

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»  
Факультет компьютерных наук и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета  
Миронов С. В.



«31» августа 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины  
Математическая логика и теория алгоритмов**

Специальность  
10.05.01 Компьютерная безопасность

Специализация  
Математические методы защиты информации

Квалификация выпускника  
Специалист по защите информации

Форма обучения  
Очная

Саратов,  
2021

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Гамова А. Н.		31.08.2021 г.
Председатель НМК	Кондратова Ю. Н.		31.08.2021 г.
Заведующий кафедрой	Абросимов М. Б.		31.08.2021 г.
Специалист Учебного управления			31.08.2021 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» является: овладение основными идеями и методами классической логики, как инструмента построения доказательств в математических дисциплинах, а также понятиями эффективности алгоритмов и вычислений.

Изучаются разделы: исчисление высказываний, исчисление предикатов; приложения математической логики в теории булевых функций;  $k$ -значные булевы функции; псевдобулевы функции и их представление рядами Фурье; теория доказательств (аксиоматические системы исчисления высказываний и предикатов; принцип резолюции); представление о теориях и моделях языков 1-го порядка; машины Тьюринга и частично рекурсивные функции Клини; приложение теории алгоритмов к исследованию систем; алгоритмически неразрешимые проблемы.

В процессе изучения курса студенты получают навыки применения современного аксиоматического метода в разных областях математики; методов теории моделей и теории алгоритмов для исследования свойств математических теорий; аппарата булевых функций в теории кодирования и криптологии; машины Тьюринга в качестве основной вычислительной модели в теории сложности вычислений.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП

Данная учебная дисциплина относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП и направлена на формирование у обучающихся универсальной и общепрофессиональной компетенций.

Для изучения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в результате освоения школьных курсов математики и информатики.

Компетенции, сформированные при изучении данной дисциплины, используются при изучении дисциплин «Дискретная математика», «Теория информации», «Сложность вычислений», «Введение в криптоанализ», «Криптографические свойства булевых функций».

## 3. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
<b>УК-1.</b> Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий.	<b>1.1.УК-1.</b> Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними. <b>1.2.УК-1.</b> Осуществляет поиск алгоритмов решения поставленной проблемной	Знать: основные методы и средства анализа проблемных ситуаций. Уметь: на основе системного подхода вырабатывать стратегию действий. Владеть: в рамках

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
	<p>ситуации на основе доступных источников информации. Определяет в рамках выбранного алгоритма вопросы (задачи), подлежащие дальнейшей детальной разработке. Предлагает способы их решения.</p> <p><b>1.3.УК-1.</b> Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности</p>	<p>выбранного алгоритма выделять задачи, подлежащие дальнейшей детальной разработке.</p>
<p>ОПК-3. Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности.</p>	<p>ОПК-3.1.3 знает основные понятия математической логики, теории дискретных функций и теории алгоритмов, а также возможности применения общих логических принципов в математике и профессиональной деятельности; язык и средства современной математической логики и теории логических исчислений; основные способы задания булевых функций и функций многозначной логики формулами и их свойства; различные подходы к определению понятия алгоритма, методы доказательства алгоритмической неразрешимости и методы построения эффективных алгоритмов;</p> <p>ОПК-3.2.3 умеет производить основные</p>	<p>Знать: основные понятия математической логики, теории дискретных функций и теории алгоритмов, а также возможности применения общих логических принципов в математике и профессиональной деятельности; язык и средства современной математической логики и теории логических исчислений; основные способы задания булевых функций и функций многозначной логики формулами и их свойства; различные подходы к определению понятия алгоритма, методы доказательства алгоритмической неразрешимости и методы построения эффективных алгоритмов.</p> <p>Уметь: производить основные логические</p>

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
	логические операции в исчислении высказываний и исчислении предикатов; находить и исследовать свойства представлений булевых и многозначных функций формулами в различных базисах; оценивать сложность алгоритмов и вычислений; применять методы математической логики и теории алгоритмов к решению задач математической кибернетики; ОПК-3.3.3 владеет навыками использования языка современной символической логики; навыками упрощения формул алгебры высказываний и алгебры предикатов; навыками применения методов и фактов теории алгоритмов, относящимися к решению переборных задач.	операции в исчислении высказываний и исчислении предикатов; находить и исследовать свойства представлений булевых и многозначных функций формулами в различных базисах; оценивать сложность алгоритмов и вычислений; применять методы математической логики и теории алгоритмов к решению задач математической кибернетики. Владеть: навыками использования языка современной символической логики; навыками упрощения формул алгебры высказываний и алгебры предикатов; навыками применения методов и фактов теории алгоритмов, относящимися к решению переборных задач.

