

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан механико-математического
факультета

Захаров А.М.
"11" июня 2023г.



Рабочая программа дисциплины

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки бакалавриата
20.03.01 Техносферная безопасность

Профиль подготовки бакалавриата
Промышленная безопасность технологических процессов и производств

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Саратов,
2023

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Анофрикова Н.С.	<i>Анофри</i>	21.06.23
Председатель НМК	Тышкевич С.В.	<i>Ты</i>	21.06.23
Заведующий кафедрой	Коссович Л.Ю.	<i>Коссов</i>	21.06.23
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Высшая математика» является знакомство обучающихся с основными понятиями и методами линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, комплексных чисел и их приложениями. Освоение данного курса должно способствовать формированию у обучающихся логического мышления, навыков самообучения, навыков систематизации научного материала и решения профессиональных задач с помощью математического аппарата. Компетенции, полученные в рамках изучения данной дисциплины, могут понадобиться для лучшего понимания профессиональных дисциплин, соответствующих направлению подготовки 20.03.01 «Техносферная безопасность».

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Высшая математика» включена в обязательную часть блока 1 «Дисциплины (модули)» ООП бакалавриата по направлению 20.03.01 «Техносферная безопасность» и профилю подготовки «Промышленная безопасность технологических процессов и производств». На ее изучение отводится 324 часа, из них 180 часов в первом семестре (108 часов аудиторной работы, 36 часов - СРС, 36 часов - контроль) и 144 часа во втором семестре (72 часа аудиторной работы, 36 часов - СРС, 36 часов - контроль). Согласно учебному плану направления и профиля подготовки данный курс в первом и во втором семестрах заканчивается экзаменом.

Изложение основ данного курса опирается на знания по математике в объеме средней школы.

Освоение данной дисциплины необходимо для изучения следующих дисциплин обязательной части: «Физика», «Электроника и электротехника», «Информатика», «Химия», «Механика», «Метрология, стандартизация и сертификация», «Статистическая обработка результатов эксперимента», «Системы управления химико-технологическими процессами», «Технология химических процессов и производств», «Ноксология» и другие, а также дисциплин части, формируемой участниками образовательного процесса, прохождения практик, написания курсовых и выпускных квалификационных работ (бакалаврских работ).

3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1.1_Б.УК-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. Осуществляет декомпозицию задачи.	Знать: - основные понятия и методы линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, комплексных

		<p>чисел.</p> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - анализировать математическую задачу, выделяя ее базовые составляющие. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками декомпозиции математической задачи.
	<p>2.1_Б.УК-1. Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия и методы линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, комплексных чисел. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - находить и критически анализировать информацию, необходимую при решении задач линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, теории комплексных чисел. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками анализа информации, касающейся решения задач линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, теории комплексных чисел.
	<p>3.1_Б.УК-1. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия и методы линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, комплексных чисел. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - подобрать различные методы решения поставленной задачи по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу,

		<p>теории дифференциальных уравнений, теории комплексных чисел.</p> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками оценивания достоинств и недостатков различных методов решения задач линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, теории комплексных чисел.
	<p>4.1_Б.УК-1. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия и методы линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, комплексных чисел. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - грамотно, логично, аргументированно формулировать собственные оценки и суждения при решении задач линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, теории комплексных чисел; - отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности при решении задач линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, теории комплексных чисел. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками формулировки собственных суждений при решении задач линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных

		<p>уравнений, теории комплексных чисел, - навыками отделения фактов от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности при решении задач линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, теории комплексных чисел.</p>
	<p>5.1_Б.УК-1. Определяет и оценивает практические последствия возможных решений задачи.</p>	<p>Знать: - основные понятия и методы линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, комплексных чисел. Уметь: - определить и оценить практические последствия возможных решений задач линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, теории комплексных чисел. Владеть: - навыками определения и оценивания практических последствий возможных решений задач линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений, теории комплексных чисел.</p>
<p>ОПК-1. Способен учитывать современные тенденции развития техники и технологий в области техносферной безопасности, измерительной и вычислительной техники,</p>	<p>ОПК-1.6 Определяет условия безопасной эксплуатации конкретных технических устройств</p>	<p>Знать: - основные понятия и методы высшей математики. Уметь: - определить условия безопасной эксплуатации конкретных технических</p>

информационных технологий при решении типовых задач в области профессиональной деятельности, связанной с защитой окружающей среды и обеспечением безопасности человека;		устройств с помощью математических методов. Владеть: - навыками определения условий безопасной эксплуатации конкретных технических устройств с помощью математических методов.
---	--	---

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц 324 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости и (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				лекции	Практические занятия		СР	контроль	всего	
					Общая трудоемкость	Из них – практическая подготовка				
1	Линейная алгебра	1	1-5	10	20	-	10	-	40	Устный опрос, проверка решения практических задач
1.1	Матрицы и определители	1	1	2	4	-	2	-	8	Устный опрос, проверка решения практических задач
1.2	Системы линейных алгебраических уравнений	1	2	2	4	-	2	-	8	Устный опрос, проверка решения практических задач
1.3	Векторы	1	3-5	6	12	-	6	-	24	Устный опрос, проверка решения практических задач

2	Аналитическая геометрия	1	6-11	12	24	-	12	-	48	Устный опрос, проверка решения практических задач
2.1	Системы координат на плоскости и в пространстве. Понятие о линиях и поверхностях	1	6	2	4	-	2	-	8	Устный опрос, проверка решения практических задач
2.2	Прямая линия на плоскости	1	7	2	4	-	2	-	8	Устный опрос, проверка решения практических задач
2.3	Плоскость и прямая в пространстве	1	8	2	4	-	2	-	8	Устный опрос, проверка решения практических задач
2.4	Кривые второго порядка на плоскости	1	9-10	4	8	-	4	-	16	Устный опрос, проверка решения практических задач
2.5	Поверхности второго порядка	1	11	2	4	-	2	-	8	Устный опрос, проверка решения практических задач
3	Комплексные числа	1	12	2	6	-	2	-	10	Устный опрос, проверка решения практических задач, контрольная работа
4	Математический анализ	1		12	22	-	12	-	46	Устный опрос, проверка решения практических задач
4.1	Числовые последовательности	1	13-14	4	8	-	4	-	16	Устный опрос,

	ти									проверка решения практически х задач
4.2	Функции одной независимой переменной	1	15-18	8	14	-	8	-	30	Устный опрос, проверка решения практически х задач
	Промежуточная аттестация	1	-	-	-	-	-	36	36	Экзамен
	Итого за 1 семестр	1	1-18	36	72	-	36	36	180	
4	Математический анализ (продолжение)	2	1-12	24	24	-	24	-	72	
4.3	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	2	1-3	6	6	-	6	-	18	Устный опрос, проверка решения практически х задач
4.4	Интегральное исчисление функции одной переменной	2	4-6	6	6	-	6	-	18	Устный опрос, проверка решения практически х задач
4.5	Функции нескольких переменных	2	7	2	2	-	2	-	6	Устный опрос, проверка решения практически х задач
4.6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	2	8-9	4	4	-	4	-	12	Устный опрос, проверка решения практически х задач
4.7	Кратные и криволинейные интегралы	2	10	2	2	-	2	-	6	Устный опрос, проверка решения практически х задач
4.8	Числовые и функциональные ряды	2	11-12	4	4	-	4	-	12	Устный опрос, проверка решения практически

										х задач
5	Дифференциальные уравнения	2	13-18	12	12	--	12	-	36	Устный опрос, проверка решения практически х задач
5.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	2	13-14	4	4	-	4	-	12	Устный опрос, проверка решения практически х задач
5.2	Обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка	2	15-17	6	6	-	6	-	18	Устный опрос, проверка решения практически х задач, контрольная работа
5.3	Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных	2	18	2	2	-	2	-	6	Устный опрос
	Промежуточная аттестация	2	-	-	-	-	-	36	36	Экзамен
	Итого за 2 семестр	2	1-18	36	36	-	36	36	144	
	Общая трудоемкость дисциплины	1-2	-	72	108	-	72	72	324	

Содержание дисциплины

1. Линейная алгебра

1.1. Матрицы и определители

Определение матрицы. Действия над матрицами. Определение эквивалентных матриц. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к каноническому виду.

