МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАР-СТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Институт физики

УТВЕРЖДАЮ
Директор Института физики
д.ф.-м.н. профессор
____________ С. Б. Вениг
"25" октября 2021 г.

Рабочая программа дисциплины

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки бакалавриата
03.03.03 Радиофизика

Профиль подготовки бакалавриата
Физика микроволн

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Саратов,
2021

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Дмитриев Вадим Владимирович		4.10.21
Председатель НМК	Скрипаль Анатолий Владимирович		7.10.21
Заведующий кафедрой	Бабков Лев Михайлович		4.10.21
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины являются овладение знаниями по методам, используемым в математической физике, ознакомлению с приемами решения дифференциальных краевых задач различных типов и получение знаний о специальных функциях.

2.Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Модуль относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины, модули» и читается в пятом семестре.

Для освоения материала студенты используют знания, умения, навыки, полученные в ходе изучения математического анализа, векторного анализа и теории обыкновенных дифференциальных уравнений. В качестве примеров краевых задач используются физические процессы , с которыми студенты познакомились при изучении механики, термодинамики и оптики на первом и втором годах обучения.

Освоение модуля является основой для последующего изучения электродинамики, радиофизики, квантовой механики физики колебаний и волн.

3.Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Данная дисциплина способствует формированию следующих общекультурных компетенций (ОК):

способность работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия (ОК-6)

способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-7)

Общепрофессиональных компетенций:

способность к овладению базовыми знаниями в области математики и естественных наук, их использованию в профессиональной деятельности (ОПК–1);

способность самостоятельно приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ОПК–2);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

•Знать:

- основные методы решения краевых задач;
- свойства решений этих задач;
- краевые задачи, порождающие специальные функции;
- свойства специальных функций;
- условия, обеспечивающие существование, единственность и корректность поставленных краевых задач;
- основные способы перехода от описания одних физических процессов к описанию других.

•Уметь:

- сопоставлять физическим процессам различных типов одинаковое математическое описание,
- определять тип полученных краевых задач;
- правильно подбирать замену переменных,

- сводить дифференциальные уравнения к каноническому виду,
- формулировать краевые и начальные условия так, чтобы поставленная задача имела решение, причем единственное и корректное.
- применять полученные знания для решения прикладных задач.

•Владеть:

- основными методами и способами получения решений краевых задач трех основных типов;
- приемами правильно оценивать разумность краевых и начальных условий
- сведениями об основных специальных функциях;
- навыками работы с дифференциальными уравнениями в частных производных;
- культурой мышления в области математической физики.

4. Структура и содержание модуля Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, или 108 часов. Из них 54 часа аудиторных занятий: 36 часов лекций и 18 часов практических занятий. На самостоятельную работу студентов выделяется 54 часа. Модуль состоит из одной дисциплины: «Методы математической физики»

Таблица 4.1. Структура дисциплины

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Формы промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекц	Прак	СРС	Контроль	
1	Классификация дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных	**5**	**1-3**	**8**	**2**	**6**		Выполнение практических работ
2	Краевые задачи гиперболического типа	**5**	**4-8**	**8**	**4**	**12**		Выполнение практических работ
3	Краевые задачи параболического типа	**5**	**9-12**	**8**	**4**	**12**		Выполнение практических работ.
4	Краевые задачи эллиптического типа	**5**	**13-15**	**8**	**4**	**12**		Выполнение практических работ
5	Специальные функции	**5**	**16-18**	**4**	**4**	**12**		Контрольная работа
	Итого			**36**	**18**	**54**		Зачет

4.2. Содержание дисциплины

1. Понятие о задачах и методах математической физики. Классификация дифференциальных уравнений математической физики второго порядка в частных производных. Приведение уравнений математической физики к каноническому виду. Виды граничных и начальных условий и типы краевых задач математической физики. Метод редукции.

2. Задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Задачи на неограниченной прямой. Метод Даламбера. Собственные колебания неограниченной струны. Формула Даламбера. Вынужденные колебания неограниченной струны. Колебания полуограниченной струны. Краевые задачи для ограниченной струны. Метод разделения переменных (метод Фурье). Задача Штурма-Лиувилля, общие свойства собственных функций и

собственных значений задачи Штурма-Лиувилля. Функция Грина для волнового уравнения. Колебания струны, закрепленной на концах. Колебания струны со свободными концами. Смешанные краевые задачи для ограниченной струны.

3. Задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Уравнения теплопроводности и диффузии. Виды граничных и начальных условий и типы краевых задач. Метод Фурье для уравнения теплопроводности и его применение для различных краевых задач. Функция Грина для уравнения теплопроводности. Принцип максимума (минимума) и его следствия. Решение задачи о распространении тепла в неограниченном и полуограниченном стержне. Формула Пуассона. Нелинейные задачи.