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия		ИКР	СР	
					Общая трудоёмкость	Из них – практическая подготовка			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Введение	1	1	1	–	–	–	–	Контрольная

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					ИКР	СР	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия		ИКР	СР			
					Общая трудоёмкость	Из них – практическая подготовка					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
2	Исчисления		1–10	18	18	–	2	12	работа на 7-й неделе		
3	Языки, теории и модели 1-го порядка.		10–11	3	2	–	–	9	Коллоквиум на 16-й неделе		
4	Теория алгоритмов. Машины Тьюрига. Нормальные алгоритмы Маркова. Частично вычислимые функции.		12-16	10	16	–	2	9			
5	Теория сложности вычислений		17	2	–	–	–	1			
6	Неклассические логики		18	2	–	–	–	1			
			Промежуточная аттестация							Экзамен	
ИТОГО				36	36	–	4	32	36		

### Содержание дисциплины

*Введение.* История становления математической логики. Предмет математической логики. Роль математической логики по отношению к другим математическим наукам.

*Исчисления.* 1) *Исчисление высказываний.* Алгебра высказываний. Логические законы. Основные теоремы логики высказываний. Приложения логики высказываний в теории булевых функций. Нормальные формы. Полнота и замкнутость систем булевых функций. Теорема о функциональной полноте. Релейно-контактные схемы. Аксиоматические системы исчисления высказываний. Теорема о дедукции. Теорема Геделя о полноте исчисления высказываний. Теория моделей исчисления высказываний. 2) *Исчисление предикатов.* Предикаты.

Истинностные таблицы предикатных формул. Условия перенесения теорем логики высказываний на предикатные формулы. Аксиоматические системы исчисления предикатов. Теорема о дедукции. Принцип резолюции.

*Языки, модели и теории 1-го порядка.* Обобщенная теорема о полноте. Теорема о компактности. Примеры теорий 1-го порядка. Реляционная алгебра и реляционное исчисление.

*Теория алгоритмов. Уточнение понятия алгоритма и вычислимости.* Интуитивное понятие алгоритма. Машина Тьюринга, как уточнение интуитивного алгоритма. Нормальные алгоритмы Маркова. Частично рекурсивные функции Клини. Тезис Черча. Класс примитивно рекурсивных функций. Теоремы замкнутости для класса примитивно рекурсивных множеств и предикатов. Возвратная рекурсия. Функции на  $n$ -ках. Канторовская нумерация. Рекурсивно перечислимые множества и предикаты. Н.и д. условия рекурсивной перечислимости. Теоремы замкнутости для класса рекурсивно перечислимых множеств и предикатов. Порожденные множества. Рекурсия второй степени. Универсальные функции. Теорема Клини о нормальной форме частично рекурсивных функций. Неразрешимые теории. Приложение теории алгоритмов к исследованию систем.

*Теория сложности вычислений.* Меры сложности. Теорема об ускорении.

*Неклассические логики.*  $K$ -значные логики. 1-я и 2-я формы  $k$ -значной логики. Критерии полноты. Псевдобулевы функции и их представление рядами Фурье.

### План практических занятий

На практических занятиях студенты осваивают практические навыки использования логики, как средства доказательства, а также приложений логики в математических областях. Задания выдаются по книге [2].

№ занятия	Тема	Задания для решения в аудитории	Задания для домашней работы
1	2	3	4
1	Исчисление высказываний. Алгебра высказываний.	Упражнения к главе 1, раздел 1, стр.1-12, № 1-3. 7.	Упражнения к главе 1, раздел 1, стр.1-12, 4-6, 8-9.
2-5	Приложения алгебры высказываний.	Упражнения к главе 1, раздел 1, стр. 13-18.	Упражнения к главе 1, раздел 1, стр.14, № 1-7.
6	Аксиоматическая система в исчислении высказываний	Стр. 27.№ 1-6	Стр. 27.№ 7-8/
7	Логика предикатов. Истинностные таблицы. Канонические формы.	Стр. 34, № 1-8	Стр.35, № 9-17
8	Аксиоматическая система исчисления предикатов. Формальная арифметика.	Стр. 42-43, № 1-9. Стр.49-50, № 3..	Стр. 50, № 4-6..