Определение определителя. Формулы для вычисления определителя второго и третьего порядка. Разложение определителя по элементам строки и столбца. Свойства определителей.

Определение невырожденной матрицы. Определение союзной матрицы. Определение обратной матрицы. Теорема об обратной матрице. Формула для нахождения обратной матрицы. Свойства обратной матрицы.

Минор матрицы. Ранг матрицы. Базисный минор. Свойства ранга матрицы.

1.2. Системы линейных алгебраических уравнений

Определение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Матричная форма записи СЛАУ. Определение расширенной матрицы. Определение решения СЛАУ. Понятие о совместной и несовместной СЛАУ. Понятие определенной и неопределенной СЛАУ. Частное и общее решение СЛАУ. Эквивалентные СЛАУ. Элементарные преобразования СЛАУ.

Однородная СЛАУ. Тривиальное решение. Теорема Кронекера – Капелли. Теорема об определенной СЛАУ. Теорема о неопределенной СЛАУ. Правило исследования произвольной СЛАУ.

Матричный метод решения СЛАУ.

Метод Крамера решения СЛАУ.

Метод Гаусса решения СЛАУ.

Системы линейных однородных уравнений. Теорема о совместности однородной системы m уравнений с n неизвестными. Теорема о совместности однородной системы n уравнений с n неизвестными.

1.3. Векторы

Определение вектора. Противоположный вектор. Длина (модуль) вектора. Орт вектора. Коллинеарные векторы. Сонаправленные и противоположно направленные векторы. Равные векторы. Понятие свободного вектора. Компланарные векторы.

Линейные операции над векторами. Свойства линейных операций над векторами.

Проекция точки на ось на плоскости. Проекция вектора на ось на плоскости. Нулевая проекция. Обозначение проекции вектора на ось. Угол между вектором и осью. Свойства проекции вектора на ось.

Прямоугольная система координат на плоскости. Орты координатных осей. Проекция вектора на координатные оси. Разложение произвольного вектора по ортам координатных осей.

Координаты вектора на плоскости. Запись вектора в координатах. Модуль вектора в координатах. Выражения для координат вектора через модуль вектора. Направляющие косинусы вектора. Основное свойство направляющих косинусов вектора.

Прямоугольная система координат в пространстве. Орты координатных осей. Проекция вектора на координатные оси. Разложение произвольного вектора по ортам координатных осей. Координаты вектора в пространстве. Запись вектора в координатах. Модуль вектора в координатах. Выражения для координат вектора через модуль вектора. Направляющие косинусы вектора. Основное свойство направляющих косинусов вектора.

Операции над векторами в координатах: сумма, разность, умножение на скаляр, равенство, коллинеарность.

Координаты точки в пространстве. Радиус вектор точки в пространстве. Координаты вектора через координаты его концов. Деление отрезка в данном отношении.

Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение для скалярного произведения векторов в координатах.

Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение для векторного произведения в координатах.

Определение смешанного произведения трех векторов. Геометрический смысл смешанного произведения трех векторов. Свойства смешанного произведения. Выражение для смешанного произведения в координатах.

2. Аналитическая геометрия

2.1. Системы координат на плоскости и в пространстве. Понятие о линиях и поверхностях

Понятие системы координат на плоскости. Системы координат на плоскости: прямоугольная декартова система координат, полярная система координат. Переход от одной системы координат к другой.

Преобразование прямоугольной системы координат (перенос и поворот).

Понятие системы координат в пространстве. Прямоугольная декартова система координат. Цилиндрическая система координат. Сферическая система координат. Связь между декартовой, цилиндрической и сферической системами координат. Преобразование прямоугольной системы координат в пространстве (перенос и поворот).

Определение линии на плоскости. Общее уравнение кривой (линии) на плоскости.

Определение поверхности в пространстве. Уравнение поверхности в пространстве. Определение линии в пространстве. Уравнение линии в пространстве. Параметрические уравнения линии. Переход от параметрических уравнений к общему уравнению линии.

2.2. Прямая линия на плоскости

Общее уравнение прямой. Расположение прямой на плоскости относительно системы координат.

Различные виды уравнения прямой на плоскости: уравнение прямой с угловым коэффициентом; уравнение прямой, проходящей через заданную точку с заданным угловым коэффициентом; уравнение прямой в отрезках; нормальное уравнение прямой.

Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду.

Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.

Расстояние от точки до прямой.

Уравнение пучка прямых.

2.3. Плоскость и прямая в пространстве

Общее уравнение плоскости. Расположение плоскости относительно системы координат.

Различные виды уравнений плоскости: уравнение плоскости, проходящей через точку, перпендикулярно заданному вектору; уравнение

плоскости в отрезках; уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки; нормальное уравнение плоскости.

Взаимное расположение плоскостей. Угол между двумя плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.

Расстояние от точки до плоскости.

Пучок плоскостей. Уравнение пучка плоскостей.

Связка плоскостей. Уравнение связки плоскостей.

Различные виды уравнения прямой в пространстве: параметрическое уравнение; каноническое уравнение; уравнение прямой, проходящей через две точки; общее уравнение прямой.

Приведение общего уравнения прямой в пространстве к канонической и параметрической формам.

Угол между двумя прямыми в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.

Угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости.

2.4. Кривые второго порядка на плоскости

Определение окружности. Вывод канонического уравнения окружности. Общее уравнение окружности. Условия существования окружности. Взаимное расположение точки и окружности.

Определение эллипса. Каноническое уравнение эллипса. Исследование эллипса по его каноническому уравнению. Параллельный перенос эллипса. Уравнение эллипса с центром, смещенным относительно начала координат. Эксцентриситет эллипса. Зависимость формы эллипса от эксцентриситета. Фокальные радиусы точки эллипса. Определение директрис эллипса. Уравнения директрис. Свойство директрис эллипса.

Определение гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы. Исследование гиперболы по ее каноническому уравнению. Параллельный перенос гиперболы. Уравнение гиперболы с центром, смещенным относительно начала координат. Равносторонняя гипербола. Уравнение и асимптоты равносторонней гиперболы. Уравнение равносторонней гиперболы в повернутой системе координат. Эксцентриситет гиперболы. Зависимость формы гиперболы от эксцентриситета. Эксцентриситет равносторонней гиперболы. Фокальные радиусы точки гиперболы. Определение директрис гиперболы. Уравнения директрис гиперболы. Свойство директрис гиперболы. Сопряженные гиперболы.

Определение параболы. Параметр параболы. Каноническое уравнение параболы. Исследование параболы по ее каноническому уравнению. Фокальный радиус точки параболы. Параллельный перенос параболы. Уравнение параболы с вершиной, смещенной относительно начала координат. Различные расположения параболы.

Общее уравнение линии второго порядка. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду.

2.5. Поверхности второго порядка

Цилиндрическая поверхность. Направляющая и образующая цилиндрической поверхности. Уравнения цилиндров с образующими, параллельными осям координат.

