала, иллюстрирующего возможности математического моделирования в различных ситуациях, активно используются примеры из практики обработки данных в процессе исследований в предметной области. Информационные и интерактивные технологии используются при обсуждении проблемных и неоднозначных вопросов, требующих выработки решения в ситуации неопределенности.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30 % аудиторных занятий.

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ

При обучении лиц с ограниченными возможностями используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

- для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Самостоятельная работа студентов предполагает индивидуальную работу с учебно-методическими и научными источниками: учебниками, монографиями, конспектами лекций, научными статьями. Консультации лектора помогают усвоению материала. Контроль за успеваемостью осуществляется в форме бесед учебного и творческого характера, опроса, контрольных вопросов и индивидуальных заданий.

Часть самостоятельных занятий посвящена выполнению домашних заданий и подготовке к семинарам, докладам, обсуждениям, дискуссиям. Проверка домашних заданий проводится на практических занятиях.

5.1 План практической работы

1. Определение порядка и характеристика целых функций.
2. Определение типа целых функций конечного порядка.
3. Целые функции конечного порядка и типа. Нахождение порядка и типа целой функции через коэффициенты степенного ряда.
4. Нули целой функции конечного порядка.
5. Разложение целых функций в бесконечные произведения.
6. Выпуклые множества. Нахождение опорных функций выпуклых множеств.
7. Нахождение индикатрис роста целых функций.
8. Нахождение индикатрис производных.
9. Интегральные представления целых функций экспоненциального типа.

5.2 План самостоятельной работы

Тема 1: Изучение обобщений теоремы Линделёфа.

Тема 2,3: Изучение примеров нахождения порядка и типа целой функции конечного порядка.

Тема 4: Пример разложения тригонометрических функций в бесконечные произведения.

Тема 5: Интегральные представления различных типов целых функций экспоненциального типа.

5.3 План лабораторных работ.

1. Функции сопряженные по Бореллю.
2. А-точки целой функции конечного порядка.
3. Сильно выпуклые множества.
4. Различные подходы к построению опорной функции.
5. Исследование связи между нулями целой функции и порядком целой функции.
6. Разложение целых функций в бесконечные произведения.

Контрольная работа №1

Вариант 1.

1. Доказать равенство $\prod_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{1}{2}$.
2. Пусть $\prod p_n$ и $\prod q_n$ сходятся, что можно сказать о произведении $\prod p_n * q_n$.
3. Найти область сходимости произведения $\prod_{n=1}^{\infty} (1 - z^n)$.

Вариант 2

1. Доказать равенство $\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n(n+2)}\right) = 2$.
2. Пусть $\prod p_n$ и $\prod q_n$ сходятся, что можно сказать о произведении $\prod \frac{p_n}{q_n}$.
3. Найти область сходимости произведения $\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{z^n}{2^n}\right)$.

Контрольная работа №2

Вариант 1.

Доказать справедливость разложения

1. $ctg(z) = \frac{1}{z} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2z}{z^2 + n^2 \pi^2}\right)$
2. $ch(z) = \prod_{n=0}^{\infty} \left\{1 + \left[\frac{2z}{(2n+1)\pi}\right]^2\right\}$
3. $e^{az} - e^{bz} = (a-b)ze^{\frac{(a+b)z}{2}} \prod_{n=1}^{\infty} \left[1 + \frac{(a-b)^2 z^2}{4n^2 \pi^2}\right]$.

Найти сумму ряда

4. $\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(a+n)^2}$.

Вариант 2.

Доказать справедливость разложения

1. $tg(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2z}{\left[\frac{(2n-1)^2 \pi^2}{2}\right] - z^2}\right)$
2. $sh(z) = z \prod_{n=0}^{\infty} \left\{1 + \frac{z^2}{n^2 z^2}\right\}$
3. $ch(z) - \cos(z) = z^2 \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{z^4}{4n^4 \pi^4}\right)$.

Найти сумму ряда

4. $\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + a^2}$.

Контрольная работа №3

Вариант 1

1. Определить порядок и тип целой функции
 - a) $f(z) = z^2 e^{2z} - e^{3z}$.
 - b) $f(z) = e^z \cos(z)$
 - c) $f(z) = e^{(2-i)z^2}$
2. Доказать, что порядок целой функции не изменится при дифференцировании.
3. Найти порядок и индикатрису следующих функций
 - a) $f(z) = e^z + z^2$
 - b) $f(z) = \frac{\sin(\sqrt{z})}{\sqrt{z}}$

Вариант 2

4. Определить порядок и тип целой функции
 - d) $f(z) = z^3 e^{3z} - e^z$.
 - e) $f(z) = e^z \sin(z^2)$
 - f) $f(z) = e^{(2+i)z}$
5. Доказать, что порядок целой функции не изменится при дифференцировании.
6. Найти порядок и индикатрису следующих функций
 - c) $f(z) = e^{z^n}$

$$f(z) = \frac{\sin^2(\sqrt{z})}{\sqrt{z}}$$

Вопросы к зачету (7 семестр)

1. Теоремы типа Фрагмена-Линделефа и рост целой функции по различным направлениям

Теорема Фрагмена-Линделефа.

Оценка целой функции конечного порядка снизу.

Теорема Вимана.

О некоторых оценках снизу для целых функций конечного порядка.

2. Целые функции уточненного порядка

Уточненный порядок и его свойства.

Формулы для нахождения порядка и типа целой функции через ее тейлеровские коэффициенты.

3. Целые функции. Целые функции конечного порядка

Целые функции конечного порядка и типа. Нахождение порядка и типа целой функции через коэффициенты степенного ряда.