4. Задачи, приводящие к уравнениям эллиптического типа. Типы граничных условий. Внутренняя и внешняя краевые задачи. Уравнения Лапласа, Пуассона и Гельмгольца. Метод Фурье и решение задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике. Оператор Лапласа в полярных и сферических координатах. Решение задачи Пуассона внутри и вне круга. Метод функций Грина для решения краевых задач эллиптических уравнений.

5. Специальные функции как решения задачи Штурма-Лиувилля для различных типов граничных условий. Цилиндрические функции. Ортогональные полиномы и сферические функции. Полиномы Эрмита и задача о квантовом осцилляторе. Полиномы Лагерра и квантовомеханическая задача об атоме водорода.

5. Образовательные технологии

При проведении занятий по данному курсу используются следующие активные и интерактивные формы: организация временных творческих групп при работе над рефератом, организация дискуссий и обсуждений спорных вопросов, использование различных метолов решения разными группами студентов с последующим сравнением результатов и выявления причин их несовпадения.

При изучении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены:

- индивидуальные консультации;
- опорные конспекты лекций для студентов с патологиями слуха, аудиозаписи лекций для студентов с патологиями зрения;
- увеличение времени на 30% при подготовке к ответу во время промежуточной аттестации.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

6.1 Перечень тем для самостоятельной работы

№ п/п	Раздел дисциплины	Виды самостоятельной работы	Учебно-методическое обеспечение
1	Классификация дифференциальных уравнений	Выполнение индивидуальных заданий	Пособие[3], разделы 1.1-1.63
2	Краевые задачи для уравнений гиперболического типа	Подготовка к практическим занятиям; изучение дополнительной литературы	Пособие[10], лекции 4-9
3	Краевые задачи для уравнений параболического типа	Подготовка к практическим занятиям; изучение дополнительной литературы;	Пособие http://course.sgu.ru

4	Краевые задачи эллиптического типа	Подготовка к практическим занятиям	Пособие[3], разделы 4.1-4.9.
5	Специальные функции	Изучение дополнительной литературы	Пособие[3],разделы 5.1-5.6

6.2. Контрольные вопросы для текущего и промежуточного контроля знаний

Уравнения в частных производных с постоянными коэффициентами. Каноническая форма дифференциальных уравнений 2-го порядка в частных производных со многими переменными.

Свободные колебания бесконечной струны. Уравнения характеристик. Формула Даламбера. Физический смысл формулы Даламбера. Вынужденные колебания бесконечной струны. Колебания полубесконечной струны. Колебания бесконечного объема. Формула Пуассона. Физический смысл формулы Пуассона.

Описание процесса теплопроводности. Распространение тепла на бесконечном стержне. Функции Грина для уравнений параболического типа. Решение неоднородного уравнения.

Распространение тепла в бесконечном объеме.

Волны в средах с нелинейностью и дисперсией, уравнение Кортевега- де Фриза.

Колебание конечной струны, распространение тепла на конечном стержне, постановка краевых задач: Дирихле, Неймана и краевой задачи III рода.

Разделение переменных для уравнений гиперболического и параболического типов.

Задача Штурма- Лиувилля. Свойство собственных функции и собственных значений задачи Штурма- Лиувилля.

Метод Фурье.

Разделение переменных в уравнении Шредингера в центрально- симметричном поле.

Уравнение Лапласа. Формула Грина для уравнений эллиптического типа, гармонические функции.

Теоремы о среднем значении, о максимуме и минимуме. Существование, единственность решений и корректность задач эллиптического типа.

Внешняя и внутренняя краевые задачи. Методы решения краевых задач: метод разделения переменных для простейших областей, метод функций Грина.

Построение функций Грина, метод отражения, физическая интерпретация функции Грина.

Предварительные сведения. Ортогонализация степенной системы с различными весовыми функциями, определение ортогональных многочленов.

Полиномы Лежандра. Дифференциальное уравнение для полиномов Лежандра, теорема, выражающая полноту системы полиномов Лежандра. Мультипольное разложение.

Присоединенные Полиномы Лежандра. Сферические функции.

Полиномы Чебышева- Эрмита. Уравнение Шредингера для осциллятора и атома водорода.

Гамма- функция. Свойства гамма- функции.

Цилиндрические функции. Функции Бесселя.