Цилиндры второго порядка: эллиптический цилиндр, параболический цилиндр, гиперболический цилиндр, круговой цилиндр.

Определение сферы. Вывод канонического уравнения сферы. Условия существования сферы. Взаимное расположение точки и сферы.

Определение поверхности вращения. Коническая поверхность (конус). Направляющая и образующая конической поверхности. Вершина конической поверхности.

Исследование поверхностей второго порядка методом сечений.

Эллипсоид (трехосный, эллипсоид вращения, сфера). Однополостной гиперболоид. Двуполостной гиперболоид. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид.

3. Комплексные числа

Мнимая единица. Определение комплексного числа. Действительная и мнимая части комплексного числа. Сопряженные комплексные числа. Геометрическое представление комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Главное значение аргумента комплексного числа.

Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Эйлера.

Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел. Формула Муавра. Свойства операций над комплексными числами.

Корень n -ной степени из комплексного числа. Формула корня n -ной степени из комплексного числа.

Применение комплексных чисел к решению алгебраических уравнений.

4. Математический анализ

4.1. Числовые последовательности

Понятие множества. Примеры множеств. Числовые множества. Пустое множество. Понятие подмножества. Объединение и пересечение множеств. Аксиомы множества действительных чисел: аксиомы сложения, аксиомы умножения, аксиомы порядка, связь между умножением и сложением. Связь между сложением и отношением порядка. Связь между умножением и отношением порядка. Аксиома непрерывности.

Определение модуля числа. Свойства модуля.

Определение числовой последовательности. Способы задания числовых последовательностей. Операции над последовательностями.

Определение последовательности, ограниченной снизу, ограниченной сверху, ограниченной. Верхняя и нижняя грани последовательности. Неограниченная последовательность.

Определения неубывающей, невозрастающей, возрастающей, убывающей последовательностей. Понятие о монотонных

последовательностях. Теорема об ограниченности монотонной последовательности.

Определение предела последовательности. Понятие о сходящейся последовательности. Понятие о расходящейся последовательности. Основные теоремы о пределах.

Определение бесконечно малой последовательности. Определение бесконечно большой последовательности. Основные теоремы о бесконечно малых и бесконечно больших последовательностях.

Формула бинома Ньютона.

4.2. Функции одной независимой переменной

Определение функции. Явные и неявные функции. Способы задания функции.

Определение интерполирования функции. Интерполирование функции: линейное и квадратичное.

Сложная функция. Обратная функция.

Элементарные функции. Алгебраические и трансцендентные функции.

Основные характеристики функций: четность, нечетность, периодичность, нули функции, монотонность, ограниченность.

Определение предела функции на бесконечности. Определение предела функции в точке. Односторонние пределы функции в точке. Связь односторонних пределов с пределом функции в точке. Единственность предела.

Основные теоремы о пределах в точке и на бесконечности.

Понятие о бесконечно большой в точке функции. Понятие о бесконечно большой функции на бесконечности. Определение бесконечно малой функции. Основные теоремы о бесконечно больших и бесконечно малых функциях.

Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.

Сравнение бесконечно малых функций.

Определение функции, непрерывной в точке. Определение точки разрыва. Классификация точек разрыва. Основные теоремы о непрерывных функциях. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

4.3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Приращение аргумента, приращение функции. Определение производной функции. Примеры нахождения производной некоторых элементарных функций по определению.

Таблица производных.

Геометрический смысл производной. Определение и уравнение касательной к кривой в заданной точке. Определение и уравнение нормали к кривой в заданной точке.

Механический (физический) смысл производной. Химический смысл производной.

Определение функции, дифференцируемой в точке.

Связь непрерывности и дифференцируемости. Гладкая функция.

Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции. Логарифмическая производная.

Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производная неявной функции.

Производные высших порядков.

Дифференциал и его геометрический смысл. Производная как отношение дифференциалов. Свойства дифференциала.

Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

Дифференциалы высших порядков.

Теоремы о дифференцируемых функциях.

Применение производной к вычислению пределов. Правило Лопиталья.

Использование производной к исследованию функций и построению графиков. Теорема о необходимом признаке возрастания/убывания функции. Теорема о достаточном признаке возрастания/убывания функции. Определение промежутка монотонности.

Определение точки максимума и точки минимума, экстремум функции. Теорема о необходимом условии экстремума. Определение критических значений аргумента. Теорема о достаточном признаке экстремума.

Определение выпуклого и вогнутого графика на интервале. Теорема о достаточном условии выпуклости/вогнутости. Определение точки перегиба. Определение критической точки второго рода. Теорема о достаточном условии точки перегиба.

Определение асимптоты к графику функции. Условие существования вертикальной асимптоты. Определение наклонной асимптоты. Условие существования наклонной асимптоты.

План исследования функции.

4.4. Интегральное исчисление функции одной переменной

Первообразная. Теорема о первообразных. Таблица первообразных.

Неопределенный интеграл. Геометрический смысл неопределенного интеграла. Интегральная кривая. Свойства неопределенного интеграла.

Основные методы интегрирования: метод разложения; метод замены переменной; метод интегрирования по частям.

Интегрирование рациональных дробей.

Интегральная сумма. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла.

Формула Ньютона-Лейбница. Метод замены переменных в определенном интеграле. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле.

Геометрический смысл определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур в декартовой системе координат. Вычисление площади фигуры в полярной системе координат.

Вычисление объема тела вращения. Вычисление длины дуги кривой в прямоугольных декартовых координатах и в полярных координатах. Вычисление площади поверхности вращения.

Несобственные интегралы: виды и методы вычисления. Признаки сходимости несобственных интегралов.

4.5. Функции нескольких переменных

Определение функции двух переменных. Область определения и область изменения функции двух переменных. Геометрическое представление функции двух переменных. Способы задания функции двух переменных.

Дельта-окрестность точки на плоскости. Определение предела функции двух переменных. Свойства предела функции двух переменных.

Определение функции двух переменных, непрерывной в точке. Определение функции двух переменных, непрерывной в области. Понятие точек разрыва.

Понятие области. Свойства открытости и связности. Понятие граничной точки. Понятие границы области. Понятие о замкнутой, ограниченной и неограниченной областях. Теорема о функции непрерывной в ограниченной замкнутой области.

Понятие о функции многих переменных.

4.6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Частное приращение функции двух переменных по одной из них. Частная производная функции одной переменной по одной из них. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.

Частные производные функции двух переменных высших порядков. Понятие смешанной частной производной. Теорема о смешанных производных.

Понятие о дифференцируемой функции двух переменных. Полное приращение функции двух переменных. Полный дифференциал функции двух переменных. Частные дифференциалы функции двух переменных. Теорема о необходимом условии дифференцируемости функции нескольких переменных. Теорема о достаточном условии дифференцируемости функции нескольких переменных.

Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.

Понятие сложной функции для функции двух переменных. Теорема о производной сложной функции. Формула полной производной. Формулы нахождения частных производных сложной функции.

Понятие неявной функции двух переменных. Формулы для нахождения частных производных функции двух переменных, заданной неявно.

Определение точки максимума для функции двух переменных. Определение точки минимума для функции двух переменных. Понятие экстремума функции двух переменных. Теорема о необходимом условии экстремума. Понятие стационарной точки. Понятие критической точки. Теорема о достаточном условии экстремума.

Правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции в замкнутой области.

4.7. Кратные и криволинейные интегралы

Задача, приводящая к двойному интегралу. Теорема существования. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовой и полярной системах координат. Криволинейные интегралы первого рода: определение и свойства. Вычисление криволинейных интегралов первого рода. Криволинейные интегралы второго рода: определение и свойства. Вычисление криволинейных интегралов второго рода.

