

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан механико-математического
факультета _____ А.М. Захаров
" 28 " _____ 04 20 23 г.



Рабочая программа дисциплины

АЛГЕБРА

Направление подготовки бакалавриата
44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки бакалавриата
Математическое образование

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Саратов,
2023

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Кривобок В.В.		28.04.2023
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		28.04.2023
Заведующий кафедрой	Водолазов А.М.		28.04.2023
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Алгебра» являются: познакомить студентов первого курса механико-математического факультета с основными понятиями и методами общей алгебры; привить навыки применения этих методов для решения отдельных задач; научить студентов первого курса решать системы линейных уравнений; познакомить с основными задачами и методами их решений, встречающихся в теории многочленов и теории квадратичных форм; изучить свойства линейных операторов; познакомить с основными понятиями теории групп, колец и полей.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Алгебра» включена в обязательную часть блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП бакалавриата. На ее изучение отводится 234 часа (141 час аудиторной работы, 57 часов СР, 36 часа контроль). Согласно учебному плану направления и профиля подготовки данный курс в первом семестре заканчивается дифференцированным зачетом, а во втором семестре - экзаменом.

Такие дисциплины как математический анализ, геометрия и алгебра являются основными составляющими фундаментальной математической подготовки студентов любой технической специальности. Практически все специальные разделы курса высшей математики предполагают знание теории многочленов, теории квадратичных форм, теории линейных операторов и других разделов дисциплины «Алгебра».

Освоение данной дисциплины необходимо для написания выпускных квалификационных работ (бакалаврских работ).

3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.	Знать: – постановку основных задач линейной алгебры; – основные этапы решения и исследования задач линейной алгебры. Уметь: – анализировать задачи, выделяя ее базовые составляющие; – осуществлять декомпозицию задачи. Владеть:

		– навыками анализа задачи с выделением ее базовых составляющих.
	2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – основные источники информации по фундаментальной и компьютерной алгебре и ее применению; – способы извлечения необходимой научно-технической информации из электронных и бумажных носителей по фундаментальной и компьютерной алгебре. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками критического анализа информации по применению теории линейной алгебры к различным задачам.
	3.1_Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – основные аналитические методы решения задач линейной алгебры. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – оценить достоинства и недостатки различных вариантов решения задач при применении методов линейной и абстрактной алгебры. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками выбора оптимального решения для поставленной задачи.
	4.1_Б.УК-1. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – основные факты линейной алгебры и направления ее применения к различным задачам. <p>Уметь:</p>

	<p>т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p>	<p>– грамотно, логично, аргументированно формировать собственные суждения и оценки в области применения аппарата линейной и абстрактной алгебры;</p> <p>– отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p> <p>Владеть:</p> <p>– навыками формирования собственных суждений и оценок в области применения методов линейной и абстрактной алгебры;</p> <p>– навыками грамотного, логичного и аргументированного изложения своей позиции по вопросам применения методов линейной и абстрактной алгебры.</p>
	<p>5.1_Б.УК-1. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.</p>	<p>Знать:</p> <p>– основные методы решения задач линейной алгебры.</p> <p>Уметь:</p> <p>– определить практические последствия решения задач с помощью методов линейной и абстрактной алгебры;</p> <p>– оценить практические последствия решения задач с помощью методов линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Владеть:</p> <p>– навыками определения и оценивания практических последствий возможных решений задач с помощью методов линейной и абстрактной алгебры.</p>
<p>ПК-1. Способен осуществлять</p>	<p>1.1_Б.ПК-1. Воспроизводит</p>	<p>Знать:</p>