6.3. Контрольные вопросы и задачи для проведения итоговой аттестации

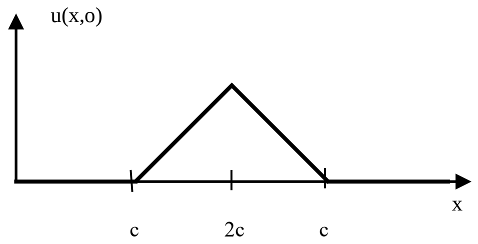
1. Привести к каноническому виду уравнение в области, где соответствующий тип уравнения сохраняется: $x^2u_{xx}-y^2u_{yy}=0$.
2. Привести к каноническому виду уравнение в области, где соответствующий тип уравнения сохраняется: $y^2u_{xx}+x^2u_{yy}=0$.

3. Привести к каноническому виду уравнение в области, где соответствующий тип уравнения сохраняется: $x^2u_{xx}+2xyu_{xy}+y^2u_{yy}=0$.

4. Решить задачу Коши для волнового уравнения $a^2u_{xx}=u_{tt}$, если начальные условия заданы следующим образом: $u(x,t)\big|_{t=0}=\sin x$, $u_t(x,t)\big|_{t=0}= x$.

5. Неограниченной струне на отрезке $–c<x<c$ сообщили скорость v_0=const. Построить положение струны для t=c/2a и t=3c/2a.

6. Полубесконечная струна, закрепленная в точке x=0, имеет начальное отклонение вида



Начальная скорость равна нулю. Построить положение струны в моменты времени t=c/a, t=3c/2a, t=7c/2a, где a- скорость распространения прямой и обратной волн.

7. Решить задачу Штурма- Лиувилля для оператора $L=\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ и нулевых граничных условий первого рода (с единичной весовой функцией ρ).

8. Решить задачу Штурма- Лиувилля для оператора $L=\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ и нулевых граничных условий второго рода (с единичной весовой функцией ρ).

9. Описать колебания струны при t>0 на отрезке $[0, l\,]$ с жестко закрепленными концами и с произвольными начальными условиями.

10. Описать колебания струны при t>0 на отрезке $[0, l\,]$ со свободными концами и с произвольными начальными условиями.

11. Описать колебания струны при t>0 на отрезке $[0, l\,]$ с жестко закрепленными концами и с начальным отклонением вида $u(x,0) = A\sin\left(\pi x/l\right)$, Начальная скорость равна нулю.

12. Описать колебания струны при t>0 на отрезке $[0, l\,]$ с жестко закрепленными концами и с произвольными начальными условиями.

13. Описать колебания свободной ограниченной струны при t > 0 с жестко закрепленными концами в точках x=0 и x= l и с нулевыми начальными условиями в постоянном однородном поле. Собственные функции и собственные значения задачи Штурма- Лиувилля: $\sin(\lambda_n x)$ и $\lambda_n=\pi n/l$.

14. Описать распределение температуры в стержне $0\le x\le l$ с теплоизолированной боковой поверхностью и с теплоизолированными концами x=0 и x= l при t>0, если начальные условия произвольные.

15. Описать распределение температуры в стержне $0 \le x \le l$ с теплоизолированными концами x=0 и x= l при t>0, если начальные условия произвольные и задан конвективный теплообмен с внешней средой, температура которой равна нулю.

16. Найти гармонические функции внутри кольца $1 \le r \le 2$ с граничными условиями $u\big|_{r=1} = 0, u\big|_{r=2_2} = Ay$.

17. Доказать, что набор функций $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \frac{1}{\sqrt{\pi}}\cos x, \frac{1}{\sqrt{\pi}}\cos 2x, \ldots, \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sin x, \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sin 2x, \ldots$ является ортонормированном набором на интервале [0;2π].

18. На отрезке $-1 \le x \le 1$ задан набор степенных функций: $\{\varphi_n(x)\} = \{1, x, x^2, x^3, \ldots x^n, \ldots\}$.
Найти первые 3 вектора-функции системы ортонормированных векторов (провести процедуру ортогонализации), если скалярное произведение определено:
$(\varphi_n(x), \varphi_m(x)) = \int_{-1}^{1} \varphi_n^*(x) \cdot \varphi_m(x) dx$.

19. Разложить функцию $f(x) = e^{\lambda x}$ по базису $\varphi_n = e^{2\pi i n x}$ в $L_2(0,1)$.

20. Вычислить нормировочный множитель для полиномов Лежандра.

21. Используя определение функции Бесселя первого рода, доказать $J_{-m}(x) = (-1)^m J_m(x)$.

22. Доказать, что $\exp\left[\frac{x}{2}\left(t - \frac{1}{2}\right)\right] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(x) t^m$, где $J_m(x)$ - функция Бесселя первого рода.