4.8. Числовые и функциональные ряды

Определение числового ряда. Определение частичной суммы числового ряда. Определение суммы ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Свойства рядов.

Необходимый признак сходимости ряда. Достаточный признак расходимости ряда. Гармонический ряд.

Достаточные признаки сходимости рядов: признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак.

Знакопередающиеся ряды. Признаки сходимости знакопеременных рядов: признак Лейбница, общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Понятие об абсолютной и условной сходимости числовых рядов.

Определение функционального ряда. Понятие точки сходимости и точки расходимости. Понятие области сходимости.

Определение степенного ряда. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Теорема Абеля и следствие из нее. Свойства степенных рядов.

Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.

5. Дифференциальные уравнения

5.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка

Определение дифференциального уравнения. Определение решения дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Интегральная кривая.

Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.

Общий вид дифференциального уравнения первого порядка. Дифференциальное уравнение первого порядка, разрешенное относительно производной. Изоклина. Общее и частное решения дифференциального уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

Уравнение с разделенными переменными. Метод решения. Уравнение с разделяющимися переменными. Метод решения. Особые решения.

Понятие об однородной функции n -го порядка. Однородное дифференциальное уравнение первого порядка. Метод решения.

Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Метод Бернулли. Метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной).

Уравнение Бернулли. Метод решения.

Уравнение в полных дифференциалах. Теорема о полном дифференциале. Метод решения.

Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной: уравнение Лагранжа, уравнение Клеро.

5.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка

Общий вид обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) n -го порядка. ОДУ n -го порядка, разрешенное относительно старшей производной. Общее и частное решения ОДУ n -го порядка. Интегральная кривая.

Задача Коши для ОДУ n -го порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.

Общий вид ОДУ 2-го порядка. ОДУ 2-го порядка, разрешенное относительно старшей производной. Общее и частное решения ОДУ 2-го порядка. Интегральная кривая.

Задача Коши для ОДУ 2-го порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.

Три типа ОДУ 2-го порядка, допускающие понижение порядка и методы их решения.

Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка. Коэффициенты и свободный член ОДУ n -го порядка. Однородное и неоднородное линейное дифференциальное уравнение. Приведенное линейное дифференциальное уравнение n -го порядка.

Линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка. Теорема о решении линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка.

Понятие о линейно зависимых и линейно независимых функциях. Определитель Вронского. Теоремы о линейно зависимых и линейно независимых функциях. Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка.

Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера нахождения решения линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид общего

решения в зависимости от значения корней характеристического уравнения (три случая).

Линейное неоднородное дифференциальное уравнение 2-го порядка. Соответствующее ему однородное уравнение. Теорема о решении линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.

Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка. Теорема о наложении решений.

Метод неопределенных коэффициентов нахождения частных решений неоднородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.

5.3. Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных

Определение дифференциального уравнения в частных производных. Порядок дифференциального уравнения в частных производных. Определение решения дифференциального уравнения в частных производных. Основные уравнения математической физики: волновое, уравнение теплопроводности, уравнение Пуассона, уравнение Лапласа.

Темы практических занятий (1 семестр)

1. Матрицы. Действия с матрицами (2 часа).
2. Определители (2 часа).
3. Решение систем линейных алгебраических уравнений (4 часа).
4. Векторы. Линейные операции над векторами (2 часа).
5. Координаты вектора, действия над векторами, заданными своими координатами (4 часа).
6. Скалярное произведение векторов (2 часа).
7. Векторное произведение векторов (2 часа).
8. Смешанное произведение векторов (2 часа).
9. Системы координат на плоскости и в пространстве (4 часа).
10. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости (4 часа).
11. Различные виды уравнений плоскости. Взаимное расположение плоскостей в пространстве (2 часа).
12. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве (2 часа).
13. Окружность (2 часа).
14. Эллипс (2 часа).
15. Гипербола (2 часа).
16. Парабола (2 часа).
17. Поверхности второго порядка. Исследование поверхностей второго порядка методом сечений (4 часа).

18. Комплексные числа. Формы записи комплексных чисел. Основные операции над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня (2 часа).

19. Применение комплексных чисел к решению алгебраических уравнений (2 часа).

20. Контрольная работа по теме «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» (2 часа).

21. Множества. Действия над множествами (2 часа).

22. Числовые последовательности. Действия над числовыми последовательностями (2 часа).

23. Предел числовой последовательности (4 часа).

24. Понятие функции, способы задания функции (2 часа).

25. Основные элементарные функции (2 часа).

26. Основные характеристики функций: четность, нечетность, периодичность, нули функции, монотонность, ограниченность (2 часа).

27. Вычисление пределов функции. Основные приемы раскрытия неопределенностей (4 часа).

28. Применение первого и второго замечательного пределов к вычислению пределов функций (2 часа).

29. Непрерывность функции. Точки разрыва (2 часа).

Темы практических занятий (2 семестр)

1. Вычисление производной функции с помощью таблицы производных и основных правил дифференцирования (2 часа).

2. Производная сложной функции, функции, заданной параметрически, неявной функции. Логарифмическая производная. Производные высших порядков (2 часа).

3. Дифференциал функции. Применение дифференциала функции к приближенным вычислениям (2 часа).

4. Вычисление неопределенного интеграла с помощью основных методов интегрирования (2 часа).

5. Интегрирование рациональных функций (2 часа).

6. Вычисление определенного интеграла. Применение определенного интеграла к нахождению площадей фигур, объемов тел (2 часа).

7. Функции нескольких переменных (2 часа).

8. Вычисление частных производных функций двух переменных (2 часа).

9. Полный дифференциал функции двух переменных. Приложение полного дифференциала к приближенным вычислениям (2 часа).

10. Кратные интегралы и криволинейные интегралы 1 и 2 рода (2 часа).

11. Числовые ряды. Исследование на сходимость (2 часа).

12. Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена (2 часа).

13. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка (4 часа).

14. Обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка (4 часа).

15. Контрольная работа по теме «Математический анализ и дифференциальные уравнения» (2 часа).

16. Основные виды дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных (2 часа).

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Для реализации компетентного подхода в учебном процессе применяются следующие образовательные технологии:

1) при проведении лекционных занятий: информационные лекции, проблемные лекции, лекции беседы, лекции дискуссии, лекции с заранее запланированными ошибками;

2) при проведении практических занятий: традиционные занятия, занятия исследования, проблемные ситуации, ситуации с ошибкой;

3) при организации самостоятельной работы студентов: поиск и обработка информации, в том числе с использованием информационно-телекоммуникационных технологий; исследование проблемной ситуации; постановка и решение задач из предметной области; отработка навыков применения стандартных методов к решению задач предметной области.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу студентов и руководство этой работой со стороны преподавателя. Применяются следующие формы контроля: устный опрос, проверка решения практических задач, контрольная работа.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуального обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения, проведение дополнительных индивидуальных консультаций по изучаемым теоретическим вопросам и практическим занятиям, оказание помощи при подготовке к промежуточной аттестации. Подготовка, при необходимости, учебных и контрольно-измерительных материалов в формах, доступных для изучения студентами с особыми образовательными потребностями (для студентов с нарушениями зрения учебные материалы подготавливаются с применением укрупненного шрифта, используются аудиозаписи занятий; для студентов с нарушением слуха предоставляются электронные лекции, печатные раздаточные материалы с заданиями для самостоятельной работы).

При необходимости, для подготовки к ответу на практическом занятии, студентам с инвалидностью и студентам с ограниченными возможностями здоровья среднее время увеличивается в 1,5–2 раза по сравнению со средним временем подготовки обычного студента.