<p>педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей</p>	<p>основные теоретические положения и решает типовые задачи по дисциплинам высшей математики, являющимся теоретическими основами школьного курса математики (теория чисел, алгебра, геометрия, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика)</p>	<p>– основные теоретические положения, концепции, принципы, теории и факты, связанные с фундаментальной алгеброй.</p> <p>Уметь: – решать типовые задачи, связанные с фундаментальной алгеброй.</p> <p>Владеть: – основными теоретическими положениями, концепциями, принципами, теорией и фактами, связанными с фундаментальной алгеброй.</p>
	<p>2.1_Б.ПК-1. Объясняет учебный математический материал (в рамках программ основного общего и среднего общего образования) и решает и объясняет решение задач элементарной математики</p>	<p>Знать: – основные методы линейной и абстрактной алгебры для решения задач.</p> <p>Уметь: – применять методы линейной и абстрактной алгебры для решения задач и объяснять учебный материал (в рамках программ основного общего и среднего общего образования), связанный с задачами линейной алгебры.</p> <p>Владеть: – навыками применения методов линейной и абстрактной алгебры для объяснения учебного математического материала (в рамках программ основного общего и среднего общего образования) и решения задач элементарной математики</p>
	<p>3.1_Б.ПК-1. Проводит контекстный анализ учебных математических текстов.</p>	<p>Знать: – основные методы проведения контекстного анализа учебных математических текстов, связанных с задачами линейной и абстрактной</p>

		<p>алгебры.</p> <p>Уметь: – проводить контекстный анализ учебных математических текстов, связанных с задачами линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Владеть: – навыками проведения контекстного анализа учебных математических текстов, связанных с задачами линейной и абстрактной алгебры.</p>
	<p>4.1_Б.ПК-1. Проводит контекстный анализ учебных, учебно-методических материалов, педагогических ситуаций, анализирует педагогические ситуации, решает педагогические задачи</p>	<p>Знать: – основные методы проведения контекстного анализа учебных, учебно-методических математических текстов, анализа педагогических ситуаций, связанных с теорией и задачами линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Уметь: – проводить контекстный анализ учебных, учебно-методических математических текстов, связанных с задачами линейной и абстрактной алгебры; – проводить анализ педагогических ситуаций, решать педагогические задачи, базирующиеся на задачах и теории линейной и абстрактной алгебры</p> <p>Владеть: – навыками контекстного анализа учебных, учебно-методических материалов, анализа педагогических ситуаций, навыками решения педагогических задачи с использованием методов линейной и абстрактной алгебры</p>
	<p>5.1_Б.ПК-1. Проводит и анализирует учебные занятия по программам основного общего и среднего общего</p>	<p>Знать: – основные методы проведения и анализа учебных</p>

	<p>образования, по программам дополнительного образования детей.</p>	<p>занятий по программам основного общего и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей с использованием методов и теории линейной и абстрактной алгебры.</p> <p>Уметь: – использовать фундаментальные знания линейной и абстрактной алгебры для проведения и анализа учебных занятия по программам основного общего и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей.</p> <p>Владеть: – фундаментальными знаниями линейной и абстрактной алгебры и навыками их использования для проведения и анализа учебных занятия по программам основного общего и среднего общего образования, по программам дополнительного образования детей.</p>
--	--	--

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц 234 часа.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	КСР	СР	Контроль	
1	Перестановки из n-элементов	1	1	2	2		1		Консультация, опрос