Вопросы

1. Метод характеристик для линейных уравнений первого порядка с частными производными.
2. Классификация дифференциальных уравнений 2-го порядка в частных производных.
3. Формула Даламбера. Физический смысл формулы Даламбера.
4. Функции Грина для уравнений параболического типа.
5. Разделение переменных для уравнений гиперболического и параболического типов.
6. Задача Штурма- Лиувилля.
7. Мультипольное разложение.
8. Уравнение Шредингера для осциллятора. Разделение переменных.
9. Гамма- функция.
10. Сферические функции.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 7.1. Максимальные баллы по видам учебной деятельности

1	2	3	4	5	6	7	8
Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности (реферат)	Промежуточная аттестация	Итого
12	**0**	**18**	**20**	**0**	**20**	**30**	**100**

Оценочные средства учебной деятельности студента
Программа оценивания учебной деятельности студента
5-й семестр

Лекции

Посещаемость, активность; количество баллов за семестр – от 0 до 12.

Критерии оценки:

- не более 50% от числа занятий в семестре – 0 баллов,
- от 51% до 70 % – 6 баллов;
- от 71% до 90% – 9 баллов;
- от 91 до 100% занятий – 12 баллов.

Лабораторные занятия: Не предусмотрены.

Практические занятия

Посещаемость, активность; количество баллов (за один семестр) – от 0 до 18.

Критерий оценки:

при освоении студентом практической части каждого раздела дисциплины на «отлично» – 3 балла, «хорошо» – 2 балла, «удовлетворительно» – 1 балл; «неудовлетворительно» – 0 баллов.

Самостоятельная работа

Выполнение домашних заданий; количество баллов (за один семестр) – от 0 до 20.

Критерий оценки:

- самостоятельное изучение студентом теоретического материала с оформлением конспекта – до 30 баллов (по 5 баллов на каждый раздел дисциплины);
- правильное решение контрольных заданий – 10 баллов;

Автоматизированное тестирование: Не предусмотрено.

Промежуточная аттестация:

27-30 – «отлично»

21-26 баллов – «хорошо»

16-20 – «удовлетворительно»

0-15 баллов – «неудовлетворительно»

Критерии оценки

Оценка «отлично» ставится студенту, который выполнил весь намеченный объем работы в срок и на высоком уровне в соответствии с программой практики, проявил самостоятельность, творческий подход и соответствующую профессиональную подготовку, показал владение теоретическими знаниями и практическими навыками.

Оценка «хорошо» ставится студенту, который полностью выполнил намеченную на период практики программу, однако допустил незначительные просчёты методического характера при общем хорошем уровне профессиональной подготовки.

Оценка «удовлетворительно» ставится студенту при частичном выполнении намеченной на период практики программы, если студент допускал просчёты или ошибки методического характера.

Оценка «неудовлетворительно» ставится студент при выполнении менее 50% всех заданий, низком уровне подготовки, не позволяющем вести самостоятельно учебные занятия.

Максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за один семестр по дисциплине «Методы математической физики» составляет 100 баллов.

Таблица 7.2. Пересчет полученной студентом итоговой суммы баллов за семестр по дисциплине «Методы математической физики» в оценку:

Итоговая сумма баллов	Оценка по дисциплине
0 – 50	неудовлетворительно
51 – 70	удовлетворительно
71 – 90	хорошо
91 – 100	отлично

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение модуля «Методы математической физики»

а) литература:

1. Гангнус, Ю. С. Методы математической физики : учеб. пособие для студентов физ. фак. и фак. нелинейн. процессов [Текст] / Ю. С. Гангнус ; Сарат. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского. - Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2012. - 86, [2] с.
2. Будак, Б. М. Сборник задач по математической физике : учебное пособие [Текст] / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. - 4-е изд., испр. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 688 с.
3. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики : учеб. для вузов [Текст] / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - 2-е изд., стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 398, [2] с.
4. Емельянов, В. М. Уравнения математической физики : практикум по решению задач : учеб. пособие [Текст] / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2008. - 212, [12] с.
5. Сборник задач по уравнениям математической физики [Текст] / А. А. Васшарин [и др.] ; под ред. В. С. Владимирова. - 4-е изд., стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 286, [2] с.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения занятий по дисциплине «Методы математической физики», предусмотренной учебным планом подготовки бакалавров, имеется необходимая материально-техническая база, соответствующая действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам:

– лекционная аудитория, оснащенная мультимедийным проектором с возможностью подключения к Интернет;

– компьютерный класс с выходом в Интернет;

– аппаратурное и программное обеспечение для проведения самостоятельной работы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 03.03.03 "Радиофизика"

Автор __________ А.Г. Лазерсон

Программа одобрена на заседании кафедры теоретической физики
от 13.10. 2014 года, протокол № 3.
Программа актуализирована в 2016 г. (одобрена на заседании кафедры теоретической физики, Протокол № 2 от 01.09. 2016г.)
Программа актуализирована в 2021 г. в связи с организацией института физики (одобрена на заседании кафедры теоретической физики от 04.10.2021 года, протокол № 2).