Для студентов с инвалидностью или с ограниченными возможностями здоровья форма промежуточной аттестации устанавливается с учетом

индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). Промежуточная аттестация по дисциплине может проводиться в несколько этапов в форме рубежного контроля по завершению изучения отдельных тем дисциплины.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Самостоятельная внеаудиторная работа студентов проводится в форме изучения и анализа лекционного материала, изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе, подбора дополнительных источников для извлечения научно-технической информации, связанной с проблемами, изучаемыми в рамках данной дисциплины и решения задач с дальнейшим их разбором или обсуждением на аудиторных занятиях, подготовки к промежуточной аттестации.

Самостоятельная аудиторная работа студентов проводится в форме самостоятельного решения задач на практических занятиях с дальнейшим их разбором и обсуждением; проведения контрольной работы; поиска решений проблемных ситуаций, предложенных на лекциях и практических занятиях; поиска и устранения ошибок, заложенных в представлении материала преподавателем и допущенных другими студентами.

Текущий контроль усвоения дисциплины «Высшая математика» проводится в форме устных опросов на лекционных и практических занятиях, разбора и обсуждения решаемых задач на практических занятиях, контрольной работы по теме «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» в первом семестре и контрольной работы по теме «Математический анализ и дифференциальные уравнения» во втором семестре. Примерные варианты контрольных работ содержатся в фонде оценочных средств текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Высшая математика» проводится в форме экзамена в первом и втором семестрах.

Список вопросов к устному экзамену (1 семестр)

1. Определение матрицы. Действия над матрицами. Определение эквивалентных матриц. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к каноническому виду.

2. Определение определителя. Формулы для вычисления определителя второго и третьего порядка. Разложение определителя по элементам строки и столбца. Свойства определителей.

3. Определение невырожденной матрицы. Определение союзной матрицы. Определение обратной матрицы. Теорема об обратной матрице. Формула для нахождения обратной матрицы. Свойства обратной матрицы.

4. Минор матрицы. Ранг матрицы. Базисный минор. Свойства ранга матрицы.

5. Определение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Матричная форма записи СЛАУ. Определение расширенной матрицы. Определение решения СЛАУ. Понятие о совместной и несовместной СЛАУ. Понятие определенной и неопределенной СЛАУ. Частное и общее решение СЛАУ. Эквивалентные СЛАУ. Элементарные преобразования СЛАУ.

6. Однородная СЛАУ. Тривиальное решение. Теорема Кронекера – Капелли. Теорема об определенной СЛАУ. Теорема о неопределенной СЛАУ. Правило исследования произвольной СЛАУ.

7. Матричный метод решения СЛАУ.

8. Метод Крамера решения СЛАУ.

9. Метод Гаусса решения СЛАУ.

10. Системы линейных однородных уравнений. Теорема о совместности однородной системы m уравнений с n неизвестными. Теорема о совместности однородной системы n уравнений с n неизвестными.

11. Определение вектора. Противоположный вектор. Длина (модуль) вектора. Орт вектора. Коллинеарные векторы. Сонаправленные и противоположно направленные векторы. Равные векторы. Понятие свободного вектора. Компланарные векторы.

12. Линейные операции над векторами. Свойства линейных операций над векторами.

13. Проекция точки на ось на плоскости. Проекция вектора на ось на плоскости. Нулевая проекция. Обозначение проекции вектора на ось. Угол между вектором и осью. Свойства проекции вектора на ось.

14. Прямоугольная система координат на плоскости. Орты координатных осей. Проекции вектора на координатные оси. Разложение произвольного вектора по ортам координатных осей.

15. Координаты вектора на плоскости. Запись вектора в координатах. Модуль вектора в координатах. Выражения для координат вектора через модуль вектора. Направляющие косинусы вектора. Основное свойство направляющих косинусов вектора.

16. Прямоугольная система координат в пространстве. Орты координатных осей. Проекции вектора на координатные оси. Разложение произвольного вектора по ортам координатных осей. Координаты вектора в пространстве. Запись вектора в координатах.

17. Модуль вектора в координатах. Выражения для координат вектора через модуль вектора. Направляющие косинусы вектора. Основное свойство направляющих косинусов вектора.

18. Операции над векторами в координатах: сумма, разность, умножение на скаляр, равенство, коллинеарность.

19. Координаты точки в пространстве. Радиус вектор точки в пространстве. Координаты вектора через координаты его концов. Деление отрезка в данном отношении.

20. Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение для скалярного произведения векторов в координатах.

21. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение для векторного произведения в координатах.

22. Определение смешанного произведения трех векторов. Геометрический смысл смешанного произведения трех векторов. Свойства смешанного произведения. Выражение для смешанного произведения в координатах.

23. Понятие системы координат на плоскости. Системы координат на плоскости: прямоугольная декартова система координат, полярная система координат. Переход от одной системы координат к другой.

24. Преобразование прямоугольной системы координат (перенос и поворот).

25. Понятие системы координат в пространстве. Прямоугольная декартова система координат. Цилиндрическая система координат. Сферическая система координат. Связь между декартовой, цилиндрической и сферической системами координат.

26. Преобразование прямоугольной системы координат в пространстве (перенос и поворот).

27. Определение линии на плоскости. Общее уравнение кривой (линии) на плоскости. Определение поверхности в пространстве. Уравнение поверхности в пространстве. Определение линии в пространстве. Уравнение линии в пространстве. Параметрические уравнения линии. Переход от параметрических уравнений к общему уравнению линии.

29. Общее уравнение прямой. Расположение прямой на плоскости относительно системы координат.

30. Уравнение прямой с угловым коэффициентом; уравнение прямой, проходящей через заданную точку с заданным угловым коэффициентом;

31. Уравнение прямой в отрезках; нормальное уравнение прямой. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду.

31. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.

32. Расстояние от точки до прямой.

33. Уравнение пучка прямых.

34. Общее уравнение плоскости. Расположение плоскости относительно системы координат.

35. Уравнение плоскости, проходящей через точку, перпендикулярно заданному вектору; уравнение плоскости в отрезках.

36. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки; нормальное уравнение плоскости.

37. Взаимное расположение плоскостей. Угол между двумя плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.

38. Расстояние от точки до плоскости.

39. Пучок плоскостей. Уравнение пучка плоскостей.

40. Связка плоскостей. Уравнение связки плоскостей.

41. Параметрическое уравнение прямой в пространстве; каноническое уравнение прямой в пространстве.

42. Уравнение прямой, проходящей через две точки в пространстве; общее уравнение прямой в пространстве.

43. Приведение общего уравнения прямой в пространстве к канонической и параметрической формам.

44. Угол между двумя прямыми в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.

45. Угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости.

46. Определение окружности. Вывод канонического уравнения окружности. Общее уравнение окружности. Условия существования окружности. Взаимное расположение точки и окружности.

47. Определение эллипса. Каноническое уравнение эллипса. Исследование эллипса по его каноническому уравнению.

48. Параллельный перенос эллипса. Уравнение эллипса с центром, смещенным относительно начала координат.

49. Эксцентриситет эллипса. Зависимость формы эллипса от эксцентриситета.

50. Фокальные радиусы точки эллипса. Определение директрис эллипса. Уравнения директрис. Свойство директрис эллипса.

51. Определение гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы. Исследование гиперболы по ее каноническому уравнению.

52. Параллельный перенос гиперболы. Уравнение гиперболы с центром, смещенным относительно начала координат.

53. Равносторонняя гипербола. Уравнение и асимптоты равносторонней гиперболы. Уравнение равносторонней гиперболы в повернутой системе координат.