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Определитель. Его свойства. Теорема Лапласа	1	2	2	2		1		Консультация, опрос
3	Координатное линейное пространство. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов	1	3	2	2		1		Консультация, опрос
4	Базис и ранг системы векторов	1	4	2	2		1		Консультация, опрос
5	Ранг матрицы	1	5	2	2		1		Консультация, опрос
6	Система линейных уравнений	1	6	2	2		1		Консультация, опрос
7	Однородная система линейных уравнений	1	7	2	2		1		Консультация, опрос
8	Действия над матрицами	1	8	2	2		1		Консультация, опрос
9	Обратная матрица	1	9	2	2		1		Коллоквиум, <i>контр. работа</i>
10	Действия над комплексными числами в алгебраической форме	1	10	2	2		1		Консультация, опрос
11	Действия над комплексными числами в тригонометрической форме	1	11	2	2		1		Консультация, опрос
12	Корни из единицы	1	12	2	2		1		Консультация, опрос
13	Кольцо многочленов. Деление с остатком	1	13	2	2	1			Консультация, опрос
14	Наибольший общий делитель системы многочленов	1	14	2	2	1			Консультация, опрос
15	Наименьшее общее кратное системы многочленов	1	15	2	2		1		Консультация, опрос
16	Неприводимые многочлены	1	16	2	2		1		Консультация, опрос
17	Корень многочлена	1	17	2	2	1			Консультация, опрос
18	Основная теорема алгебры	1	18	2	2		1		Консультация, <i>контр. работа</i>
	Промежуточная аттестация	1						18	дифференцированный зачет
	Итого за 1 семестр – 108ч.			36	36	3	15	18	
19	Линейное векторное пространство	2	1	2	2		2		Консультация, опрос

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	Подпространство линейного векторного пространства	2	2	2	2		3		Консультация, опрос
21	Координаты вектора в различных базисах	2	3	2	2		2		Консультация, опрос
22	Линейный оператор. Матрица линейного оператора в различных базисах	2	4	2	2		3		Консультация, опрос
23	Ранг и дефект линейного оператора	2	5	2	2		2		Консультация, опрос
24	Собственные значения и собственные вектора линейного оператора	2	6	2	2		3		Консультация, опрос
25	Характеристический многочлен линейного оператора	2	7	2	2		3		Консультация, опрос
26	Диагонализируемые операторы	2	8	2	2	1	3		Коллоквиум, <i>контр. работа</i>
27	Матрица, ранг, определитель квадратичной формы	2	9	2	2		3		Консультация, опрос
28	Канонический вид квадратичной формы	2	10	2	2		2		Консультация, опрос
29	Классификация комплексных квадратичных форм	2	11	2	2		3		Консультация, опрос
30	Нормальный вид действительной квадратичной формы	2	12	2	2		3		Консультация, опрос
31	Инварианты действительной квадратичной формы	2	13	2	2		2		Консультация, опрос
32	Определенность действительных квадратичных форм	2	14	2	2		3		Консультация, опрос
33	Различные критерии определенности квадратичных форм	2	15	2	2		3		Консультация, опрос
34	Теорема о приведении действительной квадратичной формы к главным осям	2	16	2	2	1	2		Консультация, <i>контр. работа</i>
	Промежуточная аттестация	2						18	Экзамен
	Итого за 2 семестр – 144ч.			32	32	2	42	18	
	Общая трудоемкость дисциплины – 252ч.			68	68	5	57	36	

Содержание дисциплины

1. Перестановки из n -элементов

Перестановки из n -элементов. Число перестановок. Инверсии. Перестановки четного и нечетного типа. Теорема о влиянии транспозиции на тип перестановки и её следствия.

2. Определитель. Его свойства. Теорема Лапласа

Определение определителя. Свойства определителя: равноправие строк и столбцов, знакопеременности, однородности, аддитивности и их свойства. Миноры, дополнительные миноры, алгебраические дополнения в квадратной матрице. Теорема Лапласа. Теорема о разложении по элементам строки (столбца). Следствия.

3. Координатное линейное пространство. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов

Координатное линейное пространство и его основные свойства. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Критерий линейной зависимости. Линейная выразимость и ее свойства. Свойства линейной зависимости и независимости систем векторов. Линейная эквивалентность и ее свойства. Основная теорема о линейной зависимости. Различные определения базиса. Свойства базисов.

4. Базис и ранг системы векторов

Определение ранга системы векторов. Свойства ранга. Базис и ранг координатного пространства. Определение ранга матрицы. Основная теорема о ранге матрицы. Метод окаймления для вычисления ранга матрицы. Равенство рангов по столбцам и строкам. Критерий равенства нулю для определителей.