№ занятия	Тема	Задания для решения в аудитории	Задания для домашней работы
1	2	3	4
9	Алгоритмы. Машина Тьюринга.	Стр.58, № 1,3.	Стр.58, № 4-9..
10- 14	Частично рекурсивные функции. Класс примитивно рекурсивных функций. Канторовская нумерация.	Стр.58, № 19-13. Стр.60, №1.	Стр.58, № 14-16..Стр.60, № 2..
15-16	Рекурсивно перечислимые множества и предикаты. Универсальные функции	Стр.62-63, №1-8.	Стр. 66,№1-6.
17-18	Сложность вычислений. Меры сложности. Классы сложности.	Стр.72, № 8-9.	Стр.72, №10-12.

### **5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины**

Предусматривается широкое использование в учебном процессе таких образовательных технологий как использование методических материалов сайта кафедры теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии, тестирование и использование материалов курса «Математическая логика и теория алгоритмов» на портале [course.sgu.ru](http://course.sgu.ru).

*Иная контактная работа* представляет собой индивидуальные консультации, оказываемые очно и дистанционно с использованием информационных и телекоммуникационных технологий с учётом образовательных возможностей обучающихся.

*При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов* используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, сопровождение тьюторами в образовательном пространстве. При этом основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья, т.е. все студенты обучаются в смешенных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, благодаря чему легче адаптируются в социуме.

### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

В рамках самостоятельной работы студенты

1) изучают дополнительную литературу по предмету. При чтении лекций по соответствующим разделам дисциплины даются ссылки на источники, в которых более детально рассматривается материал.

2) занимаются научно-исследовательской работой.

Фонд оценочных средств дисциплины включает в себя задания для самостоятельной работы, задания для практических занятий, кейс-задания, задания для контрольной работы, контрольные вопросы, вопросы для проведения промежуточной аттестации (экзамен). Фонд оценочных средств

оформлен в качестве приложения к учебной рабочей программе дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов».

## 7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	16	0	30	20	0	14	20	<b>100</b>

### Программа оценивания учебной деятельности студента

1 семестр

#### Лекции

Посещаемость, опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 16 баллов.

#### Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

#### Практические занятия

Контроль выполнения практических заданий в течение одного семестра – от 0 до 30 баллов.

#### Самостоятельная работа

Выполнение домашних работ в течение семестра – от 0 до 20 баллов.

#### Автоматизированное тестирование

Не предусмотрено.

#### Другие виды учебной деятельности

Выполнение факультативных заданий, изучение факультативного материала по дополнительным главам дисциплины выполнения текущих и дополнительных заданий, контрольная работа – от 0 до 14 баллов

#### Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация представляет собой экзамен по оценке теоретических и практических знаний по курсу «Математическая логика и теория алгоритмов».

При проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается 16 до 20 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 13 до 15 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 9 до 12 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 8 баллов.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за первый семестр по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» составляет 100 баллов.

Таблица 2.2 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» в оценку

81-100 баллов	«отлично»
70-80 баллов	«хорошо»
50-69 баллов	«удовлетворительно»
0- 49 баллов	«неудовлетворительно»



## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) литература:

1) Гамова, А. Н. Сложность вычислений [Текст] : учебное пособие для студентов и магистров факультета компьютерных наук и информационных технологий / А. Н. Гамова ; Саратов. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского. - Саратов : Издательство Саратовского университета, 2015. - 79, [4] с. : ил., табл. - Библиогр.: с. 81 (6 назв.). - ISBN 978-5-292-04343-0.

2) Гамова, А. Н. Математическая логика и теория алгоритмов [Текст] : учеб. пособие для студентов мех.-мат. фак. и фак. компьютер. наук и информ. технологий / А. Н. Гамова. - 2-е изд., доп. - Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2000. - 78, [2] с. - Библиогр. - ISBN 5-292-02515-1.

3) Гамова, А. Н. Математическая логика и теория алгоритмов [Текст] : учеб. пособие для студентов мех.-мат. фак. и фак. компьютер. наук и информ. технологий / А. Н. Гамова. - 4-е изд., доп. - Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2020. - 90 [2] с. - Библиогр. - ISBN 5-292-04648-6.

3) Яблонский, С. В. Введение в дискретную математику [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по спец. "Прикл. математика" / С. В. Яблонский. - 3-е изд., стер. - Москва : Высш. шк., 2002. - 384 с. - (Высшая математика). - Библиогр. - ISBN 5-06-0039-51-X (в пер.).

### б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1) Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office, Microsoft Windows.

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения лекционных занятий необходима лекционная аудитория с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.

Для проведения практических занятий необходима лекционная аудитория с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность и специализации «Математические методы защиты информации» (квалификация «Специалист по защите информации»).

Автор

Доцент кафедры теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии к. ф.-м. н., доцент

А. Н. Гамова

Программа одобрена на заседании кафедры теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии от «31» августа 2021 года, протокол № 1.