54. Эксцентриситет гиперболы. Зависимость формы гиперболы от эксцентриситета. Эксцентриситет равносторонней гиперболы.

55. Фокальные радиусы точки гиперболы. Определение директрис гиперболы. Уравнения директрис гиперболы. Свойство директрис гиперболы. Сопряженные гиперболы.

56. Определение параболы. Параметр параболы. Каноническое уравнение параболы. Исследование параболы по ее каноническому уравнению.

57. Фокальный радиус точки параболы. Параллельный перенос параболы. Уравнение параболы с вершиной, смещенной относительно начала координат.

58. Различные расположения параболы.

59. Общее уравнение линии второго порядка. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду.

60. Цилиндрическая поверхность. Направляющая и образующая цилиндрической поверхности. Уравнения цилиндров с образующими, параллельными осям координат.

61. Цилиндры второго порядка: эллиптический цилиндр, параболический цилиндр, гиперболический цилиндр, круговой цилиндр.

62. Определение сферы. Вывод канонического уравнения сферы. Условия существования сферы. Взаимное расположение точки и сферы.

63. Определение поверхности вращения. Коническая поверхность (конус). Направляющая и образующая конической поверхности. Вершина конической поверхности.

64. Исследование поверхностей второго порядка методом сечений.

65. Эллипсоид (трехосный, эллипсоид вращения, сфера).

66. Однополостной гиперболоид. Двуполостной гиперболоид.

67. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид.

68. Мнимая единица. Определение комплексного числа. Действительная и мнимая части комплексного числа. Сопряженные комплексные числа. Геометрическое представление комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Главное значение аргумента комплексного числа.

69. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Эйлера.

70. Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел. Формула Муавра. Свойства операций над комплексными числами.

71. Корень n -ной степени из комплексного числа. Формула корня n -ной степени из комплексного числа.

72. Применение комплексных чисел к решению алгебраических уравнений.

73. Понятие множества. Аксиомы множества действительных чисел.

74. Определение числовой последовательности. Способы задания числовых последовательностей. Операции над последовательностями.

75. Определение последовательности, ограниченной снизу, ограниченной сверху, ограниченной. Верхняя и нижняя грани последовательности. Неограниченная последовательность.

76. Определения неубывающей, невозрастающей, возрастающей, убывающей последовательностей. Понятие о монотонных последовательностях. Теорема об ограниченности монотонной последовательности.

77. Определение предела последовательности. Понятие о сходящейся последовательности. Понятие о расходящейся последовательности. Основные теоремы о пределах.

78. Определение бесконечно малой последовательности. Определение бесконечно большой последовательности. Основные теоремы о бесконечно малых и бесконечно больших последовательностях.

79. Определение функции. Явные и неявные функции. Способы задания функции.

80. Сложная функция. Обратная функция.

81. Основные характеристики функций: четность, нечетность, периодичность, нули функции, монотонность, ограниченность.

82. Определение предела функции на бесконечности. Определение предела функции в точке. Односторонние пределы функции в точке. Связь односторонних пределов с пределом функции в точке. Единственность предела.

83. Основные теоремы о пределах в точке и на бесконечности.

84. Понятие о бесконечно большой в точке функции. Понятие о бесконечно большой функции на бесконечности. Определение бесконечно малой функции. Основные теоремы о бесконечно больших и бесконечно малых функциях.

85. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.

86. Сравнение бесконечно малых функций.

87. Определение функции, непрерывной в точке. Определение точки разрыва. Классификация точек разрыва.

88. Основные теоремы о непрерывных функциях. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Список вопросов к устному экзамену (2 семестр)

1. Приращение аргумента, приращение функции. Определение производной функции. Примеры нахождения производной некоторых элементарных функций по определению.

2. Геометрический смысл производной. Определение и уравнение касательной к кривой в заданной точке. Определение и уравнение нормали к кривой в заданной точке.

3. Механический (физический) смысл производной. Химический смысл производной.

4. Определение функции, дифференцируемой в точке. Связь непрерывности и дифференцируемости. Гладкая функция.

5. Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции. Логарифмическая производная.

6. Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производная неявной функции.

7. Производные высших порядков.

8. Дифференциал и его геометрический смысл. Производная как отношение дифференциалов. Свойства дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

9. Дифференциалы высших порядков.

10. Теоремы о дифференцируемых функциях.

11. Применение производной к вычислению пределов. Правило Лопиталя.

12. Использование производной к исследованию функций и построению графиков. Теорема о необходимом признаке возрастания/убывания функции. Теорема о достаточном признаке возрастания/убывания функции. Определение промежутка монотонности.

13. Определение точки максимума и точки минимума, экстремум функции. Теорема о необходимом условии экстремума. Определение

критических значений аргумента. Теорема о достаточном признаке экстремума.

14. Определение выпуклого и вогнутого графика на интервале. Теорема о достаточном условии выпуклости/вогнутости. Определение точки перегиба. Определение критической точки второго рода. Теорема о достаточном условии точки перегиба.

15. Определение асимптоты к графику функции. Условие существования вертикальной асимптоты. Определение наклонной асимптоты. Условие существования наклонной асимптоты.

16. План исследования функции.

17. Первообразная. Теорема о первообразных. Таблица первообразных.

18. Неопределенный интеграл. Геометрический смысл неопределенного интеграла. Интегральная кривая. Свойства неопределенного интеграла.

19. Основные методы интегрирования: метод разложения; метод замены переменной; метод интегрирования по частям.

20. Интегрирование рациональных дробей.

21. Интегральная сумма. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла.

22. Формула Ньютона-Лейбница. Метод замены переменных в определенном интеграле. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле.

23. Геометрический смысл определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур в декартовой системе координат. Вычисление площади фигуры в полярной системе координат.

24. Вычисление объема тела вращения. Вычисление длины дуги кривой в прямоугольных декартовых координатах и в полярных координатах. Вычисление площади поверхности вращения.

25. Несобственные интегралы: виды и методы вычисления. Признаки сходимости несобственных интегралов.

26. Определение функции двух переменных. Область определения и область изменения функции двух переменных. Геометрическое представление функции двух переменных. Способы задания функции двух переменных.

27. Дельта-окрестность точки на плоскости. Определение предела функции двух переменных. Свойства предела функции двух переменных.

28. Определение функции двух переменных, непрерывной в точке. Определение функции двух переменных, непрерывной в области. Понятие точек разрыва.

29. Понятие области. Свойства открытости и связности. Понятие граничной точки. Понятие границы области. Понятие о замкнутой, ограниченной и неограниченной областях. Теорема о функции непрерывной в ограниченной замкнутой области.

30. Частное приращение функции двух переменных по одной из них. Частная производная функции одной переменной по одной из них. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.

31. Частные производные функции двух переменных высших порядков. Понятие смешанной частной производной. Теорема о смешанных производных.

32. Понятие о дифференцируемой функции двух переменных. Полное приращение функции двух переменных. Полный дифференциал функции двух переменных. Частные дифференциалы функции двух переменных. Теорема о необходимом условии дифференцируемости функции нескольких переменных. Теорема о достаточном условии дифференцируемости функции нескольких переменных.

33. Понятие сложной функции для функции двух переменных. Теорема о производной сложной функции. Формула полной производной. Формулы нахождения частных производных сложной функции.

34. Понятие неявной функции двух переменных. Формулы для нахождения частных производных функции двух переменных, заданной неявно.

35. Определение точки максимума для функции двух переменных. Определение точки минимума для функции двух переменных. Понятие экстремума функции двух переменных. Теорема о необходимом условии экстремума. Понятие стационарной точки. Понятие критической точки. Теорема о достаточном условии экстремума.

36. Правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции в замкнутой области.

37. Задача, приводящая к двойному интегралу. Теорема существования. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовой и полярной системах координат.

38. Криволинейные интегралы первого рода: определение и свойства. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.

39. Криволинейные интегралы второго рода: определение и свойства. Вычисление криволинейных интегралов второго рода.

40. Определение числового ряда. Определение частичной суммы числового ряда. Определение суммы ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Свойства рядов.

41. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточный признак расходимости ряда. Гармонический ряд.

42. Достаточные признаки сходимости рядов: признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак.

43. Знакопеременные ряды. Признаки сходимости знакопеременных рядов: признак Лейбница, общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Понятие об абсолютной и условной сходимости числовых рядов.

44. Определение функционального ряда. Понятие точки сходимости и точки расходимости. Понятие области сходимости.

45. Определение степенного ряда. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Теорема Абеля и следствие из нее. Свойства степенных рядов.

46. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.

47. Определение дифференциального уравнения. Определение решения дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Интегральная кривая.

48. Общий вид дифференциального уравнения первого порядка. Дифференциальное уравнение первого порядка, разрешенное относительно производной. Изоклина. Общее и частное решения дифференциального уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

49. Уравнение с разделенными переменными. Метод решения. Уравнение с разделяющимися переменными. Метод решения. Особые решения.

50. Понятие об однородной функции n -го порядка. Однородное дифференциальное уравнение первого порядка. Метод решения.

51. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Метод Бернулли. Метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной).

52. Уравнение Бернулли. Метод решения.

53. Уравнение в полных дифференциалах. Теорема о полном дифференциале. Метод решения.

54. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной: уравнение Лагранжа, уравнение Клеро.

55. Общий вид обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) n -го порядка. ОДУ n -го порядка, разрешенное относительно старшей производной. Общее и частное решения ОДУ n -го порядка. Интегральная кривая.

56. Задача Коши для ОДУ n -го порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.

57. Общий вид ОДУ 2-го порядка. ОДУ 2-го порядка, разрешенное относительно старшей производной. Общее и частное решения ОДУ 2-го порядка. Интегральная кривая.

58. Задача Коши для ОДУ 2-го порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.

59. Три типа ОДУ 2-го порядка, допускающие понижение порядка и методы их решения.

60. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка. Коэффициенты и свободный член ОДУ n -го порядка. Однородное и

неоднородное линейное дифференциальное уравнение. Приведенное линейное дифференциальное уравнение n -го порядка.

61. Линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка. Теорема о решении линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка.

62. Понятие о линейно зависимых и линейно независимых функциях. Определитель Вронского. Теоремы о линейно зависимых и линейно независимых функциях. Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка.

63. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера нахождения решения линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид общего решения в зависимости от значения корней характеристического уравнения (три случая).

64. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение 2-го порядка. Соответствующее ему однородное уравнение. Теорема о решении линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.

65. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка. Теорема о наложении решений.

66. Метод неопределенных коэффициентов нахождения частных решений неоднородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	10	0	20	20	0	20	30	100
2	10	0	20	20	0	20	30	100

Программа оценивания учебной деятельности студента

1 семестр

Лекции – от 0 до 10 баллов

Оценивается посещаемость, участие в обсуждении задач, участие в дискуссиях и др. за один семестр.

Посещаемость – от 0 до 4 баллов:

0 баллов – не посещал лекции или присутствовал на 1-2 лекциях;

1 балл – присутствовал на 3-6 лекциях;

2 балла – присутствовал на 7-10 лекциях;

3 балла – присутствовал на 11-14 лекциях;

4 балла – присутствовал на 15-18 лекциях.

Активность (участие в обсуждении решений задач, участие в дискуссиях и др.) – от 0 до 6 баллов:

0 баллов – не участвовал в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др.;

1 балл – принимал участие в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др. на 1-3 лекциях;

2 балла – принимал участие в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др. на 4-6 лекциях;

3 балла – принимал участие в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др. на 7-9 лекциях;

4 балла – принимал участие в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др. на 10-12 лекциях;

5 баллов – принимал участие в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др. на 13-15 лекциях;

6 баллов – принимал участие в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др. на 16-18 лекциях.

Лабораторные занятия – 0 баллов

Не предусмотрены.

Практические занятия – от 0 до 20 баллов

Посещаемость – от 0 до 8 баллов:

0 баллов – не посещал практические занятия или присутствовал на 1-4 практических занятиях;

1 балл – присутствовал на 5-8 практических занятиях;

2 балла – присутствовал на 9-12 практических занятиях;

3 балла – присутствовал на 13-16 практических занятиях;

4 балла – присутствовал на 17-20 практических занятиях;

5 баллов – присутствовал на 21-24 практических занятиях;

6 баллов – присутствовал на 25-28 практических занятиях;

7 баллов – присутствовал на 29-32 практических занятиях;

8 баллов – присутствовал на 33-36 практических занятиях.

Активность (самостоятельность при решении задач, правильность решения задач, участие в обсуждении решений, поиск и устранение ошибок в решениях, допущенных другими участниками образовательного процесса) – от 0 до 12 баллов:

0 баллов – не проявлял активности на практических занятиях;

1 балл – проявил активность на 1-3 практических занятиях;

2 балла – проявил активность на 4-6 практических занятиях;

3 балла – проявил активность на 7-9 практических занятиях;

4 балла – проявил активность на 10-12 практических занятиях;

5 баллов – проявил активность на 13-15 практических занятиях;

6 баллов – проявил активность на 16-18 практических занятиях;

7 баллов – проявил активность на 19-21 практических занятиях;

8 баллов – проявил активность на 22-23 практических занятиях;

9 баллов – проявил активность на 25-27 практических занятиях;

10 баллов – проявил активность на 28-30 практических занятиях;

11 баллов – проявил активность на 31-33 практических занятиях;

12 баллов – проявил активность на 34-36 практических занятиях.

Самостоятельная работа – от 0 до 20 баллов

0 баллов – выполнено менее 5% домашних заданий;

5 баллов – выполнено от 5% до 25% домашних заданий;

10 баллов – выполнено от 26% до 50% домашних заданий;

15 баллов – выполнено от 51% до 75% домашних заданий;

20 баллов – выполнено от 76% до 100% домашних заданий.

Автоматизированное тестирование – 0 баллов

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности – от 0 до 20 баллов

Контрольная работа оценивается от 0 до 20 баллов.

10 задач по 2 балла каждая:

0 баллов – задача решена неверно;

1 балл – при решении задачи допущена негрубая арифметическая ошибка;
2 балла – задача решена полностью верно.

Промежуточная аттестация – от 0 до 30 баллов

Промежуточная аттестация проводится в форме устного экзамена.

При проведении промежуточной аттестации:

ответ на «отлично» оценивается от 25 до 30 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 20 до 24 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 15 до 19 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 14 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «Высшая математика» составляет **100** баллов.

Таблица 2.2 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Высшая математика» в первом семестре в оценку (экзамен):

86-100 баллов	«отлично»
76-85 баллов	«хорошо»
60-75 баллов	«удовлетворительно»
0-59 баллов	«не удовлетворительно»

2 семестр

Лекции – от 0 до 10 баллов

Оценивается посещаемость, участие в обсуждении задач, участие в дискуссиях и др. за один семестр.

Посещаемость – от 0 до 4 баллов:

0 баллов – не посещал лекции или присутствовал на 1-2 лекциях;

1 балл – присутствовал на 3-6 лекциях;

2 балла – присутствовал на 7-10 лекциях;

3 балла – присутствовал на 11-14 лекциях;

4 балла – присутствовал на 15-18 лекциях.