5. Система линейных уравнений

Система линейных уравнений. Матрица системы. Расширенная матрица. Решения системы. Совместные, несовместные, определенные и неопределенные системы. Критерий совместности и определенности. Формулы Крамера. Решение систем в общем случае. Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений однородной системы. Фундаментальная система решений однородной системы. Теорема о числе решений в фундаментальных системах решений.

6. Действия над матрицами

Операции сложения матриц и умножения матрицы на скаляр и их основные свойства. Умножение матриц. Свойства умножения. Определитель произведения матриц. Единичная матрица. Обратная матрица. Единственность обратной матрицы. Критерий обратимости матриц. Формула для обратной матрицы. Определители обратной и присоединенной матриц. Обращение произведения. Коммутирование обращения и транспонирования. Матричные уравнения. Матричная запись систем линейных уравнений и формул Крамера. Теорема о ранге произведения матриц и её следствие.

7. Действия над комплексными числами.

Поле комплексных чисел, его существование и единственность. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Комплексное

сопряжение, его свойства. Модуль комплексного числа, его свойства. Геометрическое изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра и её тригонометрические приложения. Формула для извлечения корней и её геометрическая интерпретация. Группа корней из единицы. Первообразные корни. Различные критерии первообразности. Количество первообразных корней. Применение к получению корней из произвольного числа. Показательная форма комплексного числа.

8. Кольцо многочленов.

Теорема о делении с остатком в кольце многочленов над полем. Деление на линейный многочлен. Схема Горнера. Значение многочлена. Корень многочлена. Теорема об остатке от деления на линейный многочлен. Следствие (теорема Безу).

Отношение делимости и его свойства. Ассоциированность и критерий ассоциированности. Наибольший общий делитель (НОД), теоремы о его единственности и существовании (алгоритм Евклида). Ассоциативное свойство НОД. Критерий НОД в терминах линейной комбинации. Взаимно простые многочлены, критерий взаимной простоты, свойства взаимной простоты. Наименьшее общее кратное и его свойства.

Неприводимые многочлены над полем, примеры. Теорема о бесконечности множества неприводимых многочленов. Следствие. Свойства неприводимых многочленов. Каноническое разложение многочлена, элементарные делители, кратности неприводимых многочленов. Поведение кратности при дифференцировании. Алгоритм отделения кратных множителей.

9. Корень многочлена

Корень многочлена. Критерий корня в терминах делимости. Кратность корня многочлена и его геометрическая интерпретация. Теорема о числе корней многочлена с учетом кратности. Следствия. Теорема Виета.

Эквивалентные определения алгебраически замкнутого поля. Основная теорема о многочленах над полем действительных чисел. Следствия. Теорема о существенно комплексных корнях многочлена с действительными коэффициентами. Следствия.

10. Линейное векторное пространство

Определение и примеры линейного векторного пространства над полем. Линейные отображения, их типы, примеры. Пространство линейных отображений и алгебра операторов. Подпространство и критерий подпространства, примеры.

Подпространство, порожденное множеством, его существование и единственность, и конструктивное описание. Теорема о дополнении до базиса.

Пересечение и сумма подпространств. Теорема о размерности суммы подпространств. Три эквивалентных условия прямой суммы.

11. Координаты вектора в различных базисах

Координаты вектора в фиксированном базисе. Операционная теорема для координат вектора. Следствия. Матрица перехода от одного базиса к другому. Свойства матрицы перехода. Формула пересчета координат при изменении базиса.

Задание оператора на базисных векторах. Матрица линейного оператора. Операционные свойства матрицы линейного оператора. Теорема об изоморфности алгебры линейных операторов и алгебры матриц. Следствие. Задание оператора в координатной форме. Формула пересчета матрицы линейного оператора при переходе от одного базиса к другому (матрицы оператора в разных базисах).

12. Ранг и дефект линейного оператора

Определение ранга и дефекта линейного оператора. Теорема о ранге линейного оператора. Соотношение между рангом и дефектом. Обратимые операторы и критерий обратимости.