Связь между ростом целой функции и ее нулями.

Формула Иенсена. Нули целой функции конечного порядка.

Вопросы к экзамену (8 семестр)

1 Разложение целых функций в бесконечное произведение

Построение целой функции с заданными нулями.

Теорема Адамара о разложении целой функции конечного порядка в виде бесконечного произведения.

Теорема Бореля.

A-точки целой функции конечного порядка.

2 Целые функции экспоненциального типа

Определение и примеры целых функций экспоненциального типа.

Выпуклые множества. Опорная функция выпуклого множества.

Интегральные представления для целых функций экспоненциального типа.

Индикатрисса роста целой функции экспоненциального типа и ее свойства.

Индикатрисса роста производной.

Понятие об операционном исчислении.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
7	10	0	20	10	0	20	40	100
8	5	5	20	10	0	20	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента в 7 семестре

Лекции

Посещаемость 90-100% лекционных занятий – 10 баллов

Посещаемость 60-89% лекционных занятий – 7 баллов

Посещаемость менее 60 % лекционных занятий – 3балла

Практические занятия

Правильность выполнения заданий в аудитории

90-100% - 20 баллов

80-89% - 16 баллов

70-79% - 12 баллов

60-69% - 10 баллов

Менее 60% - от 0 до 8 баллов

Самостоятельная работа

Правильность выполнения домашних заданий

90-100% - 10 баллов

80-89% - 8 баллов

70-79% - 6 баллов

60-69% - 5 баллов

Менее 60% - от 0 до 4 баллов

Другие виды учебной деятельности

Контрольная работа № 1 (от 0 до 10 баллов)

Контрольная работа № 2 (от 0 до 10 баллов)
Правильность решения задач в контрольной работе
90-100% - 20 баллов
80-89% - 16 баллов
70-79% - 12 баллов
60-69% - 10 баллов
Менее 60% - от 0 до 8 баллов

Промежуточная аттестация – зачет – от 0 до 40 баллов

Теоретический зачет проводится в устной форме в виде ответа на билеты. Каждый билет предусматривает два вопроса. Дополнительно задается два вопроса из перечня вопросов к зачету.

При проведении промежуточной аттестации
ответ на «отлично» оценивается от 31 до 40 баллов;
ответ на «хорошо» оценивается от 21 до 30 баллов;
ответ на «удовлетворительно» оценивается от 11 до 20 баллов;
ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 10 баллов.

Таблица 2.1 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Целые функции» в оценку (зачет):

65 баллов и более	«зачтено» (при недифференцированной оценке)
меньше 65 баллов	«не зачтено»

Программа оценивания учебной деятельности студента в 8 семестре

Лекции

Посещаемость 90-100% лекционных занятий – 5 баллов
Посещаемость 60-89% лекционных занятий – 3 баллов
Посещаемость менее 60 % лекционных занятий – 2 балла

Лабораторные занятия

80-100% - 5 баллов
70-79% - 4 баллов
60-69% - 3 баллов
Менее 60% - от 0 до 2 баллов

Практические занятия

Правильность выполнения заданий в аудитории
90-100% - 20 баллов
80-89% - 16 баллов
70-79% - 12 баллов
60-69% - 10 баллов
Менее 60% - от 0 до 8 баллов

Самостоятельная работа

Правильность выполнения домашних заданий
90-100% - 10 баллов
80-89% - 8 баллов
70-79% - 6 баллов
60-69% - 5 баллов
Менее 60% - от 0 до 4 баллов

Другие виды учебной деятельности

Контрольная работа № 3 (от 0 до 20 баллов)

Правильность решения задач в контрольной работе

90-100% - 20 баллов

80-89% - 16 баллов

70-79% - 12 баллов

60-69% - 10 баллов

Менее 60% - от 0 до 8 баллов

Промежуточная аттестация – экзамен – от 0 до 40 баллов

При проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 31 до 40 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 21 до 30 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 11 до 20 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 10 баллов.

Таблица 2.2 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Целые функции» в оценку

от 90 до 100 баллов	«отлично»
от 51 до 89 баллов	«хорошо»
от 65 до 79 баллов	«удовлетворительно»
меньше 64 баллов	«неудовлетворительно»

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Целые функции»

а) литература

1. Евграфов М.А. Аналитические функции. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2008. – 447. - ISBN 978-5-8114-0809-2
 2. Привалов И.И. Введение в теорию **функций** комплексного переменного [Электронный ресурс] : - 15-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 432 с. - ISBN 978-5-8114-0913-6
- Перейти к внешнему ресурсу: [Текст](#) ID= 559



б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. операционная система Windows 7, или более поздняя версия
2. Microsoft Office Word,
3. Microsoft Office Excel,
4. Microsoft Office PowerPoint.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины «Целые функции»

Учебная аудитория с обязательным наличием специализированной доски, мела (маркера), ноутбука с программным обеспечением, проекционной техники, экрана и с возможностью размещения всех обучающихся.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **02.03.01- Математика и компьютерные науки** и профилю подготовки **Математические основы компьютерных наук**.

Автор кандидат физико-математических наук, доцент М.А.Осипцев

Программа одобрена на заседании кафедры математического анализа **протокол № 4 от 27 сентября 2019 г.**

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература:

1. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т. 2. М.:Наука. 1967.
2. Ландо С.К. Теория пересечений в пространствах мероморфных функций на комплексных кривых . Науч.-исслед. ин-т систем. исслед. Рос. акад. наук. - М. 2005. - 32 с. **Экз-ры:** ОХФ(1)