Активность (участие в обсуждении решений задач, участие в дискуссиях и др.) – от 0 до 6 баллов:

0 баллов – не участвовал в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др.;

1 балл – принимал участие в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др. на 1-3 лекциях;

2 балла – принимал участие в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др. на 4-6 лекциях;

3 балла – принимал участие в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др. на 7-9 лекциях;

4 балла – принимал участие в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др. на 10-12 лекциях;

5 баллов – принимал участие в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др. на 13-15 лекциях;

6 баллов – принимал участие в обсуждении решений задач, в дискуссиях и др. на 16-18 лекциях.

Лабораторные занятия – 0 баллов

Не предусмотрены.

Практические занятия – от 0 до 20 баллов

Посещаемость – от 0 до 8 баллов:

0 баллов – не посещал практические занятия или присутствовал на 1-2 практических занятиях;

1 балл – присутствовал на 3-4 практических занятиях;

2 балла – присутствовал на 5-6 практических занятиях;

3 балла – присутствовал на 7-8 практических занятиях;

4 балла – присутствовал на 9-10 практических занятиях;

5 баллов – присутствовал на 11-12 практических занятиях;

6 баллов – присутствовал на 13-14 практических занятиях;

7 баллов – присутствовал на 15-16 практических занятиях;

8 баллов – присутствовал на 17-18 практических занятиях.

Активность (самостоятельность при решении задач, правильность решения задач, участие в обсуждении решений, поиск и устранение ошибок в решениях, допущенных другими участниками образовательного процесса) – от 0 до 12 баллов:

0 баллов – не проявлял активности на практических занятиях;

1 балл – проявил активность на 1-2 практических занятиях;

2 балла – проявил активность на 3-4 практических занятиях;

3 балла – проявил активность на 5-6 практических занятиях;

4 балла – проявил активность на 7-8 практических занятиях;

5 баллов – проявил активность на 9-10 практических занятиях;

6 баллов – проявил активность на 11-12 практических занятиях;

7 баллов – проявил активность на 13 практических занятиях;

8 баллов – проявил активность на 14 практических занятиях;

9 баллов – проявил активность на 15 практических занятиях;

10 баллов – проявил активность на 16 практических занятиях;

11 баллов – проявил активность на 17 практических занятиях;

12 баллов – проявил активность на 18 практических занятиях.

Самостоятельная работа – от 0 до 20 баллов

0 баллов – выполнено менее 5% домашних заданий;

5 баллов – выполнено от 5% до 25% домашних заданий;

10 баллов – выполнено от 26% до 50% домашних заданий;

15 баллов – выполнено от 51% до 75% домашних заданий;

20 баллов – выполнено от 76% до 100% домашних заданий.

Автоматизированное тестирование – 0 баллов

Не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности – от 0 до 20 баллов

Контрольная работа оценивается от 0 до 20 баллов.

10 задач по 2 балла каждая:

0 баллов – задача решена неверно;

1 балл – при решении задачи допущена негрубая арифметическая ошибка;

2 балла – задача решена полностью верно.

Промежуточная аттестация – от 0 до 30 баллов

Промежуточная аттестация проводится в форме устного экзамена.

При проведении промежуточной аттестации:

ответ на «отлично» оценивается от 25 до 30 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 20 до 24 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 15 до 19 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 14 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «Высшая математика» составляет **100** баллов.

Таблица 2.2 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Высшая математика» во втором семестре в оценку (экзамен):

86-100 баллов	«отлично»
76-85 баллов	«хорошо»
60-75 баллов	«удовлетворительно»
0-59 баллов	«не удовлетворительно»

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) литература:

1. Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики : учеб. пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. А. Кудрявцев. - Москва : Астрель: АСТ, 2001. - 654 с.

2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учеб. пособие для вузов / Б. П. Демидович. - Москва : АСТ ; [Б. м.] : Астрель, 2004. - 558 с.

3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике : в 2 ч. / Д. Т. Письменный. - Москва : Айрис Пресс : Рольф. - Текст : непосредственный. Ч. 1 : Тридцать шесть лекций. - Москва : Айрис Пресс : Рольф, 2001. - 279 с.

4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике : в 2 ч. / Д. Т. Письменный. - Москва : Айрис Пресс : Рольф. - Текст : непосредственный. Ч. 2 : Тридцать пять лекций. - Москва : Айрис Пресс : Рольф, 2001. - 251 с.

5. Анофрикова Н.С. Метод координат. Введение в векторную алгебру : учеб. пособие для студентов немат. специальностей и направлений подготовки / Н. С. Анофрикова, О. В. Сорокина ; ФГБОУ ВПО "Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского". - Саратов : [б. и.], 2012. - 40 с. – Режим доступа: <http://library.sgu.ru/> – Электронная библиотека учебно-методической литературы – ID= 682

6. Анофрикова Н.С. Введение в аналитическую геометрию на плоскости : учеб. пособие для студентов немат. специальностей и направлений подготовки / Н. С. Анофрикова, О. В. Сорокина ; ФГБОУ ВПО "Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского". - Саратов : [б. и.], 2013. - 33 с. . – Режим доступа: <http://library.sgu.ru/> – Электронная библиотека учебно-методической литературы – ID= 700

7. Анофрикова Н.С. Введение в аналитическую геометрию в пространстве : учеб. пособие для студентов немат. специальностей и направлений подготовки / Н. С. Анофрикова, О. В. Сорокина ; ФГБОУ ВПО "Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского". - Саратов : [б. и.], 2013. - 41 с. Режим доступа: <http://library.sgu.ru/> – Электронная библиотека учебно-методической литературы – ID= 718

8. Сорокина О.В. Учебно-методические материалы по теме: "Комплексные числа" курса «Математика» : учебное пособие / О. В. Сорокина, И. Ф. Паршина ; ФГБОУ ВО "Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского". - Саратов : [б. и.], 2021. - 27 с. Режим доступа: <http://library.sgu.ru/> – Электронная библиотека учебно-методической литературы – ID= 2659

9. Мисник М. П. Некоторые методы решения систем линейных алгебраических уравнений : метод. пособие для студентов немат. специальностей и направлений подготовки / М. П. Мисник, О. В. Сорокина ; ФГОУ ВПО "Саратовский государственный университет им. Н. Г.

Чернышевского". - Саратов : [б. и.], 2013. - 54 с. - Режим доступа:
<http://library.sgu.ru/> - Электронная библиотека учебно-методической
литературы - ID= 696.



9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения занятий по дисциплине «Высшая математика», предусмотренной учебным планом ООП бакалавриата по направлению 20.03.01 «Техносферная безопасность» и профилю подготовки «Промышленная безопасность технологических процессов и производств», имеется необходимая материально-техническая база, соответствующая действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам:

- мультимедийная лекционная аудитория, оснащенная мультимедийными проекторами, маркерными досками для демонстрации учебного материала;

- специализированные классы, предназначенные для проведения практических занятий;

- библиотечный фонд, укомплектованный печатными изданиями, перечисленными в разделе 8 в необходимом количестве;

- электронная библиотека;

- специально оборудованные помещения для самостоятельной работы обучающихся с компьютерным оборудованием и доступом к сети Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 20.03.01 «Техносферная безопасность» и профилю подготовки «Промышленная безопасность технологических процессов и производств».

Автор: к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры математической теории упругости и биомеханики Анофрикова Н.С.

Программа одобрена на заседании кафедры математической теории упругости и биомеханики от 21.06.2023 года, протокол № 15.