13. Собственные значения и собственные вектора линейного оператора

Определения собственных значений и собственных векторов операторов и матриц. Теорема о связи собственных значений и собственных векторов операторов и матриц. Подпространство собственных векторов, принадлежащих одному собственному значению. Линейная независимость ненулевых собственных векторов для различных собственных значений. Характеристическая матрица, характеристический многочлен и характеристические числа. Теорема о связи характеристических чисел и собственных значений матрицы. Совпадение характеристических многочленов подобных матриц. Характеристический многочлен оператора. Диагонализируемые операторы. Достаточное условие диагонализируемости.

14. Матрица, ранг, определитель квадратичной формы

Квадратичные формы и различные записи квадратичных форм. Матрица, ранг, определитель квадратичной формы. Линейные замены переменных и их влияние на квадратичные формы. Эквивалентности квадратичных форм. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду.

Нормальный вид квадратичной формы над полем комплексных чисел. Теорема о классификации комплексных квадратичных форм.

Нормальный вид действительной квадратичной формы. Закон инерции для действительных квадратичных форм. Инварианты действительной квадратичной формы. Критерий эквивалентности действительных квадратичных форм.

Определенность действительных квадратичных форм и связь с определенностью их матриц. Первый критерий определенности действительных квадратичных форм. Инвариантность определенности. Второй критерий определенности. Критерий Сильвестра положительной определенности. Критерий Сильвестра отрицательной определенности. Теорема о приведении действительной квадратичной формы к главным осям.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Для реализации компетентного подхода в учебном процессе применяются следующие образовательные технологии:

1) при проведении лекционных занятий: информационные лекции, проблемные лекции, лекции беседы, лекции дискуссии, лекции с заранее запланированными ошибками;

2) при проведении практических занятий: традиционные занятия, занятия исследования, проблемные ситуации, ситуации с ошибкой;

3) при организации самостоятельной работы студентов: поиск и обработка информации, в том числе с использованием информационно-телекоммуникационных технологий; исследование проблемной ситуации; постановка и решение задач из предметной области; отработка навыков применения стандартных методов к решению задач предметной области.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу студентов и руководство этой работой со стороны преподавателей. Применяются следующие формы контроля: устный опрос, проверка решения практических задач, контрольная работа.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуального обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения, проведение дополнительных индивидуальных консультаций по изучаемым теоретическим вопросам и практическим занятиям, оказание помощи при подготовке к промежуточной и итоговой аттестации. Подготовка, при необходимости, учебных и контрольно-измерительных материалов в формах, доступных для изучения студентами с особыми образовательными потребностями (для студентов с нарушениями зрения учебные материалы подготавливаются с применением укрупненного шрифта, используются аудиозаписи занятий; для студентов с нарушением слуха предоставляются электронные лекции, печатные раздаточные материалы с заданиями для самостоятельной работы).

При необходимости, для подготовки к ответу на практическом занятии, студентам с инвалидностью и студентам с ограниченными возможностями здоровья среднее время увеличивается в 1,5–2 раза по сравнению со средним временем подготовки обычного студента.

Для студентов с инвалидностью или с ограниченными возможностями здоровья форма промежуточной аттестации устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.).

Промежуточная аттестация по дисциплине может проводиться в несколько этапов в форме рубежного контроля по завершению изучения отдельных тем дисциплины.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов проводится в форме изучения и анализа лекционного материала, изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе, подбора дополнительных источников для извлечения научно-технической информации, связанной с проблемами, изучаемыми в рамках данной дисциплины и решения задач с дальнейшим их разбором или обсуждением на аудиторных занятиях, подготовки к промежуточной аттестации.

Самостоятельная аудиторная работа студентов проводится в форме самостоятельного решения задач на практических занятиях с дальнейшим их разбором и обсуждением; проведения контрольной работы; поиска решений проблемных ситуаций, предложенных на лекциях и практических занятиях; поиска и устранения ошибок, заложенных в представлении материала преподавателем и допущенных другими студентами.

Текущий контроль усвоения дисциплины «Алгебра» проводится в форме устных опросов на лекционных и практических занятиях, разбора и обсуждения решаемых задач на практических занятиях, контрольных работ. Примерные варианты контрольных работ содержатся в фонде оценочных средств текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Алгебра» проводится в форме зачета с оценкой и экзамена. Контрольные вопросы готовятся к каждому разделу.

Перечень вопросов для проведения дифференцированного зачета в 1 семестре.

1. Перестановки из n -элементов. Число перестановок. Инверсии. Перестановки четного и нечетного типа.
2. Теорема о влиянии транспозиции на тип перестановки и её следствия.
3. Определение определителя. Свойства определителя: равноправие строк и столбцов, знакопеременности, однородности, аддитивности и их свойства.
4. Миноры, дополнительные миноры, алгебраические дополнения в квадратной матрице.
5. Теорема Лапласа. Теорема о разложении по элементам строки (столбца). Следствия.
6. Координатное линейное пространство и его основные свойства.
7. Линейная зависимость и независимость систем векторов.
8. Критерий линейной зависимости.
9. Линейная выразимость и ее свойства.

10. Свойства линейной зависимости и независимости систем векторов.
11. Линейная эквивалентность и ее свойства.
12. Основная теорема о линейной зависимости.
13. Различные определения базиса. Свойства базисов.
14. Определение ранга системы векторов. Свойства ранга.
15. Базис и ранг координатного пространства.
16. Определение ранга матрицы. Основная теорема о ранге матрицы.
17. Метод окаймления для вычисления ранга матрицы.
18. Равенство рангов по столбцам и строкам. Критерий равенства нулю для определителей.
19. Система линейных уравнений. Матрица системы. Расширенная матрица. Решения системы.
20. Совместные, несовместные, определенные и неопределенные системы. Критерий совместности и определенности.
21. Формулы Крамера.
22. Решение систем в общем случае.
23. Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений однородной системы.
24. Фундаментальная система решений однородной системы.
25. Теорема о числе решений в фундаментальных системах решений.
26. Операции сложения матриц и умножения матрицы на скаляр и их основные свойства. Умножение матриц. Свойства умножения. Определитель произведения матриц.
27. Единичная матрица. Обратная матрица. Единственность обратной матрицы.
28. Критерий обратимости матриц. Формула для обратной матрицы.
29. Определители обратной и присоединенной матриц. Обращение произведения. Коммутирование обращения и транспонирования.
30. Матричные уравнения. Матричная запись систем линейных уравнений и формул Крамера.
31. Теорема о ранге произведения матриц и её следствие.
32. Поле комплексных чисел, его существование и единственность. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
33. Комплексное сопряжение, его свойства.
34. Модуль комплексного числа, его свойства.
35. Геометрическое изображение комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
36. Формула Муавра и её тригонометрические приложения.
37. Формула для извлечения корней и её геометрическая интерпретация. Группа корней из единицы.
38. Первообразные корни. Различные критерии первообразности.
39. Количество первообразных корней. Применение к получению корней из произвольного числа.
40. Показательная форма комплексного числа.
41. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов над полем.
42. Деление на линейный многочлен. Схема Горнера.
43. Значение многочлена. Корень многочлена. Теорема об остатке от деления на линейный многочлен. Следствие (теорема Безу).

44. Отношение делимости и его свойства.
45. Ассоциированность и критерий ассоциированности.
46. Наибольший общий делитель (НОД), теоремы о его единственности и существовании (алгоритм Евклида).
47. Ассоциативное свойство НОД.
48. Критерий НОД в терминах линейной комбинации.
49. Взаимно простые многочлены, критерий взаимной простоты, свойства взаимной простоты.
50. Наименьшее общее кратное и его свойства.
51. Неприводимые многочлены над полем, примеры.
52. Теорема о бесконечности множества неприводимых многочленов. Следствие.
53. Свойства неприводимых многочленов.
54. Каноническое разложение многочлена, элементарные делители, кратности неприводимых многочленов.
55. Поведение кратности при дифференцировании.
56. Алгоритм отделения кратных множителей.
57. Корень многочлена. Критерий корня в терминах делимости. Кратность корня многочлена и его геометрическая интерпретация.
58. Теорема о числе корней многочлена с учетом кратности. Следствия.
59. Теорема Виета.
60. Эквивалентные определения алгебраически замкнутого поля.
61. Основная теорема о многочленах над полем действительных чисел. Следствия.
62. Теорема о существенно комплексных корнях многочлена с действительными коэффициентами. Следствия.

Перечень вопросов для проведения экзамена во 2 семестре.

63. Определение и примеры линейного векторного пространства над полем.
64. Линейные отображения, их типы, примеры. Пространство линейных отображений и алгебра операторов.
65. Подпространство и критерий подпространства, примеры.
66. Подпространство, порожденное множеством, его существование и единственность, и конструктивное описание.
67. Теорема о дополнении до базиса.
68. Пересечение и сумма подпространств. Теорема о размерности суммы подпространств.
69. Три эквивалентных условия прямой суммы.
70. Координаты вектора в фиксированном базисе. Операционная теорема для координат вектора. Следствия.
71. Матрица перехода от одного базиса к другому. Свойства матрицы перехода.
72. Формула пересчета координат при изменении базиса.
73. Задание оператора на базисных векторах. Матрица линейного оператора.
74. Операционные свойства матрицы линейного оператора.

75. Теорема об изоморфности алгебры линейных операторов и алгебры матриц. Следствие.
76. Задание оператора в координатной форме. Формула пересчета матрицы линейного оператора при переходе от одного базиса к другому (матрицы оператора в разных базисах).
77. Определение ранга и дефекта линейного оператора. Теорема о ранге линейного оператора.
78. Соотношение между рангом и дефектом.
79. Обратимые операторы и критерий обратимости.
80. Определения собственных значений и собственных векторов операторов и матриц. Теорема о связи собственных значений и собственных векторов операторов и матриц.
81. Подпространство собственных векторов, принадлежащих одному собственному значению.
82. Линейная независимость ненулевых собственных векторов для различных собственных значений.
83. Характеристическая матрица, характеристический многочлен и характеристические числа. Теорема о связи характеристических чисел и собственных значений матрицы.
84. Совпадение характеристических многочленов подобных матриц.
85. Характеристический многочлен оператора. Диагонализуемые операторы. Достаточное условие диагонализуемости.
86. Квадратичные формы и различные записи квадратичных форм. Матрица, ранг, определитель квадратичной формы.
87. Линейные замены переменных и их влияние на квадратичные формы. Эквивалентности квадратичных форм.
88. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду.
89. Нормальный вид квадратичной формы над полем комплексных чисел. Теорема о классификации комплексных квадратичных форм.
90. Нормальный вид действительной квадратичной формы. Закон инерции для действительных квадратичных форм.
91. Инварианты действительной квадратичной формы. Критерий эквивалентности действительных квадратичных форм.
92. Определенность действительных квадратичных форм и связь с определенностью их матриц.
93. Первый критерий определенности действительных квадратичных форм.
94. Инвариантность определенности. Второй критерий определенности.
95. Критерий Селивестра положительной определенности. Критерий Селивестра отрицательной определенности.
96. Теорема о приведении действительной квадратичной формы к главным осям.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	5	0	15	20	0	20	40	100
2	5	0	15	20	0	20	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента

1 семестр

Лекции

Посещаемость, опрос, активность и др. от 0 до 5 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия – от 0 до 15 баллов

Самостоятельность и правильность при выполнении работы – от 0 до 5 баллов, активность работы в аудитории – от 0 до 5 баллов, уровень подготовки к занятиям – от 0 до 5 баллов.

Самостоятельная работа – от 0 до 20 баллов

Контроль качества и количества выполненных домашних работ – от 0 до 10 баллов, правильность выполнения – от 0 до 10 баллов.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности – от 0 до 20 баллов

1. Контрольная работа №1 – от 0 до 10 баллов.
2. Контрольная работа №2 – от 0 до 10 баллов.

Промежуточная аттестация – дифференцированный зачет – от 0 до 40 баллов

при проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» / «зачтено» оценивается от 36 до 40 баллов;

ответ на «хорошо» / «зачтено» оценивается от 31 до 35 баллов;

ответ на «удовлетворительно» / «зачтено» оценивается от 25 до 30 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» / «не зачтено» оценивается от 0 до 24

баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «Алгебра» составляет **100** баллов.

Таблица 2.2 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Алгебра» в оценку (зачет с оценкой):

90 – 100 баллов	«отлично» / «зачтено»
75 – 89 баллов	«хорошо» / «зачтено»
60 – 74 баллов	«удовлетворительно» / «зачтено»

0 – 59 баллов	«не удовлетворительно» / «не зачтено»
---------------	---------------------------------------

2 семестр

Лекции

Посещаемость, опрос, активность и др. от 0 до 5 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия – от 0 до 15 баллов

Самостоятельность и правильность при выполнении работы – от 0 до 5 баллов, активность работы в аудитории – от 0 до 5 баллов, уровень подготовки к занятиям – от 0 до 5 баллов.

Самостоятельная работа – от 0 до 20 баллов

Контроль качества и количества выполненных домашних работ – от 0 до 10 баллов, правильность выполнения – от 0 до 10 баллов.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности – от 0 до 20 баллов

1. Контрольная работа №1 – от 0 до 10 баллов.
2. Контрольная работа №2 – от 0 до 10 баллов.

Промежуточная аттестация – экзамен – от 0 до 40 баллов

при проведении промежуточной аттестации
 ответ на «отлично» оценивается от 36 до 40 баллов;
 ответ на «хорошо» оценивается от 31 до 35 баллов;
 ответ на «удовлетворительно» оценивается от 25 до 30 баллов;
 ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 24 баллов.


Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 2 семестр по дисциплине «Алгебра» составляет **100** баллов.

Таблица 2.2 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Алгебра» в оценку (экзамен):

90 – 100 баллов	«отлично»
75 – 89 баллов	«хорошо»
60 – 74 баллов	«удовлетворительно»
0 – 59 баллов	«не удовлетворительно»

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) литература:

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Краснодар: Лань, 2007 г., М.: *V136* Физматгиз, 2007 г.
2. Воеводин В.В. Линейная алгебра. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008 *v50*
3. Проскураков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Изд-во *v96* МГУ, 2006.
4. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре. – СПб.; М.; *v55* Краснодар: Лань, 2007.
5. Фаддеев Д.К.. Лекции по алгебре СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2007. *v10*
6. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. - М.: Наука, 2004г., 2010.г. *v5*
7. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. Краснодар: Лань, 2004. *v16* 

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Лицензионное программное обеспечение:

1. Операционная система Windows 7, или более поздняя версия
2. Microsoft Office PowerPoint

Интернет-ресурсы:

1. Саратовской государственной университет им. Н.Г. Чернышевского.
– Режим доступа: www.sgu.ru/
2. Зональная научная библиотека им. В.А. Артисевич Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского. – Режим доступа: <http://library.sgu.ru/>
3. Каталог образовательных Интернет-ресурсов. – Режим доступа: <http://window.edu.ru/>

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория с обязательным наличием специализированной доски, мела (маркера), проектора, с возможностью размещения всех обучающихся по данной дисциплине.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 44.03.01 – «Педагогическое образование» и профилю подготовки «Математическое образование».

Автор: доцент, к.ф.-м.н., доцент кафедры КАиТЧ В.В. Кривобок

Программа одобрена на заседании кафедры компьютерной алгебры и теории чисел от 28 апреля 2023 года, протокол